وزارة التربية والتعليم العالي مديرية التربية والتعليم – الخليل الفرع : العلمي المبحث : الرياضيات الورقة : الأولى	امتحان التجريبي لشهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٤	Directorate Of Education-Hebron اليوم : الأحد التاريخ: ٢٠٢٤/٥/١٢م مدة الامتحان: ساعتان و٤٥ دقيقة مجموع العلامات: ١٠٠ علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، على المشترك أن يجيب عنها جميعها.

السؤال الأول: يتكون هذا السؤال من (١٠ فقرات) من نوع اختيار من متعدد من أربعة بدائل، اختر البديل الصحيح ثم انقله إلى دفتر اجابتك (٢٠ علامة)

(١) إذا كان متوسط تغير ل(س) في الفترة $[١،٣]$ يساوي $\frac{١}{٢}$ ، وكانت معادلة المماس المرسوم لمنحنى ل(س) عند س = ١ هي ص = س – ١ ، فإن التغير في الاقتران ق(س) = هـ$^{ل(س)}$ في الفترة $[١،٣]$ يساوي:

($\frac{هـ-١}{٢}$) (هـ – ١) (١ – هـ) (هـ^{٣} – هـ)

(٢) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س^{٢} - ١٠س + ٢٥} + [\frac{١}{٢}س]$ ، فإن ق″(١) =

(– ١) (٤) (صفر) (غير موجودة)

(٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{هـ^{ظا س} - هـ^{لو ظتا(\frac{\pi}{٤} - ب س)}}{ظا س} = ١$ ، فإن قيمة $\frac{ب}{ا}$ =

(صفر) ($\frac{١}{٢}$) ($-\frac{١}{٢}$) (١)

(٤) إذا كان س = $لو_{هـ}$ هـ$^{(ص^{٢}+١)}$ + ٢هـ$^{لو_{هـ} ص}$ فإن ص′ =

$(ص+١)^{٢}$ $\frac{١}{٢(ص+١)}$ $\frac{١}{(ص+١)}$ $(ص+١)$

(٥) تحرك جسيم وفق العلاقة ع = ٤ف^{٢} – ٦ف ، ،حيث ع،ف هما السرعة والإزاحة بالامتار على الترتيب ، فما تسارع الجسيم عندما ف=٢م ؟

(٤) (١٠) (٨٨) (٤٠)

(٦) إذا كان ص = ع^{٦} ، ع = $\sqrt[٣]{س^{٤} + ١}$ ، فإن $\frac{د ص}{د س}_{س=١}$ =

(١٦) (٤) (٨) (١٢)

(٧) إذا كان ق(س) = س^{٢} + س^{٤} يحقق شروط نظرية رول على الفترة $[-١،١]$ ، فإن قيمة/ قيم جـ التي تعينها النظرية هي:

{ ٠ } $\{\frac{١}{٢}، ٠\}$ $\{\pm\frac{١}{٢}، ٠\}$ $\{\pm\frac{١}{\sqrt{٢}}، ٠\}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

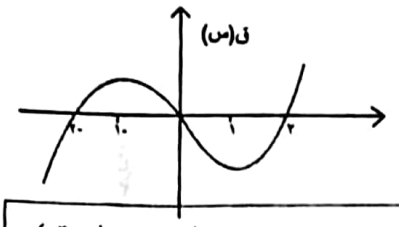
(٨) أحد الاقترانات الآتية ليس له نقاط حرجة على مجاله:

ب(س) = س^{٢} ، ل(س) = هـ^{س} ، ع(س) = لـو$_{هـ}$ (س^{٢} − ١) ، م(س) = $\frac{١}{٣}$س^{٣} + ١

(٩) إذا كان ب′(س) = (س^{٢} − ٤)^{٢} (س^{٢} − ٩) ، فإن عدد القيم القصوى المحلية للاقتران ب(س) هو

(١) (٢) (٣) (٤)

(١٠) الشكل المجاور يمثل منحنى ب(س) ، فإن إحدى العبارات التالية خاطئة :



ب(٢) = ب′(−١) = ب″(٠)　　ب(٢)>ب′(٢)>ب″(−٢)

ب″(−٢)>ب(−٢)>ب′(−٢)　　ب″(−١)>ب′(−١)>ب(−١)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

(أ) إذا كان ب(س) = $\frac{١}{٣}$س^{٣} + س^{٢} + ٣س + ٢ ، س ∈ [−٥ ، ١] جد: (١٢ علامة)

(١) مجالات التزايد والتناقص لمنحنى ب(س)

(٢) القيم القصوى المحلية للاقتران ب(س) وحدد المطلقة منها (إن وجدت)

(ب) قُذف جسم رأسيًا للأعلى من قمة برج ارتفاعه ٥٠ مترًا فكانت إزاحته عن قمة البرج تُعطى (٨ علامات)

بالعلاقة ف(ن) = ٥ ١ن − ٥ن^{٢} ، حيث الإزاحة بالأمتار، و الزمن بالثواني . جد :

(١) سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع ٣٠ مترًا عن سطح الأرض

(٢) الزمن اللازم للجسم للوصول لسطح الأرض

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

(أ) إذا كان ع(س) = (ب ∘ ك)(س) ، س ∈ [أ ، ب] ، ب(س) ، ك(س) اقترانين متصلين في الفترة [أ ، ب]

وقابلين للاشتقاق على]أ ، ب[، وكان ك(أ) = ب ، ك(ب) = أ . أثبت وجود عدد واحد على الأقل جـ ∈]أ ، ب[

بحيث ع(أ) − ع(ب) = ب′(جـ)(ب − أ) (١٠ علامات)

(ب) إذا كان ص = $\sqrt{١ + ظاس}$ ، أثبت أن: ص ص″ + (ص′)^{٢} = قا^{٢} س ظاس (١٠ علامات)

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

(أ) إذا كان ب(س) = $\frac{١}{٢}$س^{٢} + لـو$_{هـ}$ (س + ١)^{٤} ، س ≠ −١ جد: (١٢ علامة)

(١) مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران ب(س)

(٢) نقاط الانعطاف وزوايا الانعطاف لمنحنى الاقتران ب(س) (إن وجدت)

(ب) إذا كان ب′(س) = (٤ − ٢س)^{٢} (٥ − س) × هـ$^{\frac{أ}{ب}}$ ، فجد ب″(−٤) علماً بأن معادلة المماس للاقتران هـ(س)

عند س = ٢ هي ص − ٤س + ٤ = ٠ ، ب(س) > ٠ (٨ علامات)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين، وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

(أ) إذا كان الاقتران $ن(س) = \begin{cases} هـ^{س} - ب ، & ٠ \geq س < ١ \\ -ب جتا \pi س ، & ١ \geq س \geq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة [٠ ، ٣] ،

فجد قيمة كل من أ ، ب ثم جد قيمة جـ التي تحقّدها النظرية. (١٠ علامات)

(ب) من النقطة أ(س،ص) الواقعة على منحنى $ص = \frac{١}{س}$ ، $س > ٠$ رسم عمودان على المحورين الإحداثيين

هما $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، أوجد بعدي المستطيل أبأجـ (حيث أ نقطة الأصل) بحيث يكون محيطه أصغر ما يمكن

(١٠ علامات)

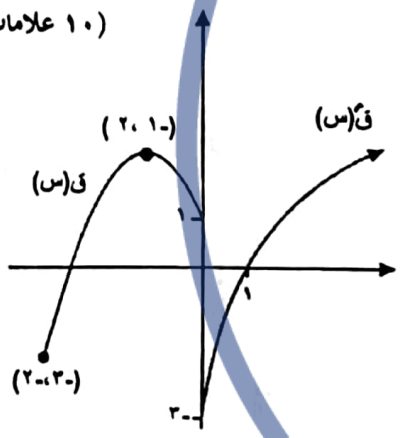
السؤال السادس: (٢٠ علامة)

(أ) الشكل المجاور يمثل جزء من منحنى ن(س) و ن′(س) ، (١٠ علامات)

إذا علمت أن ن(س) متصل على [−٣ ، ∞ [، فجد :

١) فترات التزايد و التناقص و القيم القصوى المحلية للاقتران ن(س)

٢) فترات التقعر و نقاط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران ن(س)



(ب) إذا كان المستقيم $٢ص - ٣س = أ$ ، يمس منحنى العلاقة $(س + ١)^{٣} - ٢ص^{٢} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ.

(١٠ علامات)

انتهت الأسئلة

توجيهي pal

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابة الامتحان التجريبي الرياضيات العلمي الجلسة الأولى

إجابة السؤال الأول:

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الاجابة	(هـ − ١)	صفر	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢(ص+١)}$	٤٠	١٦	{٠}	ع(س) = لـو$_{هـ}$ (س^{٢} − ١)

الفقرة	٩	١٠
الاجابة	٢	ن(٢) > ن′(٢) > ن″(−٢)

إجابة السؤال الثاني:

(أ) ن(س) متصل على الفترة [أ، ب] ،لأنه كثير حدود

ن′(س) = −س^{٢} + ٢س + ٣

حرجة ن(س):

ن′(س) = ٠ ⇐ −س^{٢} + ٢س + ٣ = ٠

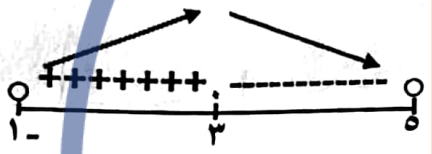
س^{٢} − ٢س − ٣ = ٠

(س − ٣)(س + ١) = ٠

س = ٣ (✓) ، س = −١ (✗)

ن′(س) غير موجودة ⇐ س = ٥ ، س = −١

إشارة ن′(س)



(١) فترات التزايد والتناقص هي: ن(س) متزايد على الفترة [−١، ٣] ، ومتناقص على الفترة [٣، ٥]

(٢)القيم القصوى: ن(−١) = $\frac{١}{٣}$، قيمة صغرى محلية وهي مطلقة

ن(٣) = ١١، قيمة عظمى محلية وهي مطلقة

ن(٥) = $\frac{١}{٣}$، قيمة صغرى محلية ومطلقة

(ب) (١) عندما يكون الجسم على ارتفاع ٣٠ مترًا عن سطح الأرض تكون إزاحته عن قمة البرج ٢٠ مترًا أسفل قمة ا

⇐ ف(ن) = −٢٠ ⇐ ١٥ن − ٥ن^{٢} = −٢٠ ⇐ ٥ن^{٢} − ١٥ن − ٢٠ = ٠ ⇐ ن^{٢} − ٣ن − ٤ = ٠

⇐ (ن − ٤)(ن + ١) = ٠ ⇐ ن = ٤ ، ن = −١ (✗)

∴ ع(٤) = ١٥ − ١٠ × ٤ = −٢٥ م/ث

(٢) عندما يصل الجسم سطح الأرض تكون ف(ن) = −٥٠

⇐ ١٥ن − ٥ن^{٢} = −٥٠ ⇐ ٥ن^{٢} − ١٥ن − ٥٠ = ٠ ⇐ ن^{٢} − ٣ن − ١٠ = ٠

⇐ (ن − ٥)(ن + ٢) = ٠ ⇐ ن = ٥ ، ن = −٢ (✗)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابة السؤال الثالث:

(أ) نبحث في شروط نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران ن(س) في [ا، ب]

∴ ن(س) متصل على الفترة [ا، ب] و قابل للاشتقاق على]ا، ب[(معطى)

∴ ن(س) يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة المعطاة

$\Leftarrow \exists جـ \in]ا، ب[: ن'(جـ) = \frac{ن(ب) - ن(ا)}{ب - ا} \Leftarrow ن(ب) - ن(ا) = ن'(جـ)(ب - ا)$

$\Leftarrow ن(ك(ا)) - ن(ك(ب)) = ن'(جـ)(ب - ا) \Leftarrow (ن \circ ك)(ا) - (ن \circ ك)(ب) = ن'(جـ)(ب - ا)$

$\Leftarrow ع(ا) - ع(ب) = ن'(جـ)(ب - ا)$

(ب) $ص = \sqrt{ظا س + ١} \Leftarrow ص^{٢} = ظا س + ١$ ------(تربيع الطرفين)

اشتقاق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

$٢ ص ص' = قا^{٢} س$

اشتقاق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س مرة أخرى

$٢ ص \times ص'' + ٢(ص')^{٢} = ٢ قا^{٢} س ظا س$

بقسمة الطرفين على ٢

$ص \times ص'' + (ص')^{٢} = قا^{٢} س ظا س$ (وهو المطلوب)

توجيهي pal

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابة السؤال الرابع:

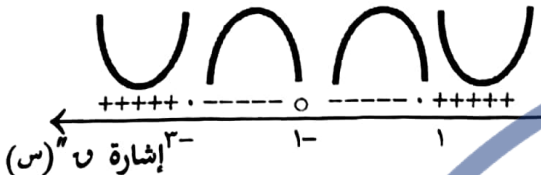
(أ) ن(س) متصل على ح / {−١} لأنه حاصل جمع متصلين (كثير حدود + لوغاريتم مادا خله > ٠)

$$ن'(س) = س + \frac{٤}{س+١} \Leftarrow ن''(س) = ١ - \frac{٤}{(س+١)^{٢}}$$

$$ن''(س) = ٠ \Leftarrow ١ - \frac{٤}{(س+١)^{٢}} = ٠ \Leftarrow \frac{(س+١)^{٢} - ٤}{(س+١)^{٢}} = ٠$$

$$(س+١)^{٢} - ٤ = ٠ \Leftarrow (س+١)^{٢} = ٤ \Leftarrow س = -٣ ، س = ١$$

(١) فترات التقعر للأعلى والأسفل:



ن(س) مقعر للأعلى في الفترة]١،∞[،]−∞،−٣[

ن(س) مقعر للأسفل في الفترة]−١،١[،]−٣،−١[

(٢) نقاط الانعطاف: $(-٣، \frac{٩}{٢} + لـو_{هـ} ١٦)$ ، ن(س) متصل عند س=−٣ ويغيّر من اتجاه تقعره حولها

$(١، \frac{١}{٢} + لـو_{هـ} ١٦)$ ، ن(س) متصل عند س=١ ويغيّر من اتجاه تقعره حولها

زوايا الانعطاف:

ظاهـ = ن'(−٣) = −٥ ⇐ هـ = ظا$^{-١}$(−٥)

ظاهـ = ن'(١) = ٣ ⇐ هـ = ظا$^{-١}$(٣)

(ب) من المعطيات: معادلة المماس للاقتران هـ(س) عند س=٢ هي ص = ٤س − ٤

هذا يتضمن أن: $\boxed{هـ(٢) = ٤}$ ، $\boxed{هـ'(٢) = ٤}$

نشتق : $ن'(٤ - ٢س) = (٥ - س) \times هـ'(\frac{٨}{ن})$

$$-٤ن'(٤ - ٢س) = (٥ - س) \times هـ'(\frac{٨}{ن}) \times \frac{-٨}{ن^{٢}} + هـ(\frac{٨}{ن}) \times -١$$

$$٤ن'(٤ - ٢س) = (٥ - س) \times هـ'(\frac{٨}{ن}) \times \frac{٨}{ن^{٢}} + هـ(\frac{٨}{ن})$$

ولكن : $٤ - ٢س = -٤ \Leftarrow \boxed{س = ٤}$ نعوضها في المشتقة :

$$٤ن'(-٤) = هـ'(٢) \times \frac{١}{٢} + هـ(٢)$$

لكن :نعوض س=٤ $ن'(-٤) = هـ(٢) \Leftarrow ن'(-٤)^{٢} = ٤ \Leftarrow \boxed{ن(-٤) = ٢}$

$$\Leftarrow ٤ \times ٢ن'(-٤) = ٤ \times \frac{١}{٢} + ٤$$

$$\Leftarrow ٨ن'(-٤) = ٦ \Leftarrow ن'(-٤) = \frac{٣}{٤}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابة السؤال السادس:

(أ) من رسمة $ن(س) \Leftarrow ن(س)$ متزايد على الفترة $[-٣ ، -١]$ و متناقص على الفترة $[-١ ، ٠]$

و هو مقعر للأسفل في الفترة $]-٣ ، ٠[$

من رسمة $ن'(س) \Leftarrow ن'(س) > ٠$ في الفترة $]٠ ، ١[\Leftarrow ن(س)$ متناقص في تلك الفترة

و $ن'(س) < ٠$ في الفترة $]١ ، \infty[\Leftarrow ن(س)$ متزايد في تلك الفترة

و $ن'(س)$ متزايد في الفترة $]٠ ، \infty[\Leftarrow ن''(س) > ٠$ في تلك الفترة $\Leftarrow ن(س)$ مقعر للأعلى فيها

(١) $ن(س)$ متزايد في الفترتين $[-٣ ، -١]$ ، $[١ ، \infty[$ و متناقص في الفترة $[-١ ، ١]$

و عند س = -١ يتخذ قيمة عظمى محليّة هي $ن(-١)$ و عند س = ١ يتخذ قيمة صغرى محليّة هي $ن(١)$

(٢) $ن(س)$ مقعر للأسفل في الفترة $]-٣ ، ٠[$ و مقعر للأعلى في الفترة $]٠ ، \infty[$

و عند $(٠ ، ن(٠)) = (١٠ ، ٠)$ نقطة انعطاف لأنه متصل عندها و يغيّر اتجاه تقعره حولها

(ب) ميل المماس من معادلة المماس:

$$٢ص - ٣س = ١ \Leftarrow ص = \frac{٣}{٢}س + \frac{١}{٢} \Leftarrow \boxed{م = \frac{٣}{٢}}$$

ميل المماس من المشتقة $= \frac{د ص}{د س}$ (نشتق العلاقة ضمنياً بالنسبة لـ س)

$$٣(س+١)^{٢} - ٤ص \, ص' = ٠ \Leftarrow ص' = \frac{٣(س+١)^{٢}}{٤ص} \Leftarrow \boxed{م = \frac{٣(س+١)^{٢}}{٤ص}}$$

هذا يتضمن: $\frac{٣(س+١)^{٢}}{٤ص} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow \frac{٣(س+١)^{٢}}{٤ص} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow ص = \frac{(س+١)^{٢}}{٢}$

نعوض قيمة ص $= \frac{(س+١)^{٢}}{٢}$ في العلاقة الأصلية

$$(س+١)^{٣} - \frac{(س+١)^{٤}}{٢} = ٠ \Leftarrow ٢(س+١)^{٣} - (س+١)^{٤} = ٠$$

$$٢(س+١)^{٣} - (س+١)^{٤} = ٠$$

$$(س+١)^{٣}(٢ - (س+١)) = ٠$$

$$(س+١)^{٣}(١ - س) = ٠$$

س = ١ $\Leftarrow$ ص = ٢ نعوض في معادلة المماس: أ = ١

س = -١ $\Leftarrow$ ص = ٠ نعوض في معادلة المماس: أ = ٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(أ) ن(س) يحقق شروط نظرية رول

$\Leftarrow$ ن(٠) = ن(٣) $\Leftarrow$ هـ − ب = −ب جتا٣π $\Leftarrow$ ١ − ب = −ب × −١ $\Leftarrow$ $\boxed{ب = \frac{1}{2}}$

ن(س) متصل عند س = ١

$\Leftarrow$ $\lim_{س \to 1^+}$ ن(س) = $\lim_{س \to 1^-}$ ن(س) $\Leftarrow$ −½ جتاπ = هـ' − ½ $\Leftarrow$ هـ' − ½ = −½ × ١ − $\Leftarrow$ $\boxed{هـ' = ٠}$

$\Leftarrow$ لإيجاد جـ : ن'(جـ) = ٠ ، حيث ن'(س) = $\begin{cases} ٠ & ، ٠ < س < ١ \\ \frac{1}{2}\pi جا \pi س & ، ١ \leq س < ٣ \\ ٠,٢ غ & ، س = ٣,٠ \end{cases}$

أولًا : عندما ٠ < س < ١ $\Leftarrow$ صفر = صفر.... نعم $\Leftarrow$ جـ $\in$]٠,١[

ثانيًا : عندما ١ $\leq$ س < ٣ $\Leftarrow$ ½ π جا π جـ = ٠

$\Leftarrow$ π جـ = ٠ $\Leftarrow$ جـ = ٠ $\notin$]١,٣[، π جـ = π $\Leftarrow$ $\boxed{جـ = ١}$ $\in$]١,٣[، π جـ = ٢π $\Leftarrow$ $\boxed{جـ = ٢}$ $\in$]١,٣[

∴ جـ $\in$]٠,١[$\cup$ {١,٢}

(ب) محيط المستطيل (قيمة صغرى مطلقة)

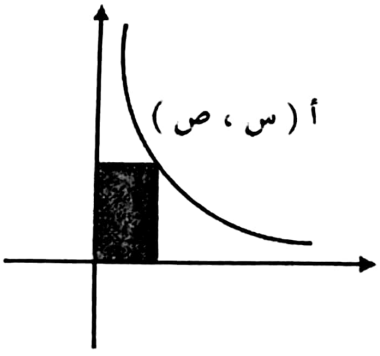
محيط المستطيل = ٢ × الطول + ٢ × العرض

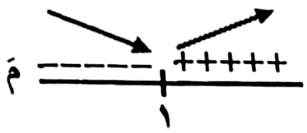
م = ٢س + ٢ص $\Leftarrow$ م = ٢س + ٢ × $\frac{1}{س}$

م = ٢س + $\frac{2}{س}$ $\Leftarrow$ م = ٢س + $\frac{2}{س}$

م' = ٢ − $\frac{2}{س^2}$ $\Leftarrow$ م' = $\frac{2س^2 - 2}{س^2}$

م' = ٠ $\Leftarrow$ ٢س^2 − ٢ = ٠ $\Leftarrow$ س = ١ ، س = −١ (✗)





توجيهي pal

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

State Of Palestine
Ministry of Education
Director of Education // South Hebro

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم \ جنوب الخليل

اليوم : ———
التاريخ : / /٢٠٢٤م
مدة الامتحان : ٢:٤٥
مجموع العلامات : (١٠٠) علامة

State of Palestine
دَوْلَةُ فِلَسْطِين

العام الدراسي ٢٠٢٤م

الفرع : العلمي
المبحث : الرياضيات
الورقة : الاولى

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول: يتكون هذا السؤال من(١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد من أربعة بدائل اختر البديل الصحيح ثم أنقله الى دفترالإجابة:

١) إذا كان س =ظاس جا(٢س) ، فما قيمة $\frac{ص}{س}$ ؟

٢(جتا٢س)　　−٢(جتا٢س)　　−٤جاس جاس　　٢ جا٢س

٢) اذا كان ق(س) > ٠ومتزايد على [أ ، ب] ،هـ(س) < ٠ ومتناقص على [أ ، ب] وكان ل(س) = ق(س)×هـ (س) علما أن ق (س) ، هـ (س) قابلين للاشتقاق على] أ ، ب[فأي من العبارات الآتية صحيحة دائماً ؟

ل(س) متناقص　　ل (س) متزايد　　ل(س) مقعر للأعلى　　ل(س) مقعر للأسفل

٣) اذا كان ق(س) = س^{٢} + ٨لـو س ، س>٠ ، ما قيمة / قيم س التي تجعل المماس لمنحنى ق(س) افقي ؟

٢　　٤　　−٢،٢　　−٤،٤

٤) اذا كانت ق(س) = ($\sqrt{س}$)$^{٢-(لو(س))}$ فما قيمة ق(هـ)؟

$-\frac{١}{\sqrt{هـ}}$　　$\sqrt{هـ}$　　$\frac{١}{\sqrt{هـ}}$　　$-\sqrt{هـ}$

٥) إذا كان ق(٣س − ٢) = ب س^{٣} وكانت $\lim_{س \to ٤} \frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤} = ٨$ ، فما قيمة الثابت ب ؟

٦　　٢　　٤　　١

٦)اذا كانت قيمة جـ التي تحققها نظرية رول على ق(س) = س^{٢} − اس في [− ١، ب] هي ١ ، فماقيمة ب؟

٢　　٣　　−١ ، ٣　　١ ، −٣

٧) ما قياس زاوية انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) اذا علمت أن ق ´(س) =ظا٢س حيث س ∈]$\frac{-\pi}{٢}$ ، $\frac{\pi}{٢}$[؟

$\frac{\pi}{٦}$ | صفر | $\frac{\pi}{٤}$ | $\frac{\pi}{٥}$

٨) اذا كان ق(س) = ٨س – ٤ (م -٣)س٢ ، ما هي قيمة الثابت م التي تجعل ق(س) متعر للأسفل ؟

]-٣ ، ٣[|]-∞ ، -٣[∪]٣ ، ∞[|]-٣ ، ٣[|]-∞ ، ∞[

٩) ما هي قيمة جـ التي تحققها نظرية رول للاقتران ق(س) = لـو$_{هـ}$ (ا س + $\frac{١}{س}$) حيث ا > ٠ على [$\frac{١}{٤}$ ، ٤] ؟

٣ | ±١ | -١ | ١

١٠) ما قيمة $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}}$ $\frac{هـ^{جا٢س - جاس} - ١}{٤س - \pi}$ ؟

$\frac{-١}{٤}$ | $\frac{١}{٤}$ | $\frac{-١}{٢}$ | $\frac{١}{٢}$

السؤال الثاني : ٢٠ علامة

أ) إذا كان متوسط تغير ق(س) في [١ ، هـ] يساوي ٤ فما متوسط تغير الاقتران ل(س) = س٢ ق(س) – ٢لـو$_{هـ}$ (س) على نفس الفترة إذا علمت أن ل(س) يمر بالنقطة (١ ، ٠) ؟ ٦ علامات

ب)اذا كان س = ص جاص أثبت ان $\left(\frac{ص}{س}\right)^{٢} = \frac{ص^{٢}}{س^{٢}}$ (ظتاص – قتاص) . ٦ علامات

ج)إذا كان ق(س) = س٣ – ٣س٢ – ٩س + ١ ، س ∈ [-٢ ، ٤] أوجد . ٨ علامات

١) فترات التزايد و التناقص للاقتران ق(س) .

٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة (ان وجدت) للاقتران ق(س) .

توجيهي pal

السؤال الثالث "٢٠ علامة "

أ)اذا كان ق(س) = ٢س + هـ^س جتاس ، س ∈ [٠ ، ٢ π [أوجد . " ٨علامات "

١) فترات التقعر للأعلى وللأسفل ٢) نقط الانعطاف (ان وجدت)

ب) إذا كان ق(س) = { س^٢ [١/٢ س + ٢] ، ٠ ≤ س < ٢ ; س^٢ + ٤س − ٤ ، ٢ ≤ س ≤ ٤ } ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على الفترة [٠ ، ٤] ثم أوجد قيمة جـ التي تعنيها النظرية (ان وجدت) .

"٦ علامات "

ج) اذا كان ص = ع^٢ − ٨/ع ، ع = ا س^٢ ، ا > ٠ ، وكان |ds/dx| عند س = ٠ = ١٨ فما قيمة ا ؟

" ٦ علامات "

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من ثلاثة اسئلة وعلى المشترك ان يجيب عن أثنين منها فقط

السؤال الرابع "٢٠ علامة "

أ) اذا قطع كل من المماس والعمودي على المماس منحنى العلاقة س^٢ + س ص + ص^٢ = ٣ عند النقطة جـ (١ ، ١) محور السينات في النقطتين أ ، ب أوجد مساحة المثلث أ ب جـ . " ٧ علامات "

ب) اذا علمت أن ص = هـ^(−س) √((١+س)/(١−س)) أثبت أن (١ − س^٢) ص = ص س^٢ . " ٥ علامات "

ج)اذا كان ق(س) = { ا س^٢ + ب س + جـ ، −١ ≤ س ≤ ١ ; ٥ − س^٢ ، ١ < س ≤ ٢ } يحقق شروط نظرية رول في الفترة [−١ ، ٢] ما هي قيم أ ، ب ، جـ ؟

"٨علامات "

توجيهي pal

السؤال الخامس : " ٢٠ علامة "

أ) قذف جسم رأسيا الى أعلى من قمة برج وفق العلاقة ف(ن) = ٢٠ن – ٥ن^{٢} وكان أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض = ٤٠ م أجد .

١) ارتفاع البرج عن سطح الأرض

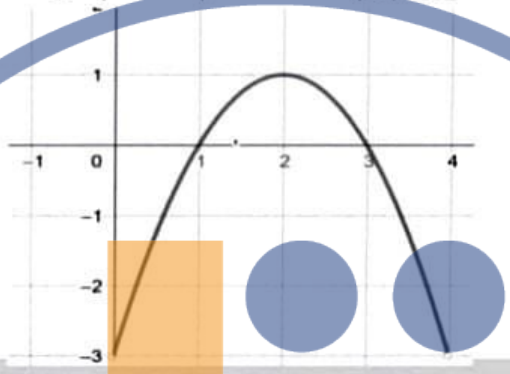
٢) سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع ٣٥ م عن سطح الأرض " ١٠علامات"

ب) الشكل التالي يمثّل منحنى ق َ(س) للاقتران المتصل ق(س) في [٠ ، ٤] أوجد .

١) فترات التقعر للأعلى وللأسفل.

٢) جميع النقاط الحرجة .

٣) جد معادلة المماس لمنحنى ق(س) عند النقطة (٢ ، ١) الواقعة عليه . " ١٠ علامات "



السؤال السادس " ٢٠ علامة "

أ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، بحيث ان ا ب = ٤سم ، ب جـ = ٣ سم ، د نقطة على أ ب ، هـ نقطة على أ جـ ، و نقطة على ب جـ فما ابعاد المستطيل د ب و هـ التي تكون المساحة عندها أكبر ما يمكن ؟ " ١٠ علامات "

ب)اذا كان ق(س) كثير حدود له نقطة انعطاف عند س = ٢ بحيث أن معادلة المماس عندها هي ص= ٤ س +٥ جد $\text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س^{٣} ق َ(س) - ٣٢}{س^{٢} - ٤}$. " ٥ علامات

جـ)اثبت أن المماس المرسوم لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} عند النقطة (س١ ، ق(س١)) يقطع محور السينات في النقطة $(\frac{س١}{٢} ، ٠)$. " ٥ علامات "

انتهت الأسئلة

وفقكـــــم الله تعالـــــــى

توجيهي pdf

اجابات الاختبار

السؤال الأول : يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد من أربعة بدائل اختر رمز الإجابة الصحيحة ثم ضع إشارة (✓) في المكان المخصص في دفتر الإجابة ٢٠ علامة

اجابة السؤال الأول

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
د	أ	أ	ج	ب	ج	ج	ب	أ	ب
٢ حاسر	متناقص	٢	$\frac{1}{2}$	٢	٣	صفر	]٥٥،١٣[	١	$-\frac{1}{2}$

اجابة السؤال الثاني :-

أ) إذا كان متوسط تغير ق(س) في [١ ، هـ] يساوي ٤ فما متوسط تغير الاقتران ٦ علامات

ل(س) = س³ ق(س) – ٢ لـ (س) على نفس الفترة اذا علمت ان ل(س) يمر بالنقطة (١ ، ٠) ؟

متوسط تغير الاقتران ح(س) في [١ ، هـ] يساوي ٤ ⇐

$$\frac{ح(هـ) - ح(١)}{هـ - ١} = ٤$$

متوسط تغير الاقتران ل(س) في [١ ، هـ] $= \frac{ل(هـ) - ل(١)}{هـ - ١}$

$$= \frac{(هـ^٣ ح(هـ) - ٢ لـ هـ) - (١^٣ ح(١) - ٢ لـ ١)}{هـ - ١} = \frac{هـ^٣ ح(هـ) - ٢ - ح(١)}{هـ - ١}$$

$$= \frac{هـ^٣ ح(هـ) - ٢}{هـ - ١}$$

ولكن :

$$= \frac{هـ^٣ |٤ هـ - ٤| - ٢}{هـ - ١}$$

$$= \frac{٤ هـ^٣ - ٤ هـ^٢ - ٢}{هـ - ١}$$

(١)

ل(س) يمر بالنقطة (١ ، ٠)

ل(١) = ٠

$١^٣ ح(١) - ٢ لـ ١ = ٠$

ح(١) = ٠

ح(هـ) – ح(١) = ٤ هـ – ٤

ح(هـ) – ٠ = ٤ هـ – ٤

ح(هـ) = ٤ هـ – ٤

السؤال الثاني :-

ب) اذا كان ص = س + جاص ، أثبت أن $\left(\frac{د ص}{د س}\right)^{2} = \frac{د^{2} ص}{د س^{2}}$ (ظاص - ظا ص) . ٦ علامات

$ص = 1 + جاص$

$ص' = جتاص$

$ص'' = -جاص$

$ص'' = -(ص - 1)$

$ص'' + ص = 1$

$ص'' = 1 - ص$

ج) إذا كان ق(س) = $س^{4} - ٣س^{3} - ٩س^{2} + ١٠$ ، س ∈ [-٢، ٤] أوجد . ٨ علامات

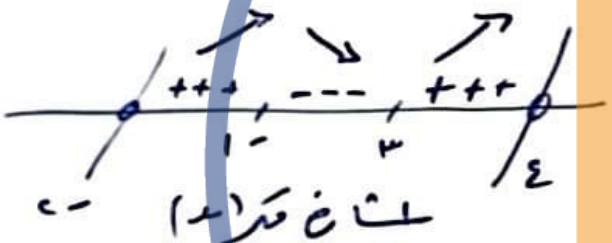
١) فترات التزايد و التناقص للاقتران ق(س) . ٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة (ان وجدت) للاقتران ق(س) .

$ق'(س) = ٣س^{2} - ٦س - ٩ = ٠$

$٣(س^{2} - ٢س - ٣) = ٠$

$٣(س - ٣)(س + ١) = ٠$

$\therefore$ س = ٣ ، س = -١



$\therefore$ ق(س) متزايد في $[-\infty, -١] \cup [٣, ٤]$

ق(س) متناقص في $[-١, ٣]$

$\therefore$ القيم القصوى

قيم س	ق(س)	صغرى محلية	عظمى محلية	القيمة	المطلقة
س = -١	٠	—	✓	(-١، ٦)	✓
س = ٣	-٢٧	✓	—	(-٢، -١)	—
س = ٤	-٢٢	—	✓	(٣، -٢٦)	✓
				(٤، -١٩)	

توجيهي Pro

السؤال الثالث :-

ا) إذا كان ق(س) = ٢س + هـ^{-س} جاس ، س ∈]٠ ، ٢π[أوجد . ٨ علامات

١) فترات التقعر للأعلى وللأسفل ٢) نقط الانعطاف (ان وجدت)

حَ(س) = ٢ − هـ^{-س} جاس + هـ^{-س} جتاس ، س ∈]٠ ، ٢π[

حَّ(س) = هـ^{-س} جاس − هـ^{-س} جتاس − هـ^{-س} جتاس − هـ^{-س} جاس

حَّ(س) = −٢ هـ^{-س} جاس = ٠ ، س ∈]٠ ، ٢π[

هـ^{-س} ≠ ٠ ، جاس = ٠ ⇐ س = π

	]٠ ، π[	π	]π ، ٢π[
حَّ(س)	−	٠	+
حَ(س)	∩	نقطة انعطاف	∪

حَ(س) مقعر لأسفل على]٠ ، π[

حَ(س) = لأعلى على]π ، ٢π[

توجد نقطة انعطاف عندما س = π وهي (π ، حَ(π)) = (π ، ٢ − هـ^{-π})

ب) ب) إذا كان ق(س) = { س^٢ [½ س + ٢] ، ٠ ≤ س < ٢ ; س^٢ + ٤س − ٤ ، ٢ ≤ س ≤ ٤ } ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على الفترة [٠ ، ٤] ثم أوجد قيمة جـ التي تعنيها النظرية (ان وجدت) . ٦ علامات

الحل: [½ س + ٢] = { ٢ ، ٠ ≤ س < ٢ ; ٣ ، ٢ ≤ س < ٤ }

حَ(س) = { س^٢ ، ٠ ≤ س < ٢ ; س^٢ + ٤س − ٤ ، ٢ ≤ س ≤ ٤ }

١) الاتصال

حَ(س) = س^٢ متصل على [٠ ، ٢[لأنه كثير حدود

حَ(س) = س^٢ + ٤س − ٤ متصل على]٢ ، ٤] لأنه كثير حدود

عندما س = ٢

حَ(٢) = ٤ ، نهـ حَ(س) = ٨ ⇐ متصل عندما س = ٢

حَ(س) متصل على [٠ ، ٤]

(٢) حَ(س) = { ٢س ، ٠ < س < ٢ ; ٢س + ٤ ، ٢ < س < ٤ }

حَ(٠) = ٠ ، حَ(٤) = ٨

حَ(س) قابل للاشتقاق عندما س ∈]٠ ، ٤[

حَ(س) تحقق شروط المتوسطة

ويوجد جـ ∈]٠ ، ٤[بحيث أن

حَ(جـ) = (حَ(٤) − حَ(٠)) / (٤ − ٠)

حَ(جـ) = ٨/٤ = ٢

٢جـ + ٤ = ٢ ⇐ جـ = −١ ∉]٠ ، ٤[

٢جـ = ٢

∴ جـ = ١ ∈]٠ ، ٤[

∴ جـ = ٢/٢

السؤال الثالث :-

ج) اذا كان $ص = ع^{-1} - \frac{8}{ع}$ ، $ع = ا س^{\frac{1}{2}}$ ، وكان $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=ا} = ١٨$ فما قيمة $ا$ ؟

$$\frac{د ص}{د ع} = -ع^{-2} + \frac{8}{ع^2}$$

$$\frac{د ع}{د س} = \frac{1}{2} ا س^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} ا^{\frac{1}{2}} \text{ (ثابت)}$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$\frac{د ص}{د س} = \left(-ع^{-2} + \frac{8}{ع^2}\right) \times \frac{1}{2} ا^{\frac{1}{2}}$$

عندما $س = ا$ ، $ع = ا^{\frac{1}{2}}$

$$\therefore ١٨ = \left(-ا^{-1} + \frac{8}{ا}\right) \times \frac{1}{2} ا^{\frac{1}{2}}$$

$$١٨ = \frac{7}{2} ا^{-\frac{1}{2}}$$

$$ا^{-\frac{1}{2}} = ٥$$

$$ا = ٢٥$$

عندما $ص = ١$ ، $ع^{-1} - \frac{8}{ع} = ١$ ، $ع^2 - 8 = ع$

$$ع^2 - ع - 8 = ٠$$

$$(ع - ٤)(ع + ٢) = ٠$$

$$ع = ٤ \text{ أو } ع = -٢$$

$$ع = ا س^{\frac{1}{2}}$$

$$٤ = ٢٥ س^{\frac{1}{2}}$$

$$س = \left(\frac{٤}{٥}\right)^2$$

$$س = \frac{١٦}{٢٥}$$

$$ع = ا س^{\frac{1}{2}}$$

$$-٢ = ٢٥ س^{\frac{1}{2}}$$

$$س = \left(-\frac{٢}{٥}\right)^2$$

$$س = \frac{٤}{٢٥}$$

$$\therefore \text{النقطة } ب = \left(\frac{٤}{٢٥}, -\frac{٢}{٥}\right)$$

$$\therefore \text{النقطة } ج = \left(\frac{١٦}{٢٥}, \frac{٤}{٥}\right)$$

إجابة السؤال الرابع :

أ) اذا قطع كل من المماس والعمودي على المماس منحنى العلاقة $س^2 + س ص + ص^2 = ٣$ عند النقطة

ج (١ ، ١) محور السينات في النقطتين أ ب أوجد مساحة المثلث أ ب ج . ٧٠ علامات

الحل: $٢ك + س ص' + ص + ٢ ص ص' = ٠$

عند (١ ، ١) $\Rightarrow ٢ + ص' + ١ + ٢ ص' = ٠$

$\therefore ٣ ص' = -٣$ ، $ص' = -١$

$ص' = -١ =$ ميل المماس عند (١ ، ١)

معادلة المماس $ص - ١ = -١ (س - ١)$

$ص = -س + ٢$

المقطع السيني $ص = ٠$ ، $س = ٢$

$ب = (٢ ، ٠)$

ميل العمودي $= \frac{-١}{\text{ميل المماس}} = ١$

معادلة العمودي

$ص - ١ = ١ (س - ١)$

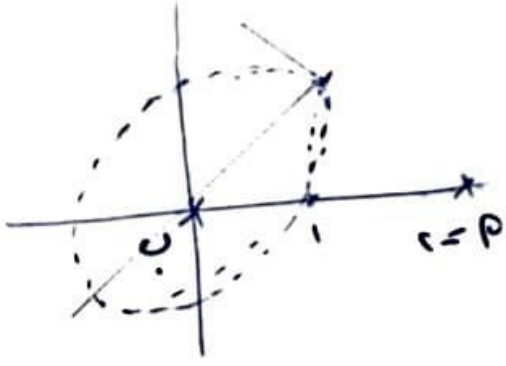
$ص = س$

مساحة $\Delta = \frac{١}{٢} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$= \frac{١}{٢} (٢ - ب) \times ١$

$= \frac{١}{٢} (٢ - ج) \times ١$

$= \frac{١}{٢} \times ١ = ١$ وحدة مساحة



توجيهي pal

السؤال الرابع :

ب) اذا علمت أن $ص = هـ^{س}$ $\sqrt{\frac{1+س}{1-س}}$ اثبت أن $(1-س^2)ص = ص س$. ٥ علامات

نأخذ اللوغاريتم الطرفين

$\ln ص = \ln \sqrt{\frac{1+س}{1-س}}$

$\ln ص = \frac{1}{2}\ln\frac{1+س}{1-س}$

باستخدام مضاعف اللوغاريتمات

$\ln ص = \frac{1}{2}[\ln(1+س) - \ln(1-س)]$

$\frac{ص'}{ص} = -1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+س} + \frac{1}{1-س}\right)$

$= -1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1-س+1+س}{1-س^2}\right)$

$\frac{ص'}{ص} = \frac{1}{1-س^2}$

$\frac{ص'}{ص} = \frac{-1(1-س^2)+1}{1-س^2}$

بالضرب التبادلي

$(1-س^2)ص' = ص(-1+1+س^2)$

$(1-س^2)ص' = س^2 ص$

ج) اذا كان $ق(س) = \begin{cases} أس^2 + ب س + جـ & ، -1 \le س \le 1 \\ 5 - س^2 & ، 1 < س \le 2 \end{cases}$ يحقق شروط نظرية رول في الفترة $[-1 ، 2]$ ما هي قيم أ ب جـ ؟ ٨علامات

لتحقيق شروط رول ⇐ متصل وقابل للاستقاء وأيضا $ق(-1) = ق(2)$

متصل

$\lim_{س \to 1^+} ق(س) = \lim_{س \to 1^-} ق(س)$

$أ + ب + جـ = 5 - 1$

$أ + ب + جـ = 4$ ← (1)

$ق(س)$ قابل للاستقاء

$ق'(س) = \begin{cases} 2أس + ب & ، -1 < س < 1 \\ -2س & ، 1 < س < 2 \end{cases}$

$ق'(1^+) = ق'(1^-)$

$-2 = 2أ + ب$ ← (2)

كذلك $ق(-1) = ق(2)$

$\therefore أ - ب + جـ = 1$ ← (3)

$ب = -3$ ، $2أ = ب = \frac{3}{2}$ بالتعويض في (2)

$-2 = 2أ + ب$

$-4 = 3أ + 2$ ← $أ = -\frac{6}{4}$

بالتعويض في (1)

$أ + ب + جـ = 4$

$-\frac{6}{4} + \frac{12}{4} + جـ = 4$

$-\frac{1}{4} + جـ = 4$

$\therefore جـ = \frac{17}{4}$

توجيهي pdf

أ) قذف جسم رأسيا الى أعلى من قمة برج وفق العلاقة ف(ن) = ٢٠ن − ٥ن^{٢} وكان اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عن سطح الأرض = ٤٠ م اجد ١) ارتفاع البرج عن سطح الأرض

١) سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع ٣٥ م عن سطح ارض ١٠٠علامات

الحل: ع(ن) = ف′(ن) = ٢٠ − ١٠ن

٠ = ٢٠ − ١٠ن ⇐ ن = ٢ ثانية

أقصى ارتفاع = ف(٢) = ٤٠ − ٤٠ = ٢٠م

صد قمة البرج

∴ طول البرج = ٤٠ − ٢٠ = ٢٠م

سرعة الجسم وهو على ارتفاع ٣٥م ⇐

ف = ٣٥ = ٢٠ − ن٢ + ٥ن٢

١٥ = ٢٠ن − ٥ن٢

٠ = ١٥ + ٢٠ن − ٥ن٢

ن٢ − ٤ن + ٣ = ٠

(ن − ٣)(ن − ١) = ٠

ن = ٣ ثانية ، ن = ١ ثانية

ع| = ٢٠ − ٣٠ = −١٠م/ث

ن = ٣ ثانية

ع| = ٢٠ − ١٠ = ١٠م/ث

ن = ١

ب) اذا مثل الشكل التالي منحنى ق′(س) للاقتران المتصل ق(س) في [٠ ، ٤] أوجد .

١) فترات التقعر للأعلى وللأسفل. ٢)جميع النقاط الحرجة .

٢) جد معادلة المماس لمنحنى ق(س) عند النقطة (٢ ، ١) الواقعة عليه . ١٠٠ علامات

صد ضلع الشكل لحد الله .

ق′(س) | + + + | − − − | − − − | + + + |

٠ ١ ٣ ٤

ق(س) | ↗ | ↘ | ↘ | ↗ |

ق(١) قيمة عظمى محلية

ق(٣) قيمة صغرى محلية

∴ ق(س) متقعر للاعلى على]٠ ، ١[∪]٣ ، ٤[

ق(س) متقعر للاسفل على]١ ، ٣[

∴ النقاط الحرجة هي

(٠ ، ق(٠)) ، (١ ، ق(١)) ، (٣ ، ق(٣)) ، (٤ ، ق(٤))

(١ ، ٢) نقطة عاس .

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

ص − ١ = ١(س − ٢)

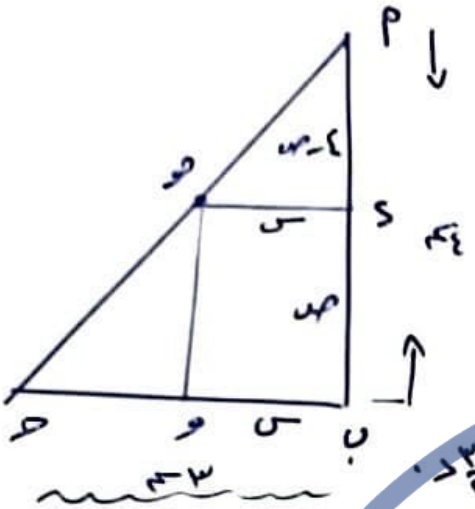
ص = س − ١

ميل المماس = ق′(١) = ١ صد ميل

صد طلة المماس

السؤال السادس :

ا) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، بحيث ان ا ب = ٤سم ، ب جـ = ٣ سم ، د نقطة على أ ب ، هـ نقطة على أ جـ ، و نقطة على ب جـ فما ابعاد المستطيل د ب هـ و التي تكون المساحة عندها أكبر ما يمكن ؟



الحل: ابعاد المستطيل س ، ص .

نجد Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ ⇐ $\frac{\text{د هـ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{أ د}}{\text{أ ب}}$ ⇐ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٤-\text{ص}}{٤}$

⇐ ١٢ - ٣ص = ٤س

(م) مساحة المستطيل وهو وب = س ص

م = $\frac{١٢ - ٣ص}{٤}$ ص ، ص

م = ٣ص - $\frac{٣}{٤}$ ص^{٢}

م$'$ = ٣ - $\frac{٣}{٤}$ × ٢ ص = ٠

⇐ ٣ = $\frac{٦}{٤}$ ص ⇐ ص = ٢ سم

∴ س = $\frac{١٢ - ٣ص}{٤}$ = $\frac{٦}{٤}$ = ١,٥ سم

م$''$(ص) = $-\frac{٦}{٤}$ < ٠

يوجد قيمة عظمى وحيدة عند ص = ٢

أكبر مساحة = ٣ × ٢ = ٦ سم^{٢} .

ب)اذا كان ق(س) كثير حدود له نقطة انعطاف عند س = ٢ بحيث أن معادلة المماس عندها هي ص = ٤ س + ٥ جد نهـا $\frac{\text{س}^{٢} \text{ق}(\text{س}) - ٣٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$. ٥ علامات

ص = ٤ س + ٥ ⇐ ميل المماس عند س = ٢ ⇐ ق$'$(٢) = ٤

ق(٢) = ٤ ⇐ ٢ ق$'$(٢) + ق(٢) = ٠

نهـا $\frac{\text{س}^{٢} \text{ق}(\text{س}) - ٣٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$ = بالتعويض المباشر = $\frac{٠}{٠}$

باستخدام قاعدة لوبتال

نهـا $\frac{٣\text{س}^{٢} \text{ق}(\text{س}) + \text{س}^{٣} \text{ق}'(\text{س})}{٢\text{س}}$

= $\frac{٨ \text{ق}(٢) + ٤ \text{ق}'(٢) \times ٢ \times ٤}{٤}$

= $\frac{٨ \times ٤ + ٤٨}{٤}$ = ١٢

(٧)

حـ)اثبت أن المماس المرسوم لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٣} عند النقطة (س$_{١}$ ، ق(س$_{١}$)) يقطع محور السينات في النقطة ($\frac{س_{١}}{٢}$ ، ٠) .

الحل: حـ(س) له مماس عند (س$_{١}$ ، حـ(س$_{١}$))

ميل المماس = حـ(أ) = جـ$_{١}$

ميل المماس عند س = س$_{١}$ = م = حـ(س$_{١}$) = جـ$_{١}$

حـ(س) = س^{٢}

معادلة المماس ص - ص$_{١}$ = م (س - س$_{١}$)

ص - س$^{٢}_{١}$ = جـ$_{١}$ (س - س$_{١}$)

ص - س$^{٢}_{١}$ = جـ$_{١}$ س - جـ$_{١}$ س$_{١}$

ص = جـ$_{١}$ س - جـ$_{١}$ س$_{١}$ + س$^{٢}_{١}$

يقطع محور السينات المماس عندما ص = ٠

∴ جـ$_{١}$ س - جـ$_{١}$ س$_{١}$ + س$^{٢}_{١}$ = ٠

س$_{١}$ (جـ$_{١}$ - س$_{١}$) = ٠ إما س$_{١}$ = ٠ أو جـ$_{١}$ - س$_{١}$ = ٠

∴ س = $\frac{س_{١}}{٢}$

المماس يقطع محور السينات عند ($\frac{س_{١}}{٢}$ ، ٠)

انتهت الإجابات

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم – جنوب نابلس

الامتحان التجريبي الموحد ٢٠٢٣/٢٠٢٤م
للصف : الثاني الثانوي العلمي

المبحث: الرياضيات– الورقة الأولى
التاريخ: ٥ / ٥ /٢٠٢٤م
الزمن : ساعتان و نصف

ملاحظة : يتكون الامتحان من (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط . مجموع العلامات (١٠٠)

القسم الأول : يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً.

السؤال الأول: (٢٠علامة)

يتكون هذا السؤال من ١٠ فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر البديل الصحيح، ثم انقله الى دفتر الاجابة:

١. اذا كان $ق(س) = س[٢س + ٠,٦] + |-س|$ ، فما قيمة $ق'(٠,٤)$ ؟

(١) (-١)
(٢) (صفر)

٢. إذا كان $هـ(س) = (س-١)(س+١)(س^{٢}+س+١)(س^{٢}-س+١)$ ، فما قيمة $هـ'(-١)$ ؟

(-٣٠) (٣٠)
(-٦) (٦)

٣. اذا كانت معادلة العمودي على منحنى $ق(س)$ عند النقطة $(١، ق(١))$ هي س+٢ص=٥ ، فما قيمة $(ق^{٢})'(١)$ ؟

(٨) (-٨)
(-٢) (٢)

٤. اذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س)-٢}{س-١} = ١٠$ ، وكان $هـ(س) = \frac{س^{٢}}{ق(س)}$ ، فما قيمة $هـ'(١)$ ؟

$\left(-\frac{١}{٥}\right)$ $\left(-\frac{٣}{٢}\right)$
$\left(\frac{١}{٥}\right)$ $\left(\frac{٣}{٢}\right)$

٥. اذا كان لمنحنى $ق(س) = ا س + س^{٢}$ لـو س نقطة حرجة عند $س = هـ$ ، فما قيمة الثابت ا ؟

$\left(\frac{٣}{هـ}\right)$ $\left(-\frac{١}{٣}هـ\right)$
$(٣هـ)$ $(-٣هـ)$

٦. اذا كان لـو ص $= ٢ +$ لـو س ، حيث س، ص > ٠ ، فما قيمة $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ ؟

$(هـ^{٢})$ $(٢هـ)$
$(هـ)$ (٠)

٧. إذا كانت $ق'(١) = ق'(٥) = ٠$ ، وكانت $ق''(س) > ٠$ ، لجميع $س \in]-١، ٣[$ ، فما العبارة الصحيحة فيما يلي:

ق(١) قيمة عظمى محلية للاقتران ق(س) ق(٥) قيمة عظمى محلية للاقتران ق(س)
ق(١) قيمة صغرى محلية للاقتران ق(س) ق(٥) قيمة صغرى محلية للاقتران ق(س)

٨. اذا كان قياس زاوية الانعطاف لمنحنى $ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} - جـ س$ يساوي $\frac{\pi}{٤}$ ، فما قيمة الثابت جـ ؟

(٤) (-٢)
(-٤) (٢)

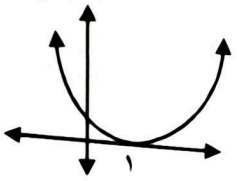
pal توجيهي

٩. إذا كان ق(س) = س^{٢} + ١ ، هـ(س) = جتا^{٢} س ، ما قيمة (ق ∘ هـ)$'$(س) ؟

(٢جا٤س) (٢جتا٤س)

(−٢جا٤س) (−٢جتا٤س)

١٠. بالاعتماد على الشكل المجاور لمنحنى ق$'$(س) ، ما العبارة الصحيحة فيما يلي:



ق(١) صغرى مطلقة للاقتران ق(س) ق(١) صغرى محلية للاقتران ق(س)

(١، ق(١)) نقطة انعطاف أفقي لمنحنى ق(س) (١، ٠) نقطة انعطاف لمنحنى ق(س)

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = ٦ $\sqrt{س}$ − ٣س ، فأوجد : (٨ علامات)

١. مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

٢. القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت) للاقتران ق(س).

ب) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{س^{٢}+٩}{س}$ ، س > ٠ ، والذي يوازي المستقيم (٧ علامات)

المار بالنقطتين (٢ ، −٤) ، (١ ، ٤) ؟

ج) إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) = $\frac{٨}{س}$ ، س ≠ ٠ ، في الفترة [١ ، ب] يساوي −٢ ، (٥ علامات)

فما قيمة/ قيم الثابت ب ؟

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) قذف جسم رأسياً للأعلى من سطح الأرض وكانت إزاحته ف بالأمتار بعد ن من الثواني عن سطح الأرض (٦ علامات)

تعطى بالعلاقة ف(ن) = ١٤ن − ٥ن^{٢} ، ن > ٠ ، فكان أقصى ارتفاع وصله الجسم ٨٠ م ،

جد سرعة الجسم عندما تكون المسافة المقطوعة ١٠٠ م .

ب) إذا كانت س ص^{٢} + π^{٢} جتاص = ٠ ، جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما ص = π (٦ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س^{٢}-٢س & ، -١ \leq س < ١ \\ س^{٢}+٢س-٢ & ، ١ \leq س \leq ٣ \end{cases}$ ، ابحث في تحقق شروط نظرية (٨ علامات)

القيمة المتوسطة على الاقتران ق(س) في الفترة [−١، ٣] ، ثم جد قيمة/ قيم جـ التي تحددها النظرية(إن وجدت) .

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عن (سؤالين) منها فقط .

السؤال الرابع : (٢٠علامة)

أ) جد مجالات التقعر للأعلى و للأسفل للاقتران ق(س) = س هـ^{س} ، س ∈ ح . (٧ علامات)

ب) إذا كان الاقتران هـ(س) = أس^{٢} − ٢ س^{٣} يحقق شروط نظرية رول في الفترة [٠ ، ب] وكانت (٦ علامات)

قيمة جـ التي تعينها النظرية هي ٤ ، فما قيمة ب ؟

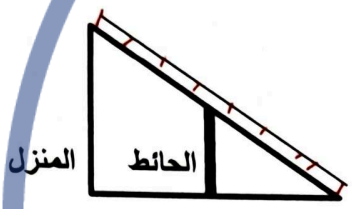
ج) إذا كان ص = (٢ + هـ$^{٣-ع}$)^{٣} ، ع = $\sqrt{٣س^{٢}+٦}$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١ ؟ (٧ علامات)

السـؤال الخامس:(٢٠علامة)

أ) اذا كان الاقتران $ق(س) = \begin{cases} أس^{٢} + ب س - ١ ، & س \leq ١ \\ \frac{٣}{|٢ - س|} ، & س > ١ \end{cases}$ قابلا للاشتقاق على ح ، فجد : (٨ علامات)

١. قيم أ ، ب ٢. $(ق \circ ق)'(٠)$

ب) يمثل الشكل المجاور حائطا عموديا ارتفاعه ٣ أمتار ، ويبعد ٣ أمتار عن أحد المنازل ، جد طول أقصر سُلَّم يصل من الأرض الى أعلى المنزل مرتكزا على الحائط. (١٢علامة)



السـؤال السادس:(٢٠علامة)

أ) اذا كان $ق(س)$كثير حدود من الدرجة الثانية ، وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} + ق(٢س)}{(س-١)^{٢}} = -٢$ ، (١٠ علامات)

فما قاعدة الاقتران $ق(س)$؟

ب) إذا كان $ق'(س)$كثير حدود متزايد على ح ، وكان $هـ(س) = ٢س - س^{٢}$ ، بين أن الاقتران $ك(س) = ق'(س^{٢}) + هـ(س) \times هـ'(س)$متزايد في الفترة $[٣ ، ٥]$ (١٠ علامات)

انتهت الأسئلة

بالتوفيق والنجاح والتفوق

تجريبي على ورقة أولى (ع.ع / ك.ع)
مدرسة كفر نابلس - ساعتان

س١ ① ٢ ② ٣ ③ ٨ ④ $\frac{3}{2}$

⑤ -3 ⑥ صفر ⑦ $\{1\}$ ⑧ -4

⑨ $\frac{2}{3}$ ⑩ $(1, \frac{1}{3})$

س٢ ⑴ $\text{ق}(س) = 6س^{\frac{1}{3}} - 3س$ متصل على مجاله $\mathbb{R}$.

$\text{ق}'(س) = 6 \times \frac{1}{3} س^{-\frac{2}{3}} - 3 = \frac{2}{س^{\frac{2}{3}}} - 3$ ، $س \neq 0$.

$\text{ق}'(س) = 0$ أو غ م $\leftarrow س = 0$ (طرف مغلقة)

$\frac{2}{س^{\frac{2}{3}}} - 3 = 0 \leftarrow \frac{2}{س^{\frac{2}{3}}} = 3 \leftarrow س^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \leftarrow س = 1$ ✓

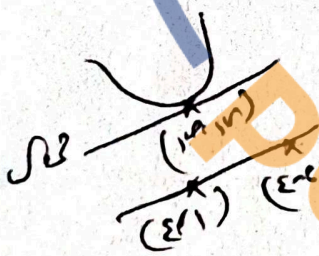
$\text{ق}'(س)$: $-$ $-$ | $+$ $+$ | $-$ $-$ (عند 0 و 1)

ق متزايدة في $[0, 1]$ ، متناقصة في $]1, \infty[$

$\text{ق}(0) = 0$ قيمة صغرى محلية (بداية تزايد)

$\text{ق}(1) = 6 - 3 = 3$ قيمة عظمى محلية ومطلقة.

⑵ $\text{ق}(س) = \frac{9 + س^2}{س} = س + \frac{9}{س}$ ، $س \neq 0$.



م م = ميل المستقيم المار بـ .

م م = $\text{ق}'(س) = 1 + \frac{-9}{س^2}$

$= 1 - \frac{9}{س^2} \leftarrow 1 - \frac{9}{س^2} = -8$

$\frac{9}{س^2} = 9 \leftarrow س^2 = 1 \leftarrow س = \pm 1$

$س = 1 \leftarrow ص = \text{ق}(1) = 10 \leftarrow (1, 10)$ نقطة التماس .

$ص - ص_1 = م م (س - س_1)$

$ص - 10 = -8(س - 1)$

$\boxed{ص = -8س + 18}$

س ٢ (ج) متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$= \frac{ص(ب) - ص(أ)}{ب - أ}$ ، $ن > ١$ .....

$= \frac{٨ - ٥}{٢ + ن - ٨} = \frac{٣}{ن - ٧ + ن}$

نضرب ب $(ن - ١)(ن - ٤)$ ⟸ $٣(ن - ١)(ن - ٤) = ٣(ن - ٧ + ن)$

$٣ن^٢ - ١٥ن + ١٢ = ٣ن^٢ + ٣ن - ٢١$

$-١٨ن = -٩$ ⟸ $ن = \frac{١}{٢}$ ✗ مرفوض

ب ٤ ج

س ٣ (أ) عند أقصى ارتفاع يكون ع = صفر ، $٠ \le ن \le ٤$

$ع(ن) = ٣٠ن - ٤٩ن^٢$

$ع = ٠ \leftarrow ٣٠ن - ٤٩ن^٢ = ٠$ ⟸ $ن = \frac{٣٠}{٤٩}$ ⟸ $\frac{٥}{٨}$ ثانية

أقصى ارتفاع = ف $(\frac{٥}{٨}) = ٨٠$

$\leftarrow ٣٠ \times \frac{٥}{٨} - ٤٩ (\frac{٥}{٨})^٢ = ٨٠$

$\frac{٧٥}{٨} - \frac{٤٩}{٦٤} ع^٢ = ٨٠$ ⟸ $\frac{٤٩}{٦٤} ع^٢ = -٤٠$ ⟸ $ع^٢ = -٣٢٠$ ⟸ ع = ١٨ م/ث

$ع = ١٨ \cos ٦٠ = ٩$ م/ث

$ن = \frac{٤}{٩}$ ثانية (زمن أقصى ارتفاع).

المسافة المقطوعة = ٢ × أقصى ارتفاع − ف $(\frac{٤}{٩})$

$= ٢ \times ٨٠ - (٣٠ \times \frac{٤}{٩} - ٤٩ \times \frac{١٦}{٨١})$

$= ١٦٠ - ٤٠ + \frac{٧٨٤}{٨١} = ١٢٠ + \frac{٧٨٤}{٨١}$ م

$ع = ٣٠ - ٩٨ن = ٠$ ⟸ $ن = \frac{٣٠}{٩٨} = \frac{١٥}{٤٩}$ ثانية

$ف(\frac{١٥}{٤٩}) = ٣٠ \times \frac{١٥}{٤٩} - ٤٩ (\frac{١٥}{٤٩})^٢ = \frac{٤٥٠}{٤٩} - \frac{٢٢٥}{٤٩} = \frac{٢٢٥}{٤٩}$ م

$ف(٢) = ٣٠ \times ٢ - ٤٩ \times ٤ = ٦٠ - ١٩٦ = -١٣٦$ م

المسافة المقطوعة خلال الثانية الثالثة = $\frac{٢٢٥}{٤٩} + ١٣٦ = \frac{٦٦٦٤}{٤٩}$ م

توجيهي Pal

توجيهي pal

س٤ (أ) ق متصل على ح

$ق'(س) = س \times هـ^{س} + هـ^{س} \times ١$

$ق''(س) = س \times هـ^{س} + هـ^{س} \times ١ + هـ^{س} = (س+٢) هـ^{س}$

$ق''(س) = ٠$ ← إذاً $(س+٢) هـ^{س} = ٠$ ← إما $س+٢=٠$ أو $هـ^{س} = ٠$ ✗

$س = -٢$

ق''(س): − − − | + + + (عند −٢)

مقعرة للأعلى في $[-٢ ، ∞[$ ، للأسفل في $]-∞ ، -٢]$

(ب) $ق(٠) = ق(ب)$ ، $ب > ٠$

$∴ ٠ = أ ب^{٤} - ٢ب^{٣}$

$ب^{٣} (أ ب - ٢) = ٠$ ← إما $ب^{٣} = ٠$ أو $أ ب - ٢ = ٠$

$ب = ٠$ ✗ ، $أ ب = ٢$ (١)

لكن جـ = ٤ ← $ق'(جـ) = ٠$

$ق'(٤) = ٠$

$ق'(س) = ٤أ س^{٣} - ٦س^{٢}$

$ق'(٤) = ٨أ - ٦ = ٠$ ← $أ = ١٢$

من (١) ← $١٢ ب = ٢$ ← $ب = ٦$

(جـ) $\frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس} \times \frac{دس}{دن}$

$\frac{دص}{دع} = ٣(٢ + هـ^{٣-ع})^{٢} \times هـ^{٣-ع} \times -١$

$\frac{دع}{دس} = \frac{٦س}{٢\sqrt{٣س^{٢}+٦}} = \frac{٣س}{\sqrt{٣س^{٢}+٦}}$

$س = ١$ ← $ع = \sqrt{٣+٦} = \sqrt{٩} = ٣$

$\frac{دص}{دن}\Big|_{ن=١ ، ع=٣} = -٣(٢+هـ^{٠})^{٢} \times هـ^{٠} \times \frac{٣}{٣} = -٣ \times ٩ = -٢٧$

Pal توجيهي

Pdf نوتيهي

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم جنين
المبحث: الرياضيات

الصف: الثاني الثانوي العلمي
التاريخ: ٦ / ٥ / ٢٠٢٤ م
مدة الامتحان: ساعتان ونصف
مجموع العلامات: (١٠٠) علامة

الورقة الأولى

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا.

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

يتكون هذا القسم من (١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر البديل الصحيح، ثم أنقله الى دفتر الإجابة:

١-اذا كان ق(س)= س + ٤س$^{-١}$، يحقق شروط نظرية رول في [١ ، ب] ، وكانت جـ التي تعنيها النظرية = $\frac{١}{٢}$ب، فما قيمة الثابت ب؟

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) ٤

٢- اذا كانت ف تمثل ارتفاع الجسم عن سطح الارض بعد قذفه لأعلى بالأمتار، حيث ف = ٢٠ك ن – ٥ ن^{٢} ، فما قيمة ك التي تجعل الزمن الذي يغير فيه الجسم من اتجاهه يساوي ٦ ؟

أ) ٣٠ ب) ٢٥ ج) ٤٠ د) ٥٠

٣- أجد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{\text{جتا}^{٣}(س - ٦هـ) - \text{جا}^{٣}(\frac{\pi}{٢} - س)}{هـ}$

أ) ٦جتا^{٢} س ب) ٣جتاس حا٢س ج) ٩ جتاس حا٢س د) - ٩جتاس حا٢س

٤-اذا كان ق(س) = $\sqrt{٢س + ١}$ ، وكان ق(س) قابلا للاشتقاق ، فما قيمة ق$'$(٣)؟

أ) ١٦ ب) ٢٩ ج) ٤٨ د) ١٤٤

٥) ما عدد النقاط الحرجة للاقتران ق(س) = $\lim_{س \to ٠}$ (س^{٢} – ٣س) ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

توجيهي pal

٦)اذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في [٢،٤] يساوي ٥ و كان ق(٢)ق(٤)=٨ ، ٢ هـ(س)ق(س)=١ ، أجد متوسط التغير في الاقتران هـ(س) على نفس الفترة.

أ) $\frac{-٥}{١٦}$ ب) $\frac{-٥}{٨}$ ج) $\frac{٥}{١٦}$ د) $\frac{٥}{٨}$

٧) اذا كان ن(س) $= \frac{١}{(جـ+٧)}$ س$^{-٧}$ ، ن$^{(٣)}$(س) = جـ س^{٢} ، فما قيمة جـ ∋ ص؟

أ) -١٢، ٥ ب) ٥ ج) ٦ د) ١٢

٨) اذا كان س= جا٢ص ، ص ∋ $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ ، فإن ٢ص" جتا^{٢} ٢ص تساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ س ب) س ج) صفر د) ٢س

٩) اذا كان ق(س) = س^{٣} +ك س^{٢} -٩س ، ك ∋ ح ، له نقطة انعطاف عند س = -١ ، أجد ظل زاوية الانعطاف .

أ) -١٢ ب) صفر ج) ٣ د) ١٢

١٠) اذا كان هـ(س) = $\sqrt{٤س^{٢} - |٣س|}$ ، هـ(١)=-١ ، هـ (١) = -٢، فما قيمة $\left(\frac{هـ}{هـ}\right)'$ (١)؟

أ) $-\frac{١١}{٣}$ ب) $\frac{-٥}{٣}$ ج) $\frac{٥}{٣}$ د) $\frac{١١}{٣}$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ)اذا كان ص = ع^{٢} + ١، س^{٢}ع = ع^{٢} -٢ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عندما ع = ٢، س<٠؟ (٨علامات)

ب)اذا كان ن(س) = ٢س^{٢} $-\frac{١}{٤}$ س^{٤} ، س∋[-٣،٢]، أجد القيم القصوى المحلية والمطلقة. (٦علامات)

جـ) اذا علمت أن ق(س) اقتران كثير حدود حيث: (ق(س) + ٢ ق'(س))" = ٣س^{٢} + ١٦س + ٨ ، أجد قاعدة الاقتران ق(س) ، علما بان مقطعه الصادي = -٤ .
(٦ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق'(س)= جاس(١+ جتاس) ، س ∋[٠،٢π]، أعين نقطة /نقط الانعطاف للاقتران ق(س). (٦ علامات)

ب) ما احداثيات النقطة (س، ص) الواقعة في الربع الأول على منحنى العلاقة ص^{٢} = س^{٢} + ٨، والتي تكون أقرب ما يمكن الى النقطة م (٢ ، ٠) .

(٧ علامات)

جـ) أجد معادلة المماس لمنحنى العلاقة: (س^{٢} -٢س)^{٢} +ص^{٢} = ص، عند نقطة تقاطعه مع منحنى الاقتران ص= ٢س^{٢} -٤س + ١، حيث س، ص أعداد صحيحة.

(٧ علامات)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين منها فقط.

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١٠ - ٥س & ، \quad ٠ \leq س < ٢ \\ \left[\frac{س+١}{٢}\right] - \frac{س^{٢}}{٤} & ، \quad ٢ \leq س \leq ٣ \end{cases}$

جد ق$''$(س) .

(٨ علامات)

ب) اذا كان ق(س) = $|س|^{أ}$ ، حيث أ عدد طبيعي زوجي ، هـ(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، \quad س \geq ١ \\ ٢س - ١ & ، \quad س < ١ \end{cases}$.

وكان (ق ◦ هـ)$'$(١) = ٤ ، أجد قيمة أ .

(٧علامات)

جـ) قذف جسم لأعلى من سطح بناية حسب العلاقة ف= ٦٠ ن -٥ن^{٢} ، ن الزمن بالثواني، ف الارتفاع بالأمتار، وفي نفس اللحظة أقلت جسم من ارتفاع ٢٠٠ م عن سطح الأرض حسب العلاقة ف = ٥ ن^{٢} ، وكانت سرعة الجسم الثاني ٢٠م/ث في اللحظة التي كان فيها الجسمين على نفس الارتفاع عن سطح الأرض، فما ارتفاع البناية ؟

(٥ علامات)

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) احسب حجم أكبر مخروط قائم ناتج من دوران مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٠سم دورة كاملة حول أحد ضلعيه القائمين.

(٧ علامات)

توجيهي pal

ب) اذا كان ق(س) = ٣ب (حاس + حتاس) ، اثبت أن متوسط تغير الاقتران ق(س) عندما تتغير س من – ب الى ٢ب هو: (حتاب – حاب)(٢حاب – ١) + ١ . (٧ علامات)

جـ) اذا كان ق(س) كثير حدود معرف على الفترة [١، ٥] ، ويقع منحناه في الربع الرابع وهو متزايد، ل(س) = هـ^س ، ك(س) = $\frac{\text{ق}(\text{س})}{\text{ل}(\text{س})}$ ، اثبت أن الاقتران ك(س) اقتران متزايد على [١، ٥]. (٦ علامات)

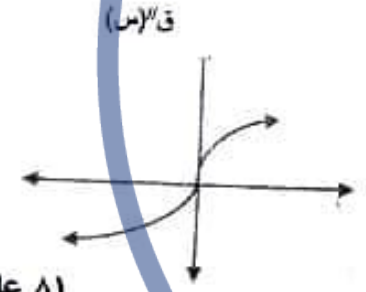
السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) اذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^٣ – ٤س+٥ عند النقطة (س، ٢س) هي: جـ ص= س+ ٣ ، جـ ≠ ٠، جد القيم الممكنة للثابت جـ . (٧ علامات)

ب) اذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}}$ ، س ∈ [أ، ب] ، أ > ٠ ، باستخدام نظرية القيمة المتوسطة أثبت أن : $\text{أ}\sqrt{\text{ب}} < \left(\sqrt{\text{أ}} + \sqrt{\text{ب}}\right)^2 < \text{ب}\sqrt{\text{أ}}$. (٦ علامات)

جـ) بالاعتماد على منحنى ق″(س) المجاور و علما بأن: ق′(٢)= ق′(-٥) = ٠ .

١- حدد الفترة التي يكون فيها منحنى ق(س) تحت جميع مماساته.
٢- أحدد مجالات التزايد و التناقص لمنحنى ق(س) .
٣- أجد حل المتباينة ق(٣) > ٠ .



(٨ علامات)

انتهت الاسئلة وبالتوفيق

توجيهي pal

الاجابه النموذجيه
الورقه الاولى

س١/

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الاجابه	ج	ب	ج	د	ب	ب	ب	ب	ب	ج

س٣/ ب)

$ص = ع^{٣} + ١$ ، $س^{٢} ص = ع^{٢} - ٢$

$\frac{د ص}{د ع} = ٣ ع^{٢}$ عندما $ع = ٢$ $\Leftarrow$ $\frac{د ص}{د ع} = ٣ \times ٤ = ١٢$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$٢ س ص + س^{٢} \times \frac{د ص}{د س} = ٢ ص \frac{د ص}{د س}$

$ص \times ٢ س = ٢ ص \frac{د ص}{د س} - ٣ \frac{د ص}{د س}$

$ص \times ٢ س = \frac{د ص}{د س} (٢ ص - ٣)$

عندما $ص = ٢$ $\Leftarrow$ $س = ١$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٢ س ص}{٢ ص - ٣} = \frac{٢ \times ٢}{٤ - ٣} = \frac{٤}{١} = ٤$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$٤ = ١٢ \times$ د

د $= \frac{١}{٣}$

توجيهي pdf

س٣/ب) $ق(س) = ٣س^{٢} - \frac{١}{٤}س^{٤}$ ، $س \in [-٢ ، ٤]$

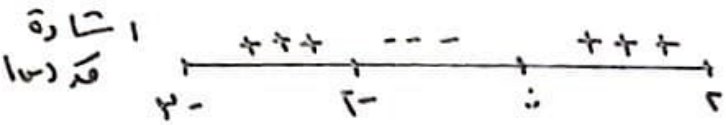
الحل:

$ق'(س) = ٤س - س^{٣}$

$\therefore$ =

$س(٤ - س^{٢}) = \therefore$

$س = \therefore ، -٢ ، ٢$



$ق(-٢)$ = عظمى محليه = ٤ / مطلقه

$ق(٢)$ = ٤ عظمى محليه / مطلقه

$ق(-٤)$ = -٥٦ صغرى محليه / مطلقه

$ق(٠)$ = صغرى محليه = صفر

س٤/ب) $ق(س) + ٢ ق''(س) = ٣س^{٣} + ١٦س + ٨$

$ق(س) = أس^{٣} + بس^{٢} + جس + د$

$ق'(س) = ٣أس^{٢} + ٢بس + ج$

$ق''(س) = ٦أس + ٢ب$

$\Rightarrow ق(س) + ٢ ق''(س) = ٣أس^{٣} + (٦ب + ١٢أ)س^{٢} + (ج + ٤ب)س + (د + ٢ج)$

بالمقارنه بين كثيرتي الحدود

* $٣أ = ٣ \Rightarrow$ $\boxed{أ = ١}$

* $٦ب + ١٢ = ١٦ \Rightarrow$ $ب = ٤ \Rightarrow$ $\boxed{ب = ٤}$

* $ج + ٤ب = ٨$

$ج + ١٦ = ٨ \Rightarrow ج = \therefore$

* $(\because د = -٤)$ $\Rightarrow$ $\boxed{د = -٤}$

$\boxed{ق(س) = س^{٣} + ٤س^{٢} - ٤}$

توجيهي pal

س ٦ / ب) ق(س) = جا س (١ + جتا س) ، س ∈ [٠ ، ٢π]

ق'(س) = جا س × -جا س + (١ + جتا س) × جتا س

= -جا²س + جتا س + جتا²س

= جتا²س - (١ - جتا²س) + جتا س

= ٢ جتا²س + جتا س - ١

= ٠

(٢ جتا س - ١)(جتا س + ١) = ٠

جتا س = ½ ⇐ س = π/٣ ، ٥π/٣

جتا س = -١ ⇐ س = π

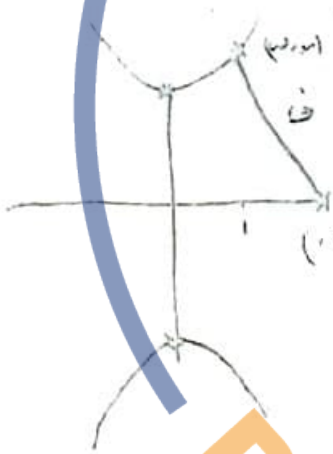
إشارة ق'

	π/٣		π		٥π/٣	
+	+	-	-	-	+	+

تعطف لأسفل

(π/٣ ، ق(π/٣))

(٥π/٣ ، ق(٥π/٣))



ف = (س - ٠)² + (ص - ٠)²

ف = س² - ٤ س + ٤ + ص²

ف = س² - ٤ س + ٤ + س² + ٨

= ٢ س² - ٤ س + ١٢

ف' = ٤ س - ٤

ف' = ٠ ⇐ ٤ س - ٤ = ٠

س = ١

ص = ٢

ف'' = ٤ > ٠

ف عند س = ١ قيمة صغرى

ص = س² + ٨ ⇐ ص = ٩

النقطة (٣ ، ٣) هي أقرب نقطة على المنحنى

المسافة = √(٣ - ٠)² + (٣ - ٠)² = √١٨ = ٣√٢

توجيهي Pal

س٢/ ج) لإيجاد نقطة التقاطع

$ص = ٢س^{٢} - ٤س + ١$

$\frac{ص - ١}{٢} = (س^{٢} - ٢س)$

$\left(\frac{ص-١}{٢}\right)^{٢} + ص^{٢} = ص$

$\frac{(ص-١)^{٢}}{٤} + ص^{٢} = ص \Rightarrow (ص-١)^{٢} + ٤ص^{٢} = ٤ص$

$ص^{٢} - ٢ص + ١ + ٤ص^{٢} = ٤ص$

$٥ص^{٢} - ٦ص + ١ = ٠$

$(٥ص - ١)(ص - ١) \Rightarrow ص = \frac{١}{٥}$ ✗

$ص = ١$

عندما $ص = ١$

$١ = ٢س^{٢} - ٤س + ١ \Rightarrow ٢س^{٢} - ٤س = ٠ \Rightarrow ٢س(س - ٢) = ٠$

$س = ٠$

$س = ٢$

نقط التقاطع

$(٠، ١)$ ، $(٢، ١)$

* $٢(س - ٠)(س - ٢) + ٢ص_{١} ص = ص_{١}$ عندما $س = ٠$ ، $ص = ١$

$٢ص_{١} = ص_{١}$

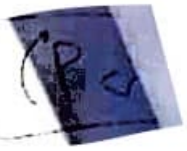
$٢ص_{١} - ص_{١} = ٠ \Rightarrow \boxed{ص_{١} = ٠}$ ميل المماس الأفقي

معادلة $ص = ١$

عند $(٢، ١)$

$٢ص_{٢} = ص_{٢} \Rightarrow ص_{٢} = ٠$ ميل آخر

∴ معادلة المماس $ص = ١$



د(س) = { ١٠ − ٥س ، ٠ ≤ س < ٢ ؛ ١ − ص/٤ ، ٢ ≤ س < ٣ ؛ −١/٤ ، س = ٣ }

نهـ د(س) = ١٠ − ١٠ = صفر
س→٢⁻

نهـ د(س) = ١ − ٤/٤ = صفر = د(٢)
س→٢⁺

⇐ د متصلة عند س = ٢

مدَ(س) = { −٥ ، ٠ < س < ٢ ؛ ص/٤ ، ٢ < س < ٣ }

مدَ(٢) = −٥ ، مدَ(٢⁺) = −١ ⇐ مدَ غير متصلة عند س = ٢

مدَ(س) = { صفر ، ٠ < س < ٢ ؛ −١/٤ ، ٢ < س < ٣ }

توجيهي pal

س ٦) $د(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ١$

$د'(س) = ٣س^{٢} - ٦س$

$٣س^{٢} - ٦س = ٠$

$٣س(س - ٢) = ٠$

$س = ٠ \quad ، \quad س = ٢$

س	$]-\infty, ٠[$	٠	$]٠, ٢[$	٢	$]٢, \infty[$
$د'(س)$	+	٠	-	٠	+
$د(س)$	↗	١	↘	-٣	↗

* يقبل جاد اتصال لـ $د(س)$

$د(١) = ١$

$د = ٩ - ١$

$د = ٩ - ٩$

$د = ٠$

س	$]-\infty, ٠[$	٠	$]٠, ٢[$	٢	$]٢, \infty[$
$د'(س)$	+	٠	-	٠	+
$د(س)$	↗	١	↘	٠	↗

$\Rightarrow$ ك $= ٢$

(د ٥ هـ) (١)

$د'(د(١)) \times د'(١) = ٤$

$د'(١) \times ٢ = ٤$

$٩ \times ٢ = ٤$

$٩ = ٢$

ج)

$ق_{١} = ٦٠° - ٥٠°$

$ق_{٢} = ٥٠°$

$ق_{٣} = ١٨٠° - ٢٠°$

$ن = ٢ق$

$ل + ق_{١}(ن) + ق_{٢}(ن) = ٢٠٠$

$ل = ٢٠٠ - (ق_{١}(٢) + ق_{٢}(٢))$

$= ٢٠٠ - (١٠٠ + ٢٠)$

$= ٨٠ م$

توجيهي pal

ب) $ع_3 + ع_3 = 100 \Rightarrow ع_3 = 100 - س_3$

ح) $= \frac{1}{2} \times ع_3 \times 3$

$= \frac{1}{2} \times (100 - س_3) \times 3$

$= \frac{1}{2} \times (300 - 3س_3)$

$= \frac{1}{2} \times 3(100 - س_3)$

$= \frac{3}{2}(100 - س_3)$

$س_3 = 0 \Rightarrow ح = \frac{3}{2} \times 100 = 150$ وحدة مربعة

$ح'(س) = \frac{3}{2}(-1) = -\frac{3}{2}$

توجيهي pal

توجيهي pal

ش/ج) $\because$ $ق(س) < 0$ $\Rightarrow$ $ل(س) = -ق(س)$ ، $\because$ $ق(س) > 0$ $\Rightarrow$ $ل(س) = ق(س)$

$$ك(س) = \frac{ق(س)}{ل(س)}$$

$$ك'(س) = \frac{(ل(س) \times ق'(س)) - (ق(س) \times ل'(س))}{ل^2(س)}$$

$$= \frac{(\text{موجب} \times \text{موجب}) - (\text{سالب} \times \text{موجب})}{\text{موجب}} = \text{موجب}$$

$\therefore$ $ك(س)$ متزايد على مجاله

(٩)

توجيهي pal

ج) $f(x) = \sqrt{x}$ ، $x \in [a, b]$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

$\frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{b - a} \cdot \frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{b} + \sqrt{a}}$

$\sqrt{c} = \frac{b - a}{\sqrt{b} + \sqrt{a}}$

$\sqrt{c} < \frac{b - a}{\sqrt{a} + \sqrt{a}}$

$\sqrt{c} < \frac{b - a}{2\sqrt{a}}$

$\sqrt{c} < \frac{b}{2\sqrt{a}} - \frac{a}{2\sqrt{a}}$

$\sqrt{c} < \frac{b}{2\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}}{2}$

$\sqrt{c} + \frac{\sqrt{a}}{2} < \frac{b}{2\sqrt{a}}$

$2\sqrt{a}\sqrt{c} + a < b$

$2\sqrt{ac} + a < b$

$a + 2\sqrt{ac} + c < b + c$

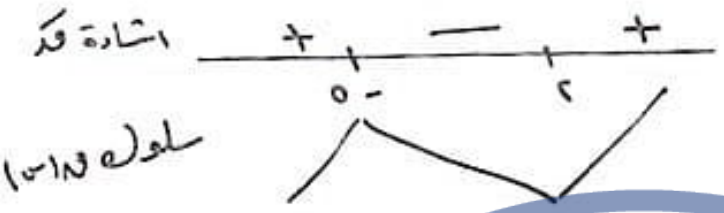
$(\sqrt{a} + \sqrt{c})^2 < b + c$

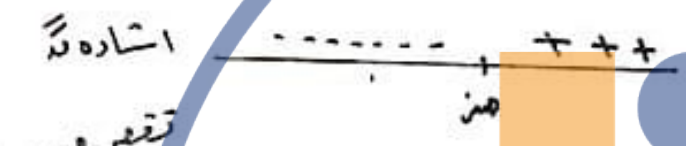
* $a < c < b$

$\therefore a + c > b$

توجيهي pal

ج) $ق'(٠) = ق'(-٥) = ٠$





[١] ق(س) مقعراً للاسفل (تحت المماس) $]-\infty ، هـ[$

[٢] ق(س) متزايد $[٢ ، \infty[\cup]-\infty ، -٥]$

ق(س) متناقص $[-٥ ، ٢]$

[٣] $ق'(٢) > ٠$

عندما ق' (س) متزايد

$\Leftarrow ٢ < س$ ق

(انتهت الاجابة)

توجيهي pal

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم رام الله والبيرة
الامتحان الموحد لمحافظة رام الله والبيرة

الامتحان التجريبي للفصل الأول للعام الدراسي 2023-2024م

المبحث :- الرياضيات
الورقة :- الاولى

الفرع : العلمي
الزمن : ساعتان وخمس واربعون دقيقة

مجموع العلامات (١٠٠) علامة
التاريخ : ٦ / ٥ / ٢٠٢٤م

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) أسئلة منها على ان يكون الاول منها

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة (٢٠ علامة)

(١) اذا كان $ن(س) = (٤ - [س])جا\left(\frac{\pi}{س}\right)$ فما قيمة $ن'\left(\frac{١}{٢}\right)$ ؟

$-\pi١٦$ $\pi٤$ $\pi١٦$ غير موجودة

(٢) ما قيمة $نهـا_{س \to \frac{\pi}{٢}} \left(\frac{هـ^{١-جاس} - ١}{٢هـ^{لوس} - \pi}\right)$ ، حيث هـ العدد النيبيري ؟

$\frac{٥}{٢}$ $\frac{١}{٢}$ ٠ $-\frac{هـ}{٢}$

(٣) ما قيمة جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران $ن(س) = س^{\frac{٢}{٣}}$ في $[٨،٠]$ ؟

$\frac{٢٧}{٦٤}$ $\frac{٦٤}{٢٧}$ $\frac{٢٧}{٨}$ $\frac{٨}{٢٧}$

(٤) إذا كان ن(س) اقترانا متصلا على $[٤،١]$ ، وكانت $ن''(س) > ٠$ لجميع قيم $س \in]١،٤[$ ، ن(س) له ثلاث نقاط حرجة فقط في $[٤،١]$ وكانت $ن'(٢) = ٠$ ، ما العبارة الصحيحة دائما ؟

$ن(٣) < ٠$ $ن'(٣) = ٠$ $ن(٣) < ن(٢)$ $ن(٣) > ن(٢)$

(٥) ما عدد النقط الحرجة للاقتران $ن(س) = \sqrt[٣]{س^٢ - ٤}$ ، $س \in [-١،٣]$ ؟

٢ ٣ ٤ ٥

٦) ما أصغر قيمة ممكنة للاقتران $ن(س) = جاس - \frac{١}{٣}جا^٣س$ في $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}\right]$ ؟

$\frac{\pi٣}{٢}$ $-\frac{١}{٢}$ ٠ $-\frac{٢}{٣}$

٧) يتحرك جسم حسب العلاقة $ع = \frac{ف}{ن}$ حيث ع، ف السرعة والازاحة على الترتيب وكانت $ع(٢) = ٣\pi/ن$ فما قيمة التسارع عندما تكون $ن = ٢$ ؟

$٢\pi/ن^٢$ $٨\pi/ن^٢$ $-٨\pi/ن^٢$ $-٢\pi/ن^٢$

توجيهي pal

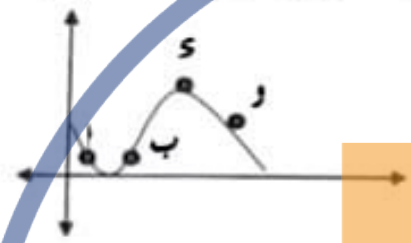
٨) اذا كان ظ(س) = $\frac{أس + ب}{جس + ء}$ وكان $\frac{ء ص}{ء س}$ = ١ عندما س = ٠ فما قيمة أ ء − ب جـ؟

أ^{٢} + ب^{٢} ب^{٢} + جـ^{٢} ب^{٢} + ء^{٢} أ^{٢} + جـ^{٢}

٩) اذا كان ق(س) = س^{٢} + ١ ، هـ(س) = جا^{٢}س فما قيمة $\left(ق \circ هـ\right)'$(س)

٢جا٤س ٢جتا٤س جا٤س جتا٤س

١٠) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران كثير الحدود ق: (س) فما النقطة / النقاط من بين مجموعة النقاط {أ، ب، ء، جـ، و} على منحنى الاقتران التي عندها ق'(س) × ق"(س) > ٠ ؟



{ب، ء} {أ، و}

{ب، ء} {ء، و}

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

(أ) إذا كان ق: (س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − ٩س + ٥ اوجد

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق: (س) في]−٢، ٦[

٢) نقط وزوايا الانعطاف لمنحنى الاقتران ق: (س) في]−٢، ٦[(٧ علامات)

(ب) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١، ٣)، (−١، ١) يمس منحنى الاقتران ق: (س) = $\frac{ب}{س - ٢}$ ، س ≠ ٢

عند النقطة (س$_{١}$، ص$_{١}$) فاوجد

١) احداثيات نقطة التماس (س$_{١}$، ص$_{١}$) ٢) قيمة الثابت ب (٦علامات)

(ج) إذا كانت ص^{٢} = ع^{٢} + ٣ع، ع = ع^{٣}س + س ع جد $\frac{ء ص}{ء س}$ عندما ع = ١ علما بأن س > ٠ (٧ علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

(أ)إذا كان ق:(س) = $\begin{cases} س^{٣} - ٣س & ، \ ٠ \leq س < ١ \\ ٢س^{٢} - ٤س & ، \ ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$ (٨ علامات)

ابحث في تحقق شروط نظرية رول على الفترة [٠، ٢] ثم جد قيمة/قيم جـ التي تعطيها النظرية ؟

توجيهي pal

(ب) اذا كان ق(س) = $\frac{٤جاس - ٢س - س جتاس}{٢ + جتاس}$ ، س ∈ $[\pi ٢ ، ٠]$ جد (٧ علامات)

١ ـ مجالات التزايد والتناقص لمنحنى ق(س) ٢ ـ القيم القصوى المحلية لمنحنى ق(س) وحدد نوعها

(ج) اذا كان متوسط تغير الاقتران هـ(س) في [٥،٢] يساوي ٦ وكان ق(٢س + ١) = ٥هـ(س − ٢) + $س^{٢}$
احسب متوسط تغير الاقتران ق(س) في [١٥،٩] ؟ (٥ علامات)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

(أ) قذف جسم رأسيا لأعلى من قمة برج بحيث ان ارتفاعه ف عن سطح البرج بالامتار و ن الزمن بالثواني
يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٣٠ن − ٥$ن^{٢}$ اوجد
١) ارتفاع البرج علما بأن اقصى ارتفاع للجسم عن سطح الارض يساوي ١٨٠ م
٢) سرعة ارتطام الجسم بسطح الارض (٧ علامات)

(ب) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} هـ(س) & ٠ ≤ س < ٢ \\ ٣س^{٢} - ٢ & ٢ ≤ س ≤ ٤ \end{cases}$ وكان ق(س) يحقق شروط المتوسطة في [٠، ٤] ،

هـ(س) يحقق شروط رول في [٠، ٢] اثبت وجود جـ ∈]٠، ٢[بحيث هـ′(جـ) = ٩ (٦ علامات)

(ج) اذا كان $(س + ص)^{٤} = س ص$ اثبت ان $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{ص(٣س - ص)}{س(س - ٣ص)}$ (٧ علامات)

السؤال الخامس : (٢٠ علامات)

(أ) اذا كان $\frac{٣هـ(س) - ٤هـ(\frac{٤}{س})}{س + ٣}$ = س − ٣ و كان ق(س) = ٧هـ$(س)^{٢}$ جد ق′(٢) . (٦ علامات)

(ب)) اذا كان للاقتران ق(س) = $س^{٣} + ٣س^{٢} - ب س + جـ$ نقطة انعطاف عند النقطة (١، ٨) وكان قياس زاوية
الانعطاف عندها يساوي $\frac{\pi ٣}{٤}$ فما قيمة الثوابت ا، ب، جـ (٧ علامات)

توجيهي pal

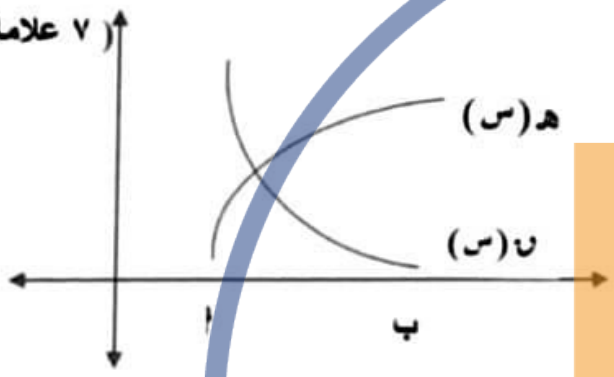
(ج) اذا قطع المماس والعمودي على المماس لمنحنى $ن(س) = \frac{18^3}{13^2 + س^2}$ عند النقطة $م(1، 12)$ محور السينات في النقطتين ب، جـ على الترتيب . اثبت ان مساحة المثلث م ب جـ تساوي 14^2 (٧ علامات)

السؤال السادس : (٢٠ علامات)

(أ) اذا كان $ن(س) = س^3 + ن'(1)س^2 + ن''(2)س + ن''(3)$ جد $ن(5)$ (٦ علامات)

(ب) اوجد مساحة أكبر مستطيل بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات الموجب والرأسان الاخران على المستقيمين $ص = 4س$ ، $ص = 6 - 5س$ (٧ علامات)

(ج) اذا كان $ن(س)$، $هـ(س)$ اقترانين معرفين على $[1، ب]$ كما في الشكل المجاور وكان $ل(س) = (ن \circ هـ)(س)$ اثبت ان $ل(س)$ مقعر للأعلى على $]1، ب[$ (٧ علامات)



توجيهي pal

********** انتهت الأسئلة **********

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم رام الله و البيرة
الاختبار الموحد لمديرية رام الله و البيرة
الفرع العلمي/الورقة الاولى

State of Palestine
دولة فلسطين

الإسم: **الإجابة النموذجية**
المبحث: الرياضيات
التاريخ: ٦ / ٥ /٢٠٢٤ م
مجموع العلامات: (١٠٠) علامة الزمن: ساعتان وخمس واربعون دقيقة

امتحان التجريبي الفصل الاول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

السؤال الأول: أنقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة في كلٍ مما يلي: (٢٠ علامة)

رقم الفرع	الإجابة الصحيحة
١)	-١٦π
٢)	٠
٣)	$\frac{٦٤}{٢٧}$
٤)	ن(٣) > ن(٢)
٥)	٣
٦)	$-\frac{٢}{٣}$
٧)	$-٢١٢/ن^{٢}$
٨)	$ص^{٢}+ب^{٢}$
٩)	٢جا٤س
١٠)	{ب،و}

توجيهي Pal

السؤال الثاني:(٢٠ علامة)

(أ) إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − ٩س + ٥ اوجد

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) في]−٢،٦[

٢) نقط وزوايا الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) في]−٢،٦[(٧ علامات)

الحل :-

قا (س) متصل و قابل للاشتقاق لانه كثير حدود ومعرف على مجاله

قا′(س) = ٣س^{٢} - ٦س - ٩ ⇐ **ق″(س) = ٦س − ٦**

ق″(س) = ٦س − ٦ ⇐ ق″(س) = ٠ ⇐ س = ١

صفر

++++++++++ ↑ ---------- اشارة ق″(س)

٦ ∪ ١ ∩ ٢- سلوك ق(س)

ق(س) مقعر للأعلى على]١،٦[و مقعر للاسفل على]−٢،١[

(١،ق(١)) = (١،−٦) نقطة انعطاف لانه

١) ق(س) متصل عندها ٢) يغير من اتجاه تقعره عندها

ظاهـ = ق′(١) = −١٢ ⇐ هـ = ظا$^{-١}$(−١٢)

(ب) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١،٣)،(−١،١) يمس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{ب}{س-٢}$، س ≠ ٢

عند النقطة (س$_{١}$،ص$_{١}$) فاوجد

١) احداثيات نقطة التماس (س$_{١}$،ص$_{١}$) ٢) قيمة الثابت ب (٦علامات)

الحل : -

من نقطة التماس (س$_{١}$،ص$_{١}$) يكون

ق′(س$_{١}$) = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ⇐ $\frac{-ب}{(س_{١}-٢)^{٢}}$ = $\frac{٣-١}{-١-١}$ = ١ ⇐ **−ب = (س$_{١}$ − ٢)^{٢}** ******(١)

معادلة المماس ص − ١ = ١(س − −١) ⇐ ص = س + ٢ ⇐ **ق(س$_{١}$) = س$_{١}$ + ٢**

ق(س$_{١}$) = س$_{١}$ + ٢ ⇐ $\frac{ب}{س_{١}-٢}$ = س$_{١}$ + ٢ ⇐ **ب = س$_{١}^{٢}$ − ٤** *********(٢)

$ب = ب \Leftarrow$

$س_1^2 - ٤ = -(س_1 - ٢)^2 \Leftarrow ٤ - س_1^2 = س_1^2 - ٤س_1 + ٤ \Leftarrow ٢س_1^2 - ٤س_1 = ٠$

$٢س_1^2 - ٤س_1 = ٠ \Leftarrow ٢س_1(س_1 - ٢) = ٢ \Leftarrow \boxed{س_1 = ٠}$ ، $س_1 = ٢$ مرفوضة ومنها

بالتعويض في المعادلة (١) ينتج ان $ب = -٤$

وبالتالي نقطة التماس $(س_1، ص_1) = (٠، ن(٠)) = (٠، ٢)$

(ج) إذا كانت $ص^2 = ع^2 + ٣ع$ ، $ع = ع^2 س + س ع$ جد $\frac{وص}{وس}$ عندما $ع = ١$ علما بأن $س > ٠$ (٧ علامات)

عندما $\boxed{ع = ١} \Leftarrow ص^2 = ١ + ٣ = ٤ \Leftarrow \boxed{ص = ٢}$ ، $٢ \times ٢ - ١ = ١ \Leftarrow س + س = ١ \Leftarrow \boxed{س = \frac{١}{٢}}$

نشتق العلاقة ضمنيا $ص^2 = ع^2 + ٣ع \Leftarrow ٢ص \frac{وص}{وع} = ٢ع + ٣ \Leftarrow \boxed{\frac{وص}{وع} = \frac{٥}{٤}}$

$ع = ع^2 س + س ع \Leftarrow \frac{وع}{وس} = ع^2 \times ١ + س \times ٢ع \frac{وع}{وس} + س \frac{وع}{وس} + ع \times ١ \Leftarrow \boxed{\frac{وع}{وس} = -٤}$

$\frac{وص}{وس} = \frac{وص}{وع} \times \frac{وع}{وس} = \frac{٥}{٤} \times -٤ = -٥$

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

(أ) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^3 - ٣س & ، \ ٠ \geq س > ١ \\ ٢س^2 - ٤س & ، \ ١ \geq س \geq ٢ \end{cases}$ (٨ علامات)

ابحث في تحقق شروط نظرية رول على الفترة $[٠، ٢]$ ثم جد قيمة/قيم جـ التي تعنيها النظرية ؟

$س^3 - ٣س$ متصل على $[٠، ١]$ لانه كثير حدود

$٢س^2 - ٤س$ متصل على $[١، ٢]$ لانه كثير حدود

عندما $س = ١ \Leftarrow$ نهـــا $ن(س) =$ نهـــا $ن(س) = ن(١) = -٢$ و منها الاقتران متصل على مجاله

$س \to ١^+$ $\quad$ $س \to ١^-$

$ن'(س) = \begin{cases} ٣س^2 - ٣ & ، \ ٠ < س < ١ \\ ٤س - ٤ & ، \ ١ \leq س < ٢ \\ غ.م & ، \ س = ٢ \end{cases}$

$ن(٠) = ن(٢) = ٠$

اذن تنطبق شروط رول لذلك $\exists جـ \in]٠، ٢[$ بحيث ان $ن'(جـ) = ٠$

$٠ < س < ١ \Leftarrow ٣جـ^2 - ٣ = ٠ \Leftarrow جـ = \pm ١ \notin]٠، ١[$

$١ < س < ٢ \Leftarrow ٤جـ - ٤ = ٠ \Leftarrow \boxed{جـ = ١ \in]١، ٢[}$

(ب) اذا كان ن(س) = $\frac{٤جاس - ٢س - س جتاس}{٢ + جتاس}$ ، س ∈ [٠، ٢π] جد (٧ علامات)

١ ـ مجالات التزايد والتناقص لمنحنى ن(س) ٢ ـ القيم القصوى المحلية لمنحنى ن(س) وحدد نوعها

ق (س) متصل وقابل للاشتقاق على مجاله

$$ن(س) = \frac{٤جاس - ٢س - س جتاس}{٢ + جتاس} = \frac{٤جاس - س(٢ + جتاس)}{٢ + جتاس} = \frac{٤جاس}{٢ + جتاس} - س$$

$$ن'(س) = ١ - \frac{(٢ + جتاس) \times ٤جتاس - ٤جاس \times -جاس}{(٢ + جتاس)^{٢}} = ١ - \frac{٤ + ٨جتاس}{(٢ + جتاس)^{٢}}$$

$$ن'(س) = ٠ \Leftarrow ١ = \frac{٤ + ٨جتاس}{(٢ + جتاس)^{٢}} \Leftarrow (٢ + جتاس)^{٢} = ٤ + ٨جتاس$$

$$٤ + ٨جتاس = ٤ + ٤جتاس + جتا^{٢}س \Leftarrow جتا^{٢}س - ٤جتاس = ٠ \Leftarrow جتاس(جتاس - ٤) = ٠$$

اما جتاس = ٤ ✗ او جتاس = ٠ ⇐ س = $\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{٣\pi}{٢}$

اشارة ن'(س) + + + + + + + + − − − − + + + + + + + +

سلوك ن(س) صغر

$\frac{\pi}{٢}$ $\frac{٣\pi}{٢}$ ٢π

ن(س) متزايد على $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ ، $\left[\frac{٣\pi}{٢}، ٢\pi\right]$ ومتناقص على $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{٣\pi}{٢}\right]$

$\left(\frac{٣\pi}{٢}، ن\left(\frac{٣\pi}{٢}\right)\right) = \left(\frac{٣\pi}{٢}، -٢\right)$ صغرى محلية

$(٠، ن(٠)) = (٠، ٠)$ صغرى محلية

$\left(\frac{\pi}{٢}، ن\left(\frac{\pi}{٢}\right)\right) = \left(\frac{\pi}{٢}، ٢-\right)$ عظمى محلية

$(٢\pi، ن(٢\pi)) = (٢\pi، ٢\pi-)$ عظمى محلية

Pal توجيهي

(ج) اذا كان متوسط تغير الاقتران هـ(س) في [٢،٥] يساوي ٦ وكان ن(٢س+١) = ٥هـ(س−٢) + س^{٢}
احسب متوسط تغير الاقتران ن(س) في [٩،١٥] ؟ (٥ علامات)

الحل :-

متوسط تغير الاقتران هـ(س) في [٢،٥] يساوي ٦ $\Leftarrow$ $\frac{هـ(٥)-هـ(٢)}{٥-٢}$ = ٦ $\Leftarrow$ $\boxed{هـ(٥)-هـ(٢)=١٨}$

عندما ٢س+١ = ١٥ $\Leftarrow$ س = ٧
٢س+١ = ٩ $\Leftarrow$ س = ٤

م.ت = $\frac{ن(١٥)-ن(٩)}{١٥-٩}$ = $\frac{(٥هـ(٥)+٤٩)-(٥هـ(٢)+١٦)}{٦}$

= $\frac{٥(هـ(٥)-هـ(٢))+٤٩-١٦}{٦}$ = $\frac{٥\times١٨+٣٣}{٦}$ = $\frac{١٢٣}{٦}$ = ٢٠$\frac{١}{٢}$

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

(أ) قذف جسم رأسيا لاعلى من قمة برج بحيث ان ارتفاعه ف عن سطح البرج بالامتار و ن الزمن بالثواني يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} اوجد

١) ارتفاع البرج علما بان اقصى ارتفاع للجسم عن سطح الارض يساوي ١٨٠م
٢) سرعة ارتطام الجسم بسطح الارض (٧ علامات)

١) نشتق العلاقة بالنسبة للزمن فنحصل على ع = ف$'$(ن) = ٣٠ − ١٠ن

عند اقصى ارتفاع تكون ع(ن) = ٠

ع = ف$'$(ن) = ٣٠ − ١٠ن = ٠ $\Leftarrow$ $\boxed{ن=٣}$

فيكون اقصى ارتفاع عن سطح البرج يساوي ف(٣) = (٣٠×٣) − (٥×٩) = ٤٥م

اذن ارتفاع البرج = ١٨٠ − ٤٥ = ١٣٥م

٢) الزمن اللازم لارتطام الجسم بالارض = ٠ + ارتفاع البرج

$\Leftarrow$ ٣٠ن − ٥ن^{٢} = −١٣٥ $\Leftarrow$ ٥ن^{٢} − ٣٠ن − ١٣٥ = ٠ $\Leftarrow$ ن^{٢} − ٦ن − ٢٧ = ٠

$\Leftarrow$ (ن − ٩)(ن + ٣) = ٠ $\Leftarrow$ $\boxed{ن=٩}$ ، $\boxed{ن=-٣}$ ✗

سرعة ارتطام الجسم بالارض = ع(٩) = ٣٠ − (١٠×٩) = −٦٠م/ث

(ب) اذا كان ن(س) = $\begin{cases} هـ(س) & ٠ \le س < ٢ \\ ٣س^{٢}-٢ & ٢ \le س \le ٤ \end{cases}$ وكان ن(س) يحقق شروط المتوسطة في [٠،٤] .

هـ(س) يحقق شروط رول في [٠،٢] اثبت وجود جـ ∈]٠،٢[بحيث هـ$'$(جـ) = ٩ (٦ علامات)

بما ان ن(س) يحقق شروط المتوسطة في [٠،٤] $\Leftarrow$ متصل

نهـ ن(س) = نهـ ن(س) $\Leftarrow$ $\boxed{هـ(٢)=(٤\times٣)-٢=١٠}$

Pal توجيهي

(ج) اذا كان متوسط تغير الاقتران هـ(س) في [٢،٥] يساوي ٦ وكان ن(٢س+١) = ٥هـ(س−٢) + س^{٢}
احسب متوسط تغير الاقتران ن(س) في [٩،١٥] ؟ (٥ علامات)

الحل :-

متوسط تغير الاقتران هـ(س) في [٢،٥] يساوي ٦ $\Leftarrow$ $\frac{\text{هـ}(٥)-\text{هـ}(٢)}{٥-٢}$ = ٦ $\Leftarrow$ **هـ(٥)−هـ(٢) = ١٨**

عندما ٢س+١ = ١٥ $\Leftarrow$ س = ٧
٢س+١ = ٩ $\Leftarrow$ س = ٤

$$\text{م.ت} = \frac{\text{ن}(١٥)-\text{ن}(٩)}{١٥-٩} = \frac{(٥\text{هـ}(٥)+٤٩)-(٥\text{هـ}(٢)+١٦)}{٦}$$

$$= \frac{٥(\text{هـ}(٥)-\text{هـ}(٢))+٤٩-١٦}{٦} = \frac{٥\times١٨+٣٣}{٦} = \frac{١٢٣}{٦} = ٢٠\frac{١}{٢}$$

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

(أ) قذف جسم رأسيا لأعلى من قمة برج بحيث ان ارتفاعه ف عن سطح البرج بالامتار و ن الزمن بالثواني يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} اوجد

١) ارتفاع البرج علما بان اقصى ارتفاع للجسم عن سطح الارض يساوي ١٨٠م
٢) سرعة ارتطام الجسم بسطح الارض (٧ علامات)

١) نشتق العلاقة بالنسبة للزمن فنحصل على ع = ف$'$(ن) = ٣٠ − ١٠ن

عند اقصى ارتفاع تكون ع(ن) = ٠

ع = ف$'$(ن) = ٣٠ − ١٠ن = ٠ $\Leftarrow$ **ن = ٣**

فيكون اقصى ارتفاع عن سطح البرج يساوي ف(٣) = (٣×٣٠) − (٥×٩) = ٤٥م

اذن ارتفاع البرج = ١٨٠ − ٤٥ = ١٣٥م

٢) الزمن اللازم لارتطام الجسم بالارض = ٠ − ارتفاع البرج

$\Leftarrow$ ٣٠ن − ٥ن^{٢} = −١٣٥ $\Leftarrow$ ٠ = ١٣٥ − ٣٠ن − ن^{٢} = ٢٧ − ٦ن − ن^{٢} = ٠

$\Leftarrow$ (ن − ٩)(ن + ٣) = ٠ $\Leftarrow$ **ن = ٩**، ن = −٣ ✗

سرعة ارتطام الجسم بالارض = ع(٩) = ٣٠ − (١٠×٩) = −٦٠م/ث

(ب) اذا كان ن(س) = $\begin{cases} \text{هـ}(س) & ٠ \le س < ٢ \\ س^{٣}-٢ & ٢ \le س \le ٤ \end{cases}$ وكان ن(س) يحقق شروط المتوسطة في [٠،٤] ،

هـ(س) يحقق شروط رول في [٠،٢] اثبت وجود جـ ∈]٠،٢[بحيث هـ$'$(جـ) = ٩ (٦ علامات)

بما ان ن(س) يحقق شروط المتوسطة في [٠،٤] $\Leftarrow$ متصل

نهـ ن(س) = نهـ ن(س) $\Leftarrow$ **هـ(٢) = (٤×٣) − ٢ = ١٠**
س→٢$^{+}$ س→٢$^{-}$

وكذلك قابل للاشتقاق $\Leftarrow$ ن $'(س) = \begin{cases} هـ'(س) & ٠ < س < ٢ \\ ٦س & ٢ < س < ٤ \end{cases} \Leftarrow$ ن $'(٢) = ٠$ ، ن $'(٢)^- =$ هـ $'(٢) = ١٢$

هـ(س) يحقق شروط رول في $[٠، ٢] \Leftarrow$ هـ(٠) = هـ(٢) = ١٠ / لكن في $[٢، ٤] \Leftarrow$ هـ $'(جـ) =$ ن $'(جـ)$

ن(س) يحقق شروط المتوسطة في $[٠، ٤] \Leftarrow$ ن $'(جـ) = \frac{ن(٤) - ن(٠)}{٤ - ٠} = \frac{٤٦ - ١٠}{٤} = ٩ \Leftarrow$ هـ $'(جـ) = ٩$

(ج) اذا كان $(س + ص)^{٤} = س ص$ اثبت ان $\frac{ص}{س} = \frac{ص(٣س - ص)}{س(س - ٣ص)}$ (٧ علامات)

باخذ اللوغاريتم للطرفين لـو$_{هـ}(س + ص)^{٤} =$ لـو$_{هـ}(س ص) \Leftarrow ٤$ لـو$_{هـ}(س + ص) =$ لـو$_{هـ}(س) +$ لـو$_{هـ}(ص)$

نشتق الطرفين $٤ \times \frac{١ + \frac{ص}{س}}{س + ص} = \frac{١}{س} + \frac{١}{ص} \times \frac{ص}{س} \Leftarrow \frac{٤}{س + ص} + \frac{٤ \frac{ص}{س}}{س + ص} = \frac{١}{س} + \frac{١}{ص} \frac{ص}{س}$

$\frac{ص}{س}\left(\frac{٤}{س + ص} - \frac{١}{ص}\right) = \frac{١}{س} \Leftarrow \frac{٤}{س + ص} = \left(\frac{٤ص - س - ص}{ص(س + ص)}\right)\frac{ص}{س} = \frac{س + ص - ٤س}{س(س + ص)}$

$\frac{ص}{س}\left(\frac{٤ص - س - ص}{ص(س + ص)}\right) = \frac{س + ص - ٤س}{س(س + ص)} \Leftarrow \frac{ص}{س}\left(\frac{٣ص - س}{ص(س + ص)}\right) = \frac{ص - ٣س}{س(س + ص)}$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص - ٣س}{س(س + ص)} \times \frac{ص(س + ص)}{٣ص - س} = \frac{ص - ٣س}{٣ص - س} \times \frac{س}{س} = \frac{ص(٣س - ص)}{س(س - ٣ص)}$

السؤال الخامس : (٢٠ علامات)

(أ) اذا كان $\frac{٣هـ(س) - ٤هـ\left(\frac{٤}{س}\right)}{س + ٣} = س - ٣$ و كان ن $(س) = ٧$ هـ $^{٢}(س)$ جد ن $'(٢)$. (٦ علامات)

$\frac{٣هـ(س) - ٤هـ\left(\frac{٤}{س}\right)}{س + ٣} = س - ٣ \Leftarrow ٣هـ(س) - ٤هـ\left(\frac{٤}{س}\right) = (س - ٣)(س + ٣) = س^{٢} - ٩$

$٣هـ(س) - ٤هـ\left(\frac{٤}{س}\right) = س^{٢} - ٩ \Leftarrow ٣هـ(٢) - ٤هـ(٢) = ٤ - ٩ \Leftarrow$ هـ$(٢) = ٥$

$٣هـ'(س) - ٤هـ'\left(\frac{٤}{س}\right) \times \frac{-٤}{س^{٢}} = ٢س \Leftarrow ٣هـ'(٢) - ٤هـ'(٢) \times \frac{-٤}{٤} = ٤$

$٧هـ'(٢) = ٤ \Leftarrow$ هـ $'(٢) = \frac{٤}{٧}$

ن $'(س) = ٧$هـ $^{٢}(س) \Leftarrow$ ن $'(س) = ٤$ هـ$(س)$هـ $'(س)$

ن $'(٢) = ٤$ هـ(٢)هـ $'(٢) = ٤ \times ٥ \times \frac{٤}{٧} =$ ٤٠

(ب) اذا كان للاقتران ن(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} − بس+جـ نقطة انعطاف عند النقطة (أ،٨) وكان قياس زاوية الانعطاف عندها يساوي $\frac{\pi ٣}{٤}$ فما قيمة الثوابت أ،ب،جـ (٧ علامات)

(أ،٨) ⇐ ن(أ) = ٨ ⇐ ٨ = أ^{٣} + ٣أ^{٢} − بأ+جـ ..... (١)

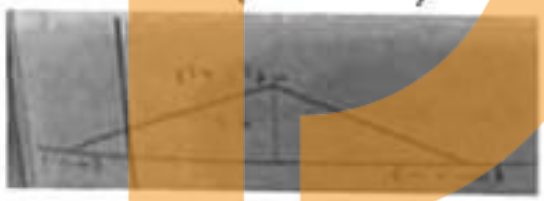
ن′(س) = ٣س^{٢} + ٦س − ب ⇐ ن′(أ) = ظا$\frac{\pi ٣}{٤}$ = −١ ⇐ **−١ = ٣أ^{٢} + ٦أ − ب** ..... (٢)

ن″(س) = ٦س + ٦ ⇐ ن″(أ) = ٠ ⇐ ٠ = ٦أ + ٦ ⇐ **أ = −١**

بالتعويض في (٢) ⇐ −١ = ٣ × ١ + ٦ × −١ − ب ⇐ **ب = −٢** ⇐ **جـ = ٨**

(ج) اذا قطع المماس والعمودي على المماس لمنحنى ن(س) = $\frac{١٨^{٣}}{س^{٢} + ١٣^{٢}}$ عند النقطة م(أ،١٢) محور السينات في النقطتين ب،جـ على الترتيب . اثبت ان مساحة المثلث مب جـ تساوي ١٤^{٢} (٧ علامات)

ن(س) = $\frac{١٨^{٣}}{س^{٢} + ١٣^{٢}}$ ⇐ ن′(س) = $\frac{-١٨^{٣} \times ٢س}{(س^{٢} + ١٣^{٢})^{٢}}$ ⇐ ن′(أ) = $\frac{-١١٦^{٣}}{١١٦^{٤}}$ = −١



ميل المماس = ن′(أ) = −١

ايضا ميل المماس = $\frac{-١٢ - ٠}{أ - ب} = \frac{١٢}{ب - أ}$

الميل = الميل ومنها $\frac{١٢}{ب - أ}$ = −١ ⇐ **ب = ١٣**

ميل العمودي = $\frac{-١}{-١} = ١ = \frac{-١٢ - ٠}{أ - جـ}$ ⇐ **جـ = −١**

ب جـ = ١٣ − − ١ = ١٤

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times ١٤ \times ١٢ = ١٤^{٢}$

توجيهي pal

السؤال السادس : (٢٠ علامات)

(أ) اذا كان ن(س) = س^{٣} + ن′(١)س^{٢} + ن″(٢)س + ن‴(٣) جد ن(٥) (٦ علامات)

ن(س) = س^{٣} + ن′(١)س^{٢} + ن″(٢)س + ن‴(٣) كثير حدود من الدرجة الثالثة

ن(س) = اس^{٣} + بس^{٢} + جس + د ⇐ ن′(س) = ٣اس^{٢} + ٢بس + جـ ⇐ ن″(س) = ٦اس + ٢ب

ن′(١) = ١٣ + ٢ب + جـ	ن″(٢) = ١٢ + ٢ب	ن‴(٣) = ١٨ + ٢ب

اس^{٣} + بس^{٢} + جس + د = س^{٣} + ن′(١)س^{٢} + ن″(٢)س + ن‴(٣)

ا = ١ ⇐ ب = ١٣ + ٢ب + جـ	ب = −٣ − جـ

جـ = ١٢ + ٢ب = ١٢ + ٢ب ⇐ ب = −٣ − (١٢ + ٢ب)	ب = −٥	جـ = ٢

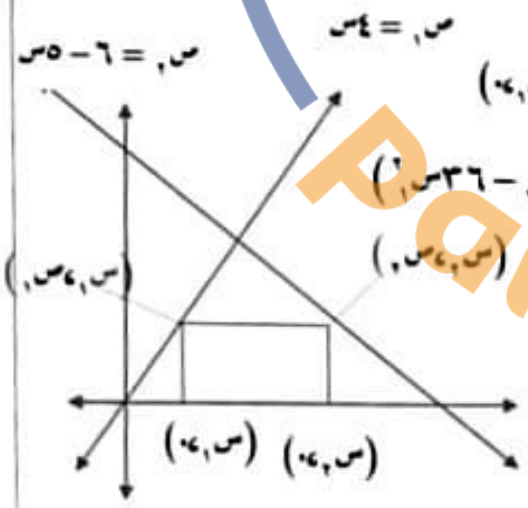
د = ١٨ + ٢ب = ١٨ + −١٠ = ٨

ن(س) = س^{٣} − ٥س^{٢} + ٢٢س + ٨ ⇐ ن(٥) = ١٢٥ − ١٢٥ + ١٠ + ٨ = ١٨

ب) اوجد مساحة أكبر مستطيل بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات الموجب والرأسان الاخران على المستقيمين ص = ٤س ، ص = ٦ − ٥س (٧ علامات)

مساحة المستطيل = الطول x العرض

م = (س$_{١}$ − س$_{١}$) × ص$_{١}$



بما ان ص$_{١}$ = ص$_{١}$ ⇐ ٤س$_{١}$ = ٦ − ٥س$_{١}$ ⇐ | س$_{١}$ = (٦ − ٤س$_{١}$) / ٥ | (س$_{١}$ ، ٠)

م = (س$_{١}$ − س$_{١}$) × ص$_{١}$ = ((٦ − ٤س$_{١}$) / ٥ − س$_{١}$) × ٤س$_{١}$ = ١/٥ (٢٤س$_{١}$ − ٣٦س$_{١}$^{٢})

م′ = ١/٥ (٢٤ − ٧٢س$_{١}$) ⇐ م′ = ٠ ⇐ | س$_{١}$ = ١/٣ |

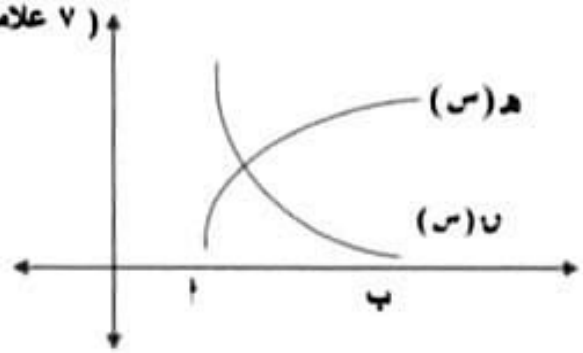
م″ = −٧٢/٥ ⇐ م″ < ٠ يوجد قيمة عظمى محلية عند | س$_{١}$ = ١/٣ |

م = ١/٥ (٢٤س$_{١}$ − ٣٦س$_{١}$^{٢}) = ١/٥ (٢٤ × ١/٣ − ٣٦ × (١/٣)^{٢}) = ٤/٥

توجيهي Pal

(ج) اذا كان ن(س)،هـ(س) اقترانين معرفين على [ا،ب] كما في الشكل المجاور وكان ل(س) = (ن ∘ هـ)(س)

اثبت ان ل(س) مقعر للأعلى على]ا،ب[(٧ علامات)



من الشكل ن(س)

ن(س) > ٠ في الربع الاول

ن′(س) < ٠ نازل للاسفل

ن″(س) < ٠ على شكل حرف ∪

من الشكل هـ(س)

هـ(س) > ٠ في الربع الاول

هـ′(س) > ٠ صاعد للاعلى

هـ″(س) < ٠ على شكل حرف ∩

$$ل(س) = (ن \circ هـ)(س) \Leftarrow ل'(س) = ن'(هـ(س)) \times هـ'(س)$$

$$ل''(س) = ن'(هـ(س)) \times هـ''(س) + (هـ'(س))^{2} \times ن''(هـ(س))$$

ل″(س) = (−×−) + (+×+) = + > ٠ وبالتالي يكون مقعرا للاعلى

انتهت الاجابة

لجنة الامتحانات الموحدة / الفرع العلمي

مديرية رام الله و البيرة

توجيهي Pal

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
تربية شمال الخليل
المبحث: الرياضيات

الفرع العلمي/ الورقة الأولى

الورقة الأولى
مدة الامتحان: ساعتان ونصف
التاريخ: ٢٨ / ٤ /٢٠٢٤م
مجموع العلامات (١٠٠)علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً.

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر البديل الصحيح، ثم انقله الى دفتر الاجابة:

١) إذا كان متوسط تغير الاقتران $ف(س)$ على الفترة $[٤،١]$ يساوي ٣، وكان $ف(١)+ف(٤)=١$، فما متوسط تغير الاقتران $هـ(س)=س^{٢}ف(س)$ على نفس الفترة ؟

(١٥) (١٦) (٢٤) (٢٨)

٢) إذا كان $ف(س)=٥$ ، فما الاحداثي السيني للنقاط الحرجة للاقتران $ف(س)$ في الفترة $[٦،٢]$؟

(٠) $[٦،٢]$ $]٦،٢[$ $\{٦،٢\}$

٣) إذا كان $ف(س)=س^{ن}$ وكانت $ف'''(س)=٤٢س^{ن-٣}$ ، أجد قيمة ن؟

(٢) (٣) (٠) (٥)

٤) إذا كان $ف(س)=[\frac{١}{٢}س+١]$، فما قيمة $\lim_{هـ\to٠}\frac{ف(١)-ف(١-هـ)}{هـ}$؟

(١) $\left(\frac{-١}{٢}\right)$ (٠) (غير موجودة)

٥) يتحرك جسم في خط مستقيم حسب العلاقة $ف(ن)ع(ن)=ن$ حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، ع(ن) السرعة، وكانت $ع(٢)=٣$م/ث فما قيمة التسارع عندما ن = ٢ثانية ؟

(−٨) م/ث^{٢} (٨) م/ث^{٢} (−١٢) م/ث^{٢} (١٢) م/ث^{٢}

٦) إذا كان $ف(س)=\int_{هـ}$ جاس، $\left[\frac{\pi}{٤}،\pi\right]$ ، متى يكون $ف(س)$ متناقصاً؟

$\left[\frac{\pi}{٢}،\frac{\pi}{٤}\right]$ $\left]\pi،\frac{\pi}{٤}\right]$ $\left]\pi،\frac{\pi}{٢}\right]$ $\left[\pi،\frac{\pi}{٢}\right]$

7) إذا كان $(س-ص)^{٤}+(ص-س)^{٤}=٣٢$ ، $ص\neq س$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ ؟

(١) (−١) (٤) (−٤)

٨) إذا كان $f(س)$ كثير حدود مقعر للأسفل $\forall س \in ح$ ، فما العبارة الصحيحة دائماً فيما يأتي؟

$f'(س) < f'(س-١)$ $f'(س) > f'(س-١)$

$f''(س) > f''(س-١)$ $ق(س) < ق(س-١)$

٩) ما مجموعة جميع قيم $ح$ التي يمكن الحصول عليها من تطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران $f(س) = س جتا س قتا س$ في الفترة $\left[\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi}{٣}\right]$؟

$\{\ \}$ $\{٠\}$ $\left]\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi}{٣}\right[$ $\left[\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi}{٣}\right]$

١٠) إذا كان $f(س) = ١ - هـ^{س}$ ، $ع(س) = \frac{س}{٢}$ ، ما معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $(f \circ ع)(س)$ عند نقطة التقاطع مع محور الصادات ؟

$س - ٢ص = ٠$ $٢س - ص = ٠$ $س - ص = ٢$ $ص - س = ٢$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $f(س) = \frac{س}{٢} - جاس$ معرفاً على الفترة $[٠، ٢\pi]$، أجد: (٧ علامات)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران $f(س)$؟ ٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران $f(س)$

ب) إذا كان $f(س) = \frac{س^{٢} - ٢}{٣ + س}$، $س \neq -٣$. جد قيمة/قيم $س$ التي تجعل $f'(س) = \frac{-٣}{٤}$؟

(٦ علامات)

ج) إذا كان $ص = f(س)$ كثير حدود من الدرجة الثالثة وكان $f''(س) > ٠$ عندما $س > \frac{-٢}{٣}$، $f''(س) < ٠$ عندما $س < \frac{-٢}{٣}$ ويمر منحناه بالنقطة $(٦، ١)$ وكانت معادلة المماس عند $س = -١$ هي $ص = ٢$، أوجد قاعدة الاقتران $ص = f(س)$؟ (٧ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) جد الثوابت $أ، ب، ج$ التي تجعل الاقتران $f(س) = \begin{cases} ٣ & ، س = ٠ \\ -س^{٢} + ٣س + ج & ، ٠ < س < ١ \\ أس + ب & ، ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[٠، ٢]$؟ (٧ علامات)

ب) إذا كان $جاس = ٢جاس$، أثبت أن $\left(\frac{ص}{س}\right)^{٢} = ٣قا^{٢}ص + ١$؟ (٦ علامات)

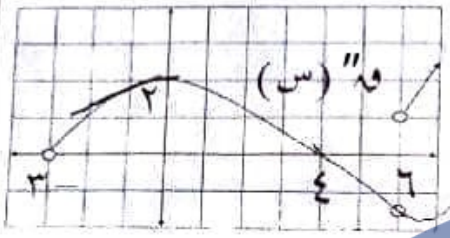
ج) خزان ماء على هيئة متوازي مستطيلات مغلق سعته $٢٥٢ م^{٣}$، قاعدته مربعة الشكل يراد طلاؤه بمادة عازلة بحيث تكلفة المتر المربع من المادة العازلة للقاعدة السفلى ٥ دنانير، وللغطاء ٢ دينار للمتر المربع الواحد، و ٣ دنانير للمتر المربع الواحد من الجوانب، جد أبعاده بحيث تكون التكلفة أقل ما يمكن؟ (٧ علامات)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط.

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ه(س)$ معرف على $]-٣ ، \infty[$ وكان $ه'(٠) = ه'(٥) = ٠$ ، $ه'(٤) = ١$ ، $ه'(٦) = ٣$

معتمدا على التمثيل البياني لمنحنى $ه''(س)$، جد ما يلي: (٧ علامات)



١) فترات التقعر وزوايا الانعطاف لمنحنى $ه(س)$؟

٢) نهـــا $\dfrac{(ه'(س))^{٢} + ه'(س)}{س^{٢} + س}$ ؟ $س \to ٠$

ب) إذا كان $ص = (٢ع - ٣)^{٢} ، س^{٣} = ع - ١$ أجد $\dfrac{ص}{س}$ عند $ع = ٢$ ؟ (٦ علامات)

ج) أجد النقطة / النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى $ه(س) = س + \dfrac{١}{س} ، س \neq ٠$ موازياً للقاطع الواصل بين النقطتين $(١ ، ٢)$، $(٢ ، \dfrac{٥}{٢})$؟ (٧ علامات)

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) من نقطة على سطح الأرض قذف جسم رأسياً الى أعلى، وكان ارتفاعه بالأمتار بعد $ن$ من الثواني يعطى بالعلاقة $ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢}$، جد: (٧ علامات)

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم. ٢) سرعة الجسم وهو نازل عندما يكون على ارتفاع ٤٠ م.

ب) إذا كان للاقتران $ه(س) = ٣\sqrt{(أس - ب)^{٢} + ٥ب}$ ، $أ \neq ٠$ قيمة قصوى محلية عند النقطة $(٤ ، ١٠)$

أوجد $أ ، ب$؟ (٦ علامات)

ج) إذا كان $ه(س) = \begin{cases} |٢س - ٤| & ، ٠ \geq س < ٢ \\ [\frac{١}{٢}س + ١] & ، ٢ \geq س \geq ٤ \end{cases}$ ، أوجد $ه'(س)$ على الفترة $[٤ ، ٠]$؟ (٧ علامات)

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $س^{٣} ص + أ س ص + ب س^{٢} = ٠$ ، حيث $ص = ه(س)$ كثير حدود له نقطة انعطاف عند النقطة $(١ ، -١)$ أجد الثوابت $أ ، ب$، علما بأن $أ ، ب > ٠$ (٧ علامات)

ب) إذا كان $ه(س^{٢} + ٣س) = س^{٢} \times \sqrt{هـ(س)} ، س > ٠$ أوجد $ه'(٤)$ علماً بان

$هـ(١) = ٤ ، هـ'(١) = \dfrac{١}{٢}$ ؟ (٦ علامات)

ج) إذا علمت أن الاقتران $ه(س) = لـو_{٧} \left(\dfrac{س^{٢} + ب}{٧س}\right)$، $س \in [٣ ، ٤]$ يحقق شروط نظرية رول في $[٣ ، ٤]$، جد $ه''(جـ)$ حيث $جـ$ هي القيمة التي تعنيها نظرية رول في هذه الفترة؟ (٧ علامات)

انتهت الأسئلة

توجيهي pdf

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين وزارة التربية والتعليم العالي تربية شمال الخليل المبحث: الرياضيات	 الفرع العلمي/ الورقة الأولى	الورقة الأولى مدة الامتحان: ساعتان ونصف التاريخ ٢٨ / ٤ /٢٠٢٤م مجموع العلامات (١٠٠)علامة

الإجابة النموذجية

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

1	2	3	4	5
(٢٨)	$[٦,٢]$	(٤)	(٠)	(−١٢) م/ث^{٢}
6	**7**	**8**	**9**	**10**
$\left]\pi,\frac{\pi}{٢}\right[$	(١)	$ه'(س) > ه'(س-١)$	$\left]\frac{\pi}{٣},\frac{\pi}{٦}\right[$	$٢س - ص = ٠$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

ا) إذا كان $ه(س) = \frac{س}{٢} - جاس$ معرفاً على الفترة $[٠,\pi]$، أجد: (٧ علامات)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ه(س)؟ ٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ه(س)؟

ه(س) متصل على $[٠,\pi]$ لانه طرح متصلين

$ه'(س) = \frac{١}{٢} - جتاس = صفر \Leftarrow جتاس = \frac{١}{٢} \Leftarrow \boxed{س = \frac{\pi}{٣}}$

ه'(س) غير معرف عند $\boxed{س = ٠}$، $\boxed{س = \pi}$

	٠		$\frac{\pi}{٣}$		π
إشارة ه'(س)		−	صفر	+	
سلوك ه(س)	قيم س	متناقص		متزايد	قيم س

ه(س) متزايد في $[\frac{\pi}{٣},\pi]$ ومتناقص في $[٠,\frac{\pi}{٣}]$

ه(٠) = صغرى محلية وعلى حليه

$ه(\frac{\pi}{٣}) = \frac{\pi}{٦} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ صغرى محلية وعلى حليه (مطلقة)

$ه(\pi) = \frac{\pi}{٢}$ كبرى محلية وعلى حليه (مطلقة)

توجيهي pal

ب) إذا كان $ق(س) = \frac{س^2 - 2}{3 + س}$، $س \neq -3$، جد قيمة/قيم $س$ التي تجعل $ق'(س) = \frac{-3}{4}$؟ (6 علامات)

$$ق'(س) = \frac{(3+س)\times 2س - (س^2-2)\times 1}{(3+س)^2}$$

$$\Leftarrow \frac{-3}{4} = \frac{6س + 2س^2 - س^2 + 2}{9 + 6س + س^2}$$

$$\Leftarrow -27 - 18س - 3س^2 = 4س^2 + 24س + 8$$

$$\Leftarrow 7س^2 + 42س + 35 = 0$$

$$\Leftarrow س^2 + 6س + 5 = 0$$

$$\Leftarrow (س+5)(س+1) = 0$$

إما $س = -5$ أو $س = -1$

ج) إذا كان $ص = ق(س)$ كثير حدود من الدرجة الثالثة وكان $ق''(س) < 0$ عندما $س < \frac{-2}{3}$، $ق''(س) > 0$ عندما $س > \frac{-2}{3}$ ويمر منحناه بالنقطة (1، 6) وكانت معادلة المماس عند $س = -1$ هي $ص = 2$، أوجد قاعدة الاقتران $ص = ق(س)$؟ (7 علامات)

$ق(س) = أس^3 + بس^2 + جس + د$

$ق'(-\frac{2}{3}) = 0$ لأن $(-\frac{2}{3}, ق(-\frac{2}{3}))$ نقطة انعطاف

$ق(1) = 6$ لأنه يمر بالنقطة (1، 6) / $ق(-1) = 2$ لأنه يحقق المعادلة

$ق'(-1) = 0$ لأن المماس أفقي عند $س = -1$

$ق'(س) = 3أس^2 + 2بس + جـ$ ، $ق''(س) = 6أس + 2ب$

$ق'(-\frac{2}{3}) = 0 \Leftarrow 3أ(\frac{4}{9}) + 2ب(-\frac{2}{3}) + جـ = 0 \Leftarrow \frac{4}{3}أ - \frac{4}{3}ب + جـ = 0$ ——— (1)

$ق'(-1) = 0 \Leftarrow 3أ(-1)^2 + 2ب(-1) + جـ = 0 \Leftarrow 3أ - 2ب + جـ = 0$ ——— (2)

$ق(1) = 6 \Leftarrow أ + ب + جـ + د = 6$ ——— (3)

$ق(-1) = 2 \Leftarrow -أ + ب - جـ + د = 2$ ——— (4)

معادلة (3) − معادلة (4): $2أ + 2جـ = 4 \Leftarrow أ + جـ = 2$ ——— (5)

معادلة (2) − معادلة (5): $2أ - 2ب = -2 \Leftarrow أ - ب = -1$ ——— (6)

معادلة (1) + معادلة (6): $-أ = -1 \Leftarrow أ = 1$

بالتعويض في (6): $ب = 2$ ، وبالتعويض في (5): $جـ = 1$ ، وبالتعويض في (3): $د = 2$

$\therefore ق(س) = س^3 + 2س^2 + س + 2$

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) جد الثوابت أ، ب، جـ التي تجعل الاقتران $ق(س) = \begin{cases} 3 & ، س = 0 \\ -س^2 + 3س + جـ & ، 0 < س < 1 \\ أس + ب & ، 1 \leq س \leq 2 \end{cases}$

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0، 2]$؟ (٧ علامات)

ق(س) متصل على $[0، 3]$ ← لأنه يحقق شرط المتوسطة

$\Leftarrow \lim_{س \to 0^+} ق(س) = ق(0)$ $\Leftarrow$ $\boxed{جـ = 3}$

أيضاً $\lim_{س \to 1^+} ق(س) = \lim_{س \to 1^-} ق(س)$ $\Leftarrow$ $\boxed{أ + ب = 5}$ ـــــــ *

ق(س) قابل للاشتقاق على $]0، 2[$ ، ذلك لأنه يحقق شرط المتوسطة

$ق'(س) = \begin{cases} -2س + 3 & ، 0 < س < 1 \\ أ & ، 1 < س < 2 \end{cases}$

$ق'(1^+) = ق'(1^-) \Leftarrow$ $\boxed{أ = -1}$

بالتعويض في *: $\boxed{ب = 6}$

ب) إذا كان جاص = ٢جاس، اثبت أن $(\frac{ص}{س})^2 = 3ق^2 ص + 1$؟ (٦ علامات)

نشتق: $حتاص \times ص' = 2حتاس$

$\Leftarrow ص' = \frac{2حتاس}{حتاص}$

$\Leftarrow (ص')^2 = \frac{4حتا^2 س}{حتا^2 ص}$

$\Leftarrow (ص')^2 = \frac{4(1 - جا^2 س)}{حتا^2 ص}$

$\Leftarrow (ص')^2 = \frac{4 - 4جا^2 س}{حتا^2 ص}$

$\Leftarrow (ص')^2 = \frac{4 - (2جاس)^2}{حتا^2 ص}$

$\Leftarrow (ص')^2 = \frac{4 - 4جا^2 ص}{حتا^2 ص}$

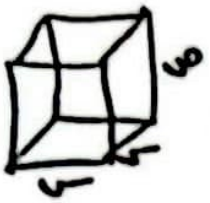
$\Leftarrow (ص')^2 = \frac{4}{حتا^2 ص} - \frac{جا^2 ص}{حتا^2 ص}$

$\Leftarrow (ص')^2 = 4قا^2 ص - ظا^2 ص$

$\Leftarrow (ص')^2 = 4قا^2 ص - (قا^2 ص - 1)$

$\Leftarrow (ص')^2 = 3قا^2 ص + 1$ #

ج) خزان ماء على هيئة متوازي مستطيلات مغلق سعته ٢٥٢ م^٣ ، قاعدته مربعة الشكل يراد طلاؤه بمادة عازلة بحيث تكلفة المتر المربع من المادة العازلة للقاعدة السفلى ٥ دينار ، وللغطاء ٢ دينار للمتر المربع الواحد، و ٣ دنانير للمتر المربع الواحد من الجوانب، جد أبعاده بحيث تكون التكلفة أقل ما يمكن؟
(٧ علامات)



التكاليف = مساحة القاعدة × ٥ + مساحة الغطاء × ٢ + مساحة الجوانب × ٣

$\Leftarrow ت = س^٢ \times ٥ + س^٢ \times ٢ + ٤ س ص \times ٣$

$\Leftarrow ت = ٧ س^٢ + ١٢ س ص$

$\Leftarrow ت = ٧ س^٢ + ١٢ س \times \frac{٢٥٢}{س^٢}$

$\Leftarrow ت = ٧ س^٢ + \frac{٣٠٢٤}{س}$

$\Leftarrow ت' = ١٤ س - \frac{٣٠٢٤}{س^٢}$ = صفر

$\Leftarrow ١٤ س = \frac{٣٠٢٤}{س^٢} \Leftarrow ١٤ س^٣ = ٣٠٢٤$

$\Leftarrow س^٣ = ٢١٦ \Leftarrow$ **س = ٦**

$ح ع = س \times س \times ص$

$٢٥٢ = س^٢ \times ص$

$\Leftarrow$ **$ص = \frac{٢٥٢}{س^٢}$**

عند س = ٦ تكون التكاليف اقل ما يمكن

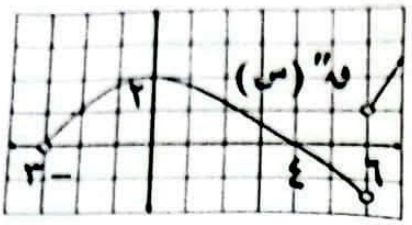
توجيهي pal

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من ثلاثة اسئلة و على المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط.

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ق(س)$ معرف على $]-٣، \infty[$ وكان $ق'(٠) = ق'(٥) = ٠$، $ق'(٤) = ١$، $ق'(٦) = ٣$

معتمدا على التمثيل البياني لمنحنى $ق''(س)$، جد ما يلي: (٧ علامات)



١) فترات التقعر وزوايا الانعطاف لمنحنى $ق(س)$؟

٢) نهـا $\dfrac{(ق'(س))' + ق'(س)}{س^٢ + س}$ ؟
$س \to ٠$

١)

$س$	-٣		٤		٦	
إشارة $ق''(س)$		+	٠	−	٠	+
		∪		∩		∪

$ق(س)$ مقعر لأعلى في $]-٣، ٤[\cup]٦، \infty[$ ومقعر لأسفل في $]٤، ٦[$

$(٤، ق(٤))$ نقطة انعطاف $\Leftarrow$ ظا$\theta_١ = ق'(٤) = ١ \Leftarrow \theta_١ = \frac{\pi}{٤} + ٢\pi ن$

$(٦، ق(٦))$ نقطة انعطاف ثانية $\Leftarrow$ ظا$\theta_٢ = ق'(٦) = ٣ \Leftarrow \theta_٢ = ظا^{-١}(٣) + ٢\pi ن$.

٢) نهـا $\dfrac{(ق'(س))^٢ + ق'(س)}{س^٢ + س} = $ نهـا $\dfrac{٢ق'(س)\, ق''(س) + ق''(س)}{٢س + ١}$
$س \to ٠$ $\quad س \to ٠$

$= \dfrac{٢ق'(٠)\, ق''(٠) + ق''(٠)}{٢ \times ٠ + ١}$

$= \dfrac{٢ \times ٠ \times ٢ + ٢}{٠ + ١} = \dfrac{٢}{١} = ٢$

ب) إذا كان $ص = (٢ع - ٣)^٢$، $س^٣ = ع - ١$ أجد $\dfrac{د ص}{د س}$ عند $ع = ٢$؟ (٦ علامات)

$\dfrac{د ص}{د س} = \dfrac{د ص}{د ع} \times \dfrac{د ع}{د س}$

$= ٢(٢ع - ٣) \times ٢ \times ٣س^٢$

$= ١٢س^٢(٢ع - ٣)$

$\left|\dfrac{د ص}{د س}\right|_{\substack{س=١ \\ ع=٢}} = ١٢ \times (١)^٢(٢ \times ٢ - ٣)$

$= ١٢ \times ١ \times ١ = ١٢$

$س^٣ = ع - ١$

$٣س^٢ \dfrac{د س}{د ع} = ١$

$\dfrac{د ع}{د س} = ٣س^٢$

عند $ع = ٢$

$\Leftarrow س^٣ = ١$

$\Leftarrow س = ١$

ج) أوجد النقطة / النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى ق(س) = س + $\frac{١}{س}$ ، س ≠ ٠ موازياً للقاطع الواصل بين النقطتين (٢،٥١)، (٢ ، $\frac{٥}{٢}$) ؟ (٧ علامات)

ميل القاطع = $\frac{\frac{٥}{٢} - ٥١}{٢ - ١} = \frac{-\frac{٣}{٢}}{١} = -\frac{٣}{٢}$

ق'(س) = ١ − $\frac{١}{س^٢}$

لكن القاطع موازٍ للمماس

⇐ ميل المماس = ميل القاطع ⇐ ١ − $\frac{١}{س^٢}$ = $-\frac{٣}{٢}$ ⇐ $\frac{١}{س^٢}$ = $\frac{٥}{٢}$

⇐ $س^٢$ = ٢ ⇐ س = ± $\sqrt{٢}$

ق($\sqrt{٢}$) = $\sqrt{٢}$ + $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$

ق(−$\sqrt{٢}$) = −$\sqrt{٢}$ + $\frac{١}{-\sqrt{٢}}$ = $-\frac{٣}{\sqrt{٢}}$

∴ نقاط التماس = {($\sqrt{٢}$ ، $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$) ، (−$\sqrt{٢}$ ، $-\frac{٣}{\sqrt{٢}}$)}

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) من نقطة على سطح الأرض قذف جسم رأسياً الى أعلى، وكان ارتفاعه بالأمتار بعد ن من الثواني يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٣٠ن − ٥$ن^٢$، جد: (٧ علامات)

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم. ٢) سرعة الجسم وهو نازل عندما يكون على ارتفاع ٤٠ م.

١) عند اقصى ارتفاع ⇐ ع = صفر

ع = ف' = ٣٠ − ١٠ن = صفر ⇐ ن = ٣ ث (زمن الصعود)

⇐ اقصى ارتفاع = ف(٣) = ٣٠×٣ − ٥×$(٣)^٢$ = ٩٠ − ٤٥ = ٤٥ م

٢) الجسم على ارتفاع ٤٠ م ⇐ ف(ن) = ٤٠

⇐ ٣٠ن − ٥$ن^٢$ = ٤٠ ⇐ ٥$ن^٢$ − ٣٠ن + ٤٠ = صفر

⇐ $ن^٢$ − ٦ن + ٨ = صفر

⇐ (ن − ٢)(ن − ٤) = صفر

⇐ اما ن = ٢ ث او ن = ٤ ث

(صاعد) نازل

ع(٤) = ٣٠ − ١٠×٤ = −١٠ م/ث .

ب) إذا كان للاقتران $ه(س) = \sqrt{(س - ب)^2} + ٥ب$ ، $ب \neq ٠$ قيمة قصوى محلية عند النقطة $(٤ ، ١٠)$ (٦ علامات)

اوجد $ا ، ب$؟

$ه(س) = (س - ب)^{\frac{٢}{٣}} + ٥ب$

$ه'(س) = \frac{٢}{٣}(س - ب)^{-\frac{١}{٣}} \times ١ = \frac{٢}{٣\sqrt[٣]{(س - ب)}}$

$ه'(س) = صفر \Leftarrow \frac{٢}{٣\sqrt[٣]{(س - ب)}} = ٠ \Leftarrow$ (مرفوض)

$ه'(س)$ غ.م $\Leftarrow س - ب = صفر \Leftarrow س = ب$

وبما أن للاقتران قيمة قصوى عند $س = ٤ \Leftarrow ب = ٤$

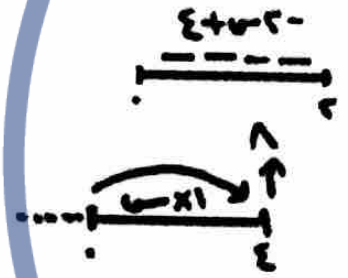
$\Leftarrow \boxed{ب = ٤ا}$ ——— *

أيضاً $ه(٤) = ١٠ \Leftarrow \sqrt{(٤ا - ب)^2} + ٥ب = ١٠$

$\Leftarrow ٥ب = ١٠ \Leftarrow \boxed{ب = ٢}$

بالتعويض في * : $٢ = ٤ا \Leftarrow \boxed{ا = \frac{١}{٢}}$

ج) إذا كان $ه(س) = \begin{cases} س[\frac{١}{٤}س + ١] & ، ٠ \leq س < ٢ \\ |٢س - ٤| & ، ٢ \leq س \leq ٤ \end{cases}$ ، اوجد $ه'(س)$ على الفترة $[٤ ، ٠]$؟ (٧ علامات)



* اعادة التعريف: $\frac{١}{٤}س + ١ = ٠ \leftarrow س = -٤$

طول الوتر $= ٤$ ، $س = ٠ \leftarrow \frac{١}{٤}س + ١ = ٠$

$ه(س) = \begin{cases} -٢س + ٤ & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ٨ & ، ٢ \leq س < ٤ \\ ٤ & ، س = ٤ \end{cases}$

الاتصال: $ه$ متصل في $[٠ ، ٢[$ لانه كثير حدود

$ه$ متصل في $]٢ ، ٤[$ = = =

$ه$ غير متصل عند $س = ٢$ لأنه $\lim_{س \to ٢} ه(س) \neq ه(٢)$

$ه$ غير متصل عند $س = ٤$ لأنه $\lim_{س \to ٤} ه(س) \neq ه(٤)$

$ه'(س) = \begin{cases} -٢ & ، ٠ < س < ٢ \\ ٠ & ، ٢ < س < ٤ \end{cases}$

$\therefore ه$ غير قابل للاشتقاق في $[٠ ، ٤]$

أ) إذا كان $س^{٢} ص + ا ص + ب س^{٢} = ٠$ ، حيث $ص = ق(س)$ كثير حدود له نقطة انعطاف عند النقطة $(١ ، -١)$ جد الثوابت ا ، ب حيث ا ، ب > ٠؟ (٧ علامات)

نشتق العلاقة: $س^{٢} ص' + ص \times ٢س + ا ص' + ٢ب س = صفر$

$\Leftarrow ص'(س^{٢} + ا) = -٢س ص - ٢ب س$

$\Leftarrow ص' = \frac{-٢س(ص + ب)}{س^{٢} + ا}$

$\Leftarrow ص'|_{(١-، ١)} = \frac{-٢ \times ١ (-١ + ب)}{١ + ا} = \frac{٢ - ٢ب}{١ + ا}$

بتعويض النقطة $(١-، ١)$ في العلاقة

$\Leftarrow (١)^{٢} - ١ + ا + ب \times (١) = ٠$

$\Leftarrow ١ - ا + ب = ٠$

$\Leftarrow \boxed{ب = ا - ١}$ ـــــ (١)

نشتق العلاقة مرة أخرى: $س^{٢} ص'' + ص' \times ٢س + ص \times ٢ + ٢س \times ص' + ا ص' + ٢ب = صفر$

$\Leftarrow ص''(س^{٢} + ا) + ص' \times ٤س + ٢ص + ٢ب = صفر$

الآن نعوض نقطة الانعطاف $\Leftarrow صفر \times (١ + ا) + \frac{٢ - ٢ب}{١ + ا} \times ٤ + ١ \times ٢ + ٢ب = صفر$ (١، -١)

$ص''|_{(١-، ١)} = صفر$ لانها نقطة انعطاف $\Leftarrow \frac{٤(٢ - ٢ب)}{١ + ا} = -٢ب$ ، ص = ق(س) كثيرة حدود

$\Leftarrow ٤ = ١ + ا \Leftarrow \boxed{ا = ٣}$

بالتعويض في (١): $ب = ٣ - ١ \Leftarrow \boxed{ب = ٢}$

ب) إذا كان $ق(س^{٢} + ٣س) = س^{٢} \times \sqrt{هـ(س)}$ ، $س > ٠$ أوجد $ق'(٤)$ علماً بأن $هـ(١) = ٤$ ، $هـ'(١) = \frac{١}{٢}$؟ (٦ علامات)

$ق'(س^{٢} + ٣س)(٢س + ٣) = س^{٢} \times \frac{هـ'(س)}{٢\sqrt{هـ(س)}} + \sqrt{هـ(س)} \times ٢س$

$س^{٢} + ٣س = ٤ \Leftarrow س^{٢} + ٣س - ٤ = صفر \Leftarrow (س + ٤)(س - ١) = صفر$

إما $\boxed{س = ١}$ او $س = -٤$ مرفوض لان $س > ٠$.

الآن بتعويض $س = ١ \Leftarrow ق'(٤) \times ٥ = ١ \times \frac{هـ'(١)}{٢\sqrt{هـ(١)}} + \sqrt{هـ(١)} \times ٢$

ب) تتبع أعمار ١٠٠٠ شخص التوزيع الطبيعي، بوسط حسابي ٢٥ عاما، وانحراف معياري ١٠ أعوام.

١)ما النسبة المئوية للأشخاص الذين تزيد أعمارهم عن ٣٥ عاما؟ (٧ علامات)

٢)ما عدد الأشخاص الذين تنحصر أعمارهم بين ٢٥ و ٤٠ عاما؟

(يمكنك الاستعانة بالجدول الآتي)

العلامة المعيارية (ع)	١,٥	١
المساحة تحتها	٠,٩٣٣٢	٠,٨٤١٣

١) $ع = \frac{س - \mu}{\sigma} \leftarrow ع = \frac{٣٥ - ٢٥}{١٠} = ١$

المساحة فوق (ع=١) = ١ − المساحة تحت (ع=١)

= ١ − ٠,٨٤١٣ = ٠,١٥٨٧

النسبة المئوية = ٠,١٥٨٧ × ١٠٠ = ١٥,٨٧٪

٢) $ع = \frac{٢٥ - ٢٥}{١٠} = ٠ \Rightarrow$ ع = $\frac{٤٠ - ٢٥}{١٠} = ١,٥$

المساحة = المساحة تحت (ع=١,٥) − المساحة تحت (ع=٠)

= ٠,٩٣٣٢ − ٠,٥٠٠٠

= ٠,٤٣٣٢

عدد الأشخاص = ١٠٠٠ × ٠,٤٣٣٢

= ٤٣٣,٢ ≈ ٤٣٣ شخص

ج) إذا كان $\int_{-١}^{٢} هـ(س)\,ds = ٥$، $\int_{٢}^{١} ٣هـ(س)\,ds = -٣$ ، فما قيمة $\int_{-١}^{١} (٣س^{٢} - هـ(س))\,ds$؟

(٧ علامات)

$$\int_{-١}^{١} (٣س^{٢} - هـ(س))\,ds = \int_{-١}^{١} ٣س^{٢}\,ds - \int_{-١}^{١} هـ(س)\,ds$$

$$= [س^{٣}]_{-١}^{١} - ٤$$

$$= (١)^{٣} - (-١)^{٣} - ٤$$

$$= ١ + ١ - ٤ = \boxed{-٢}$$

خاصية الإضافة

$$\int_{-١}^{٢} هـ(س)\,ds = \int_{-١}^{١} هـ(س)\,ds + \int_{١}^{٢} هـ(س)\,ds$$

$$٥ = \int_{-١}^{١} هـ(س)\,ds + ١ \leftarrow$$

$$\int_{١}^{٣} هـ(س)\,ds = ٤$$

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $\sum_{ر=١}^{٤} \left(\frac{ر - جـ}{ر + ١}\right) = \frac{٤٣}{٣٠}$ ، فما قيمة الثابت جـ؟ (٧ علامات)

$$\frac{١ - جـ}{٢} + \frac{٢ - جـ}{٣} + \frac{٣ - جـ}{٤} + \frac{٤ - جـ}{٥} = \frac{٤٣}{٣٠}$$

$$\frac{٣ - ٣جـ + ٤ - ٢جـ}{٦} + \frac{١٥ - ٥جـ + ١٦ - ٤جـ}{٢٠} = \frac{٤٣}{٣٠}$$

$$\frac{١٤٠ - ١٠٠جـ + ١٨٦ - ٥٤جـ}{بالـ ٤} = \frac{٤٣}{بالـ ١}$$

$$٣٢٦ - ١٥٤جـ = ١٧٢ \leftarrow -١٥٤جـ = -١٥٤$$

$$\frac{-١٥٤}{-١٥٤} = \frac{-١٥٤}{-١٥٤}$$

$$\leftarrow جـ = ١$$

دولة فلسطين وزارة التربية والتعليم العالي مديرية التربية والتعليم . ضواحي القدس المبحث : الرياضيات الورقة الأولى	 الامتحان التجريبي الموحد	الثاني عشر العلمي اليوم : الاثنين التاريخ : ٦ / ٥ / ٢٠٢٤ مدة الامتحان : ٢ ساعة و ٤٥ دقيقة مجموع العلامات: (١٠٠) علامة

القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك ان يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : يتكون هذا السؤال من (١٠)فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربع بدائل ، اختر البديل الصحيح ، ثم أنقله الى دفتر الاجابة : (٢٠ علامة)

١) اذا كان ن(س) = $\begin{cases} \frac{ب}{س} & ، ٠ < س \geq ٢ \\ لو_{٥}(س) + ١ & ، ٢ < س < ٥ \end{cases}$ اقترانا قابلا للاشتقاق على مجاله، فما قيمة الثابت ب؟

-٢ -٤

$\frac{٤}{٢}$

٢) ليكن ن(س) = [|س − ٣|] فاذا علمت أن متوسط تغير الاقتران ن(س) في الفترة [٣ ، ٥] يساوي (٦) فما قيمة / قيم الثابت أ ؟

٦ $[٦,٥ ، ٦]$

-٦ $]-٦ ، -٦,٥[$

٣) اذا علمت ان س = ق(س) = ١ حيث س ∈ $\left]٠ ، \frac{\pi}{٢}\right[$ ، فما قيمة س َص ؟

$\frac{١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ $\frac{-س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$

$\frac{س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ $\frac{-١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$

٤) تحرك جسم وفق العلاقة ع = $\frac{١}{٢}$ ن^{٣} + ٥ ، ما قيمة تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٩ م/ث؟

١٢ م/ث^{٢} ٦ م/ث^{٢}

٥٤ م/ث^{٢} ٢٧ م/ث^{٢}

توجيهي pal

٥) اذا كان ق(س) = س^{٣} + أ س^{٢} + ب س، يحقق شروط نظرية رول في الفترة [٠ ، ٣]، وكانت قيمة جـ التي تعينها النظرية تساوي (١) ، فما قيمة الثابت ب ؟

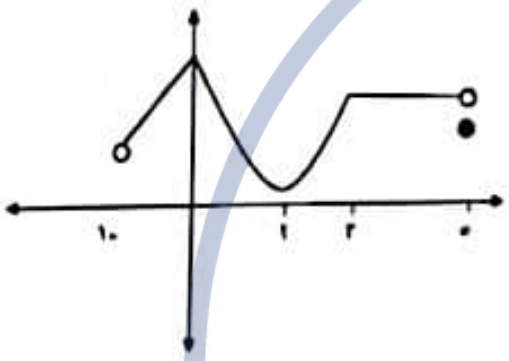
٩−	٦−
٦	٩

٦) اذا كان ق (س) اقترانا قابلا للاشتقاق على مجاله ، وكان ق(٣ س^{٢} + ١) = ٣ س^{٢} + ٢ حيث س > ٠،

جد قيمة $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٤+٢هـ)-ق(٤)}{٤هـ}$ ؟.

$\frac{١}{٢}-$	$\frac{١}{٢}$
١−	١

٧) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على الفترة] −١، ٥ [، ما هي مجموعة قيم س الحرجة للاقتران ق(س)؟



{٠، ٢، ٣، ٥}	{−١، ٠، ٢، ٣، ٥}
{٠، ٢} ∪ [٣، ٥]	{٠، ٢} ∪]٣، ٥]

٨)ما قيمة ميل العمودي على المماس لمنحنى العلاقة س^{٢} = لـو$_{هـ}$(ص س) : ص، ص > ٠ ،عند النقطة (١ ، هـ) ؟

$\frac{١}{هـ}-$	$\frac{١}{هـ}$
هـ−	هـ

٩) اذا كان ق(س) اقتران كثير حدود، وكان ق ′(س) اقترانا متناقصا في الفترة]−∞، −١[، ومتزايدا في الفترة]−١، ∞[، فإذا علمت ان ق ′(٠) = ق ′(−٢) = ٠، ما مجموعة حل المتباينة ق ′(س) ≥ ٠ ؟

[−٢، −١]	[−٢، ٠]
[−١، ٠]	]−∞، −٢]

١٠) يتحرك جسم في خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن ٣ − ١٢ن ٢ + ٨٠ن ، حيث ف: المسافة بالأمتار

ن بالثواني ، ما أقل سرعة ممكنة للجسم ؟

٤٢ م/ث ٨٤ م/ث

٩٦ م/ث ٣٢ م/ث

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

اذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٣} - أ س & ، ٠ \geq س < ١ \\ ب س^{٢} - ٤س & ، ١ \geq س \geq ٣ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [٠ ، ٣]

جد كلا مما يلي : (٧ علامات)

١) قيمة الثابتين أ ، ب .

٢) قيمة جـ التي تعينها النظرية .

اذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س − ١) في الفترة [−١ ، ٣] ، يساوي (٦) ، وكان

هـ(٢س + ٤) = س ٢ ق(س) + ٢س ، جد متوسط التغير في الاقتران هـ(س) في الفترة [٠ ، ٨] (٧ علامات) .

اذا كان ص = ع ٣ + ١ ، س ٢ ع = ع ٢ − ٢ ، ما قيمة $\left| \frac{د ص}{د س} \right|_{ع = ٢}$ (٦ علامات).

السؤال الثالث :(٢٠ علامة)

قذف جسم راسيا لأعلى من قمة برج ، فاذا علمت أن ارتفاع الجسم عن البرج بالأقدام بعد ن ثانية (٨ علامات)

يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٩٦ن − ١٦ن ٢ فاذا كان أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض يساوي(٥١٢) قدم،

جد كلا مما يلي :

١- المسافة المقطوعة في الثواني الخمسة الأولى.

٢- سرعة الجسم وهو على ارتفاع(٢٥٦) قدم من سطح الأرض .

ليكن ق(س) = $(٤ - س^{٢}) \sqrt[٣]{س^{٢}}$ ، جد : (٧ علامات)

١- فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .

٢- القيم القصوى للاقتران ق(س) وبين نوعها (ان وجدت).

اذا علمت أن $(ص + ١)^{٣} = (س - ٢)^{٢}$ ، اثبت ان $\left(\frac{٣}{٢} ص'\right)^{٢} = \frac{١}{ص + ١}$ (٥ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك ان يجيب عن سؤالين فقط.

السؤال الرابع :(٢٠ علامة)

أ) اذا كان $ن(س) = ٣ + ٢س$ ، وكان $ن(س) + ك(س) = (ن \circ ك)(س)$

باستخدام قاعدة لوبيتال جد $\lim_{س \to ٢} \frac{هـ^{(س^٢ - ٤)} \times ك(س) - ك(٢)}{س - ٢}$ ؟ (٥ علامات) .

ب) اذا كان $ن(س) = \frac{١}{٢}$ جا^٢ س $- \frac{١}{٤}$ جتا (٢ س) ، س $\in]٠ ، \pi[$ جد: (٧ علامات)

١- الفترات التي يقع فيها الاقتران ن(س) فوق جميع مماساته .

٢- نقطة / نقاط الانعطاف وزوايا الانعطاف ان وجدت للاقتران ن(س) .

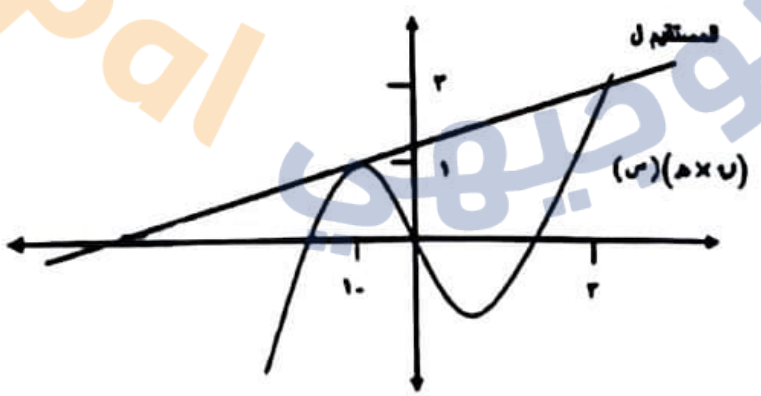
ج) جد مساحة الشكل الرباعي الناتج عن تقاطع المماس والعمودي على المماس لمنحنى $ن(س) = ٢ - (س - ٤)^٢$

عند النقطة (٣ ، ١) ومحوري السينات والصادات والواقعة في الربع الاول . (٨ علامات)

السؤال الخامس :(٢٠ علامة)

أ) جد حجم أكبر مخروط دائري قائم، يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم ، نصف قطر قاعدته (٤سم) وارتفاعه (١٢سم) ، بحيث يقع رأس المخروط الداخلي في مركز قاعدة المخروط الخارجي ؟ (٨ علامات)

ب) الشكل أدناه يمثل منحنى الاقتران $(ن \times هـ)(س)$ ،فاذا علمت أن الاقتران $ن(س) = \frac{٤س}{س^٢ + ١}$ ، وأن المستقيم ل يمس منحنى الاقتران $(ن \times هـ)(س)$ عند س $= -١$، جد قيمة $هـ'(-١)$ ؟ (٥ علامات)



ج) اذا كان ق(س) اقتران كثير حدود، هـ(س) اقتران خطي، إذا علمت أن المنحنيين يتقاطعان في ثلاث نقاط احداثياتها السينية على الترتيب هي : س١ ، س٢ ، س٣ ، بحيث أن ٠ < س١ < س٢ < س٣ ، اثبت انه

E جـ ∈] س١، س٢ [بحيث ان ق''(جـ) = ٠ ؟ (٧ علامات)

السؤال السادس :(٢٠ علامة)

(٨ علامات)

ا) خزان ماء أسطواني دائري قائم سعته (٣٠٠٠ π) م٣ ، مغلق من أعلى بغطاء على شكل نصف كرة جوفاء، فاذا علمت أن تكلفة تصنيع المتر المربع الواحد من القاعدة أربعة دنانير ، وتكلفة تصنيع المتر المربع الواحد من الجوانب دينارين، وتكلفة تصنيع المتر المربع الواحد من الغطاء دينار واحد، جد أبعاد الخزان التي تجعل تكلفة تصنيعه أقل ما يمكن ؟

ب) اذا كان ق(س) = ظا٢ (٢س) ، هـ(س) = $\frac{٥س}{\sqrt{(٦ + ٢س)^{٣}}}$ ، جد (هـ ○ ق)' $\left(\frac{\pi}{٨}\right)$ ؟ (٧علامات)

ج) اذا كان الاقتران ق(س) = س٤ + ا س٣ + ب س٢ + جـ س + ٥ ، فاذا علمت أن الاقتران ق(س) ليس له نقاط انعطاف على مجاله، اثبت أن ا٢ ≤ ٨ ب . (٥ علامات).

انتهت الأسئلة

دولة فلسطين وزارة التربية والتعليم العالي مديرية التربية والتعليم . ضواحي القدس الفرع العلمي المبحث : الرياضيات الورقة الأولى	 الامتحان التجريبي الموحد (الاجابة النموذجية)	اليوم : الاثنين التاريخ : ٦ /٥ / ٢٠٢٤ مدة الامتحان :ساعتان وخمس واربعون دقيقة مجموع العلامات :(١٠٠) علامة

السؤال الاول :

١) $ن'(س) = \begin{cases} \frac{-ب}{س^{٢}}، ٠ < س < ٢ \\ \frac{١}{س}، ٢ < س < ٥ \\ ٠,٤، س = ٥ \end{cases}$ قابل للاشتقاق اذن ن(س)

$ن'(٢)^{-} = ن'(٢)^{+}$

$\frac{-ب}{٤} = \frac{١}{٢}$

$ب = -٢$

٢)

$ن'(٣) = \frac{ن(٥) - ن(٣)}{٥ - ٣}$

$٦ = \frac{[١٥ - ١٣] - [١٣ - ١٢]}{٢}$

$١٢ = [١٢]$

$١٢ \geq ١ < ١٣$

$٦ \geq ١ < ٦,٥$

٣)

$س قا^{٢} س = ١$

$س = جا س$

$١ = -جا س \cdot س'$

$س' = -قا^{٢} س$

توجيهي pal

$$س\ ص' = -س\ قتا\ ص$$

$$= \frac{-جتا\ ص}{جا\ ص}$$

$$= \frac{-س}{\sqrt{١ - جتا^{٢}\ ص}}$$

$$= \frac{-س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$$

٤)

$$ع = ٥ + \frac{١}{٢} ف^{٣}$$

$$ت = \frac{٣}{٢} ف^{٢}\ ع$$

$$ع = ٩ \leftarrow ٩ = ٥ + \frac{١}{٢} ف^{٣}$$

$$٤ = \frac{١}{٢} ف^{٣}$$

$$ف = ٢$$

$$ت = \frac{٣}{٢} \times ٤ \times ٩ = ٥٤$$

٥)

$$ن(٠) = ن(٣)$$

$$٠ = ٢٧ + ١٩ + ٣ب \leftarrow ٠ = ٩ + ١٣ + ب \quad \cdots\cdots (١)$$

$$ن'(س) = ٣س^{٢} + ٢١س + ب$$

$$ن'(١) = ٠ \leftarrow ٠ = ٣ + ١٢ + ب \quad \cdots\cdots (٢)$$

بحل المعادلتين ينتج ان ← ب = ٩ ، ا = −٦

٦)

$$\text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ن(٤ + ٢هـ) - ن(٤)}{٤هـ} = \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ن'(٤ + ٢هـ)(٢) - ٠}{٤}$$

$$= \frac{ن'(٤ + ٢ \times ٠)(٢)}{٤}$$

$$= \frac{١}{٢} ن'(٤)$$

توجيهي Pal

$ن'(٣س^{٢}+١)\times ٦س = ٦س$

$ن'(٣س^{٢}+١) = ١$

$٣س^{٢}+١ = ٤ \leftarrow س = \pm ١$

$س = -١$ ✗ ، $س = ١$ ✓

$ن'(٣\times ١^{٢}+١) = ١$

$ن'(٤) = ١ \leftarrow \frac{١}{٢} ن'(٤) = \frac{١}{٢}$

٧) $\{٠، ٢\} \cup [٣، ٥]$

٨)

$س^{٢} = لـو_{هـ}(س ص)$

$س^{٢} = لـو_{هـ} س + لـو_{هـ} ص$

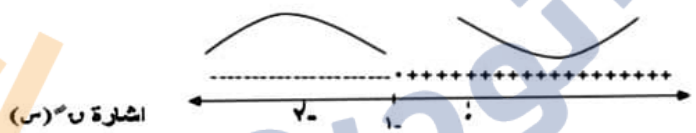
$٢س = \frac{١}{س} + \frac{ص'}{ص}$

$٢\times ١ = ١ + \frac{ص'}{هـ}$

$ص' = هـ$

$ص' = م_{ن} = هـ \leftarrow م_{ن} = \frac{-١}{هـ}$

٩)

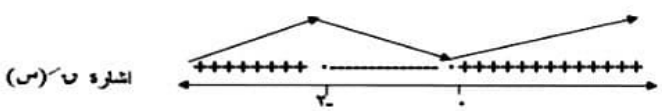


س= ٠ ، -٢ الاحداثيات السينية للنقاط الحرجة

← يوجد قيمة عظمى عند س = - ن''(-٢) < ٠

← يوجد قيمة صغرى عند س = ن''(٠) > ٠

اذن متناقص في الفترة ن(س) $[-٢، ٠]$



١٠)

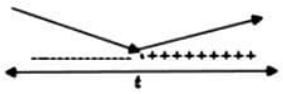
$ف(ن) = ن^{٣} - ١٢ن^{٢} + ٨٠ن$

$ف'(ن) = ٣ن^{٢} - ٢٤ن + ٨٠$

$ف''(ن) = ٦ن - ٢٤$

$ف''(ن) = ٠ \leftarrow ٦ن - ٢٤ = ٠$

$ن = ٤ ث$



$ع|_{ن=٤} = ٣ \times ١٦ - ٢٤ \times ٤ + ٨٠$

$ع = ٣٢$

رقم الفقرة	الاجابة الصحيحة
١	٢-
٢	$[٦,٥ ، ٦]$
٣	$\frac{-س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$
٤	٥٤
٥	٩
٦	$\frac{١}{٢}$
٧	$\{٠ ، ٢\} \cup [٣ ، ٥]$
٨	$\frac{-١}{هـ}$
٩	$[-٢ ، ٠]$
١٠	٣٢

توجيهي Pal

السؤال الثاني(أ) :

١) ن(س) يحقق شروط المتوسطة اذن متصل عند س = ١ وقابل للاشتقاق عند س=١ :

$$\text{نهـا}_{س\to 1^-} س^٢ - ا س = \text{نهـا}_{س\to 1^+} ب س^٢ - ٤س$$

$$١ - ا = ب - ٤$$

$$ا + ب = ٥ \quad \ldots\ldots (١)$$

$$\leftarrow ن'(س) = \begin{cases} ٣س^٢ - ا ، ٠ < س < ١ & ن'(١)^- = ن'(١)^+ \\ ٢ب س - ٤ ، ١ < س < ٣ & ٣ - ا = ٢ب - ٤ \\ ٤٥م ، س = ٣ ، ٠ & ا + ٢ب = ٧ \quad \ldots\ldots (٢) \end{cases}$$

بحل المعادلتين (١) و (٢) :

$$ب = ٢$$

$$ا = ٣$$

$$ن'(س) = \begin{cases} ٣س^٢ - ٣ ، ٠ < س < ١ \\ ٤س - ٤ ، ١ < س < ٣ \\ ٤٥م ، س = ٣ ، ٠ \end{cases}$$

في الفترة]٠ ، ١[نبحث عن جـ ٢)

$$ن'(جـ) = \frac{ن(٣) - ن(٠)}{٣ - ٠}$$

$$٣جـ^٢ - ٣ = \frac{(٢ \times ٣ - ٤ \times ٣) - (٠ - ٠ \times ٣)}{٣}$$

$$٣جـ^٢ - ٣ = ٢$$

$$٣جـ^٢ = ٥$$

$$جـ = \pm \sqrt{\frac{٥}{٣}} \notin]٠ ، ١[$$

في الفترة]١ ، ٣[نبحث عن جـ

$$٤جـ - ٤ = \frac{ن(٣) - ن(٠)}{٣ - ٠}$$

$$٤جـ - ٤ = ٢$$

$$٤جـ = ٦$$

$$جـ = \frac{٣}{٢} \in]١ ، ٣[$$

توجيهي Pal

السؤال الثاني (ب) :

$$\frac{\Delta \text{ن}(\text{س}-1)}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ن}(3-1)-\text{ن}(-1-1)}{3-(-1)}$$

$$= \frac{\text{ن}(2)-\text{ن}(-2)}{4}$$

$$= 6$$

$$\boxed{\text{ن}(-2) = \text{ن}(2) - 24}$$

$$\text{هـ}(2\text{س}+4) = \text{س}^2\,\text{ن}(\text{س}) + 2\text{س}$$

$$2\text{س}+4=0 \leftarrow \text{س}=-2$$

$$2\text{س}+4=8 \leftarrow \text{س}=2$$

$\frac{\Delta \text{هـ}(2\text{س}+4)}{\Delta \text{س}}$ في الفترة $[-2، 2]$:

$$\leftarrow \frac{\text{هـ}(8)-\text{هـ}(0)}{2-(-2)} = \frac{((2)^2\text{ن}(2)+2(2))-((-2)^2\text{ن}(-2)+2(-2))}{4}$$

$$\text{هـ}(8)-\text{هـ}(0) = 4\,\text{ن}(2)-4\,\text{ن}(-2)+8$$

$$= 4\times 24 + 8$$

$$= 104$$

في الفترة $[0، 8]$ م $\cdot$ ت هـ(س)

$$= \frac{\text{هـ}(8)-\text{هـ}(0)}{8-0}$$

$$= \frac{104}{8}$$

$$= 13$$

توجيهي pal

السؤال الثاني (ج):

$$ص = ع^{٣} + ١ \leftarrow \frac{د ص}{د ع} = ٣ ع^{٢} \leftarrow \boxed{\frac{د ص}{د ع} = ٣ ع^{٢}}$$

$$س^{٢} ع = ع^{٢} - ٢ \leftarrow س^{٢} \times \frac{د ع}{د س} + ع \times ٢ س = ٢ ع \frac{د ع}{د س}$$

$$س^{٢} \times \frac{د ع}{د س} - ٢ ع \frac{د ع}{د س} = - ع \times ٢ س$$

$$\frac{د ع}{د س} = \frac{- ٢ ع س}{س^{٢} - ٢ ع} \leftarrow \boxed{\frac{د ع}{د س} = \frac{- ٢ ع س}{س^{٢} - ٢ ع}}$$

نجد قيمة س عندما ع = ٢

$$س^{٢} \times ٢ = ٢^{٢} - ٢$$

$$س^{٢} = ١$$

$$س = \pm ١$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= ٣ ع^{٢} \times \frac{- ٢ ع س}{س^{٢} - ٢ ع}$$

$$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س = ١ ، ع = ٢} = ٣ \times ٤ \times \frac{- ١ \times ٤}{٤ - ١}$$

$$= ١٦$$

$$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س = - ١ ، ع = ٢} = ٣ \times ٤ \times \frac{- ١ \times - ٤}{٤ - ١}$$

$$= - ١٦$$

Pal توجيهي

السؤال الثالث (أ) :

١)عند أقصى ارتفاع ع = ٠

ع = ف ` = ٩٦ − ٣٢ ن

٠ = ٩٦ − ٣٢ ن

ن = ٣ ث

ف أقصى ارتفاع عن سطح البرج=

= ٩٦ × ٣ − ١٦ × ٩

= ٢٨٨ − ١٤٤

= ١٤٤ قدم

ارتفاع البرج = أقصى ارتفاع عن سطح الأرض – أقصى ارتفاع عن سطح البرج

= ٥١٢ ــ ١٤٤ = ٣٦٨ قدم

) ب المسافة المقطوعة = ٢ أقصى ارتفاع عن سطح البرج – ف(

= ٢ × ١٤٤ –(٩٦ × ٥ – ١٦ × ٢٥)

= ٢٨٨ ــ ٨٠ = ٢٠٨ قدم

٢) عندما يكون الجسم على ارتفاع ٢٥٦ قدم من سطح الأرض تكون ازاحته ١١٢ قدم تحت سطح البرج
(٣٦٨ ــ ٢٥٦ = ١١٢)

ف = -١١٢

−١١٢ = ٩٦ن − ١٦ن٢

٩٦ن − ١٦ن٢ + ١١٢ = ٠

ن٢ − ٦ن − ٧ = ٠

(ن − ٧)(ن + ١) = ٠

ن = ٧ ✓ ، ن = −١ ✗

ع ن=٧ = ٩٦ − ٣٢ × ٧

= -١٢٨ قدم / ث

السؤال الثالث (ب):

$$ن(س) = (٤ - س^{٢}) \sqrt[٣]{س^{٢}}$$

متصل لأنه اقتران كثير حدود متصل على ح × اقتران جذر تكعيبي داخله كثير تربيعي متصل على ح ن(س)

$$ن'(س) = (٤ - س^{٢}) \times \frac{٢}{٣} س^{-\frac{١}{٣}} + س^{\frac{٢}{٣}} \times -٢ س$$

$$= \frac{٨ - ٢ س^{٢}}{٣ \sqrt[٣]{س}} - \frac{٢ س \sqrt[٣]{س^{٢}} \times ٣}{٣ \sqrt[٣]{س}}$$

$$= \frac{٨ - ٢ س^{٢} - ٦ س^{٢}}{٣ \sqrt[٣]{س}}$$

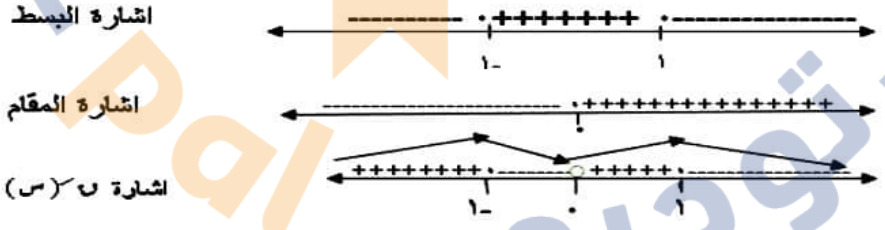
$$= \frac{٨ - ٨ س^{٢}}{٣ \sqrt[٣]{س}}$$

البسط = ٠ : $٨ - ٨ س^{٢} = ٠ \leftarrow س = \pm ١$ ع ه

المقام = ٠ : $٣ \sqrt[٣]{س} = ٠$

$س = ٠$ ع ه

(يوجد ٣ نقاط حرجة)



متزايد في ن(س) $]-\infty ، -١[\cup [١ ، ٠]$

متناقص في ن(س) $[-١ ، ٠] \cup [١ ، \infty[$

يوجد قيمة عظمى مطلقة عند س = -١ وقيمتها $ن(-١) = ٣$

يوجد قيمة عظمى مطلقة عند س = ١ وقيمتها $ن(١) = ٣$

يوجد قيمة صغرى محلية عند س = ٠ وقيمتها $ن(٠) = ٠$

توجيهي Pal

السؤال الثالث (ج):

$$(ص+١)^{٣} = (س-٢)^{٢}$$

$$٣(ص+١)^{٢}\, ص' = ٢(س-٢)$$

$$ص' = \frac{٢(س-٢)}{٣(ص+١)^{٢}}$$

هل $\left(\frac{٣}{٢} ص'\right)^{٢} = \frac{١}{ص+١}$

$$\left(\frac{٣}{٢} \times \frac{٢(س-٢)}{٣(ص+١)^{٢}}\right)^{٢} = \frac{١}{ص+١}$$

$$\frac{(س-٢)^{٢}}{(ص+١)^{٤}} = \frac{١}{ص+١}$$

$$\frac{(ص+١)^{٣}}{(ص+١)^{٤}} = \frac{١}{ص+١}$$

$$\frac{١}{ص+١} = \frac{١}{ص+١}$$

حل آخر :

$$لـو_{ه}(ص+١)^{٣} = لـو_{ه}(س-٢)^{٢}$$

$$٣لـو_{ه}(ص+١) = ٢لـو_{ه}(س-٢)$$

$$\frac{٣ ص'}{ص+١} = \frac{٢}{س-٢}$$ ◄

$$ص' = \frac{٢(ص+١)}{٣(س-٢)}$$

هل $\frac{١}{ص+١} = \left(\frac{٣}{٢} ص^{\prime}\right)^{٢}$

$$\frac{١}{ص+١} = \left(\frac{(ص+١)٢}{(س-٢)٣} \times \frac{٣}{٢}\right)^{٢}$$

$$\frac{١}{ص+١} = \frac{(ص+١)^{٢}}{(س-٢)^{٢}}$$

$$\frac{١}{ص+١} = \frac{(ص+١)^{٢}}{(ص+١)^{٣}}$$

$$\frac{١}{ص+١} = \frac{١}{ص+١}$$

السؤال الرابع (أ):

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \frac{هـ^{س^{٢}-٤} \times ك(س) - ك(٢)}{س-٢} = \frac{٠}{٠}$$

نطبق لوبيتال:

$$= \text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \frac{هـ^{س^{٢}-٤} \times ك^{\prime}(س) + ك(س) \times هـ^{س^{٢}-٤} \times ٢س - ٠}{١}$$

$$= \frac{هـ^{٢^{٢}-٤} \times ك^{\prime}(٢) + ك(٢) \times هـ^{٢^{٢}-٤} \times ٢ \times ٢ - ٠}{١}$$

معطى أن: $ن(س) = ٣ + ٢س$

$ن(س) + ك(س) = (ن \circ ك)(س)$

$ن(س) + ك(س) = (ن \circ ك)(س)$

وعليه

$ن(س) + ك(س) = ن(ك(س))$

$ن(س) + ك(س) = ٣ + ٢ ك(س)$

$ن(س) = ٣ + ك(س)$

$ن(٢) = ٣ + ٢ \times ٢$

$ن(٢) = ٧$

$ن^{\prime}(س) = ٢$

$ن^{\prime}(٢) = ٢$

بما أن: $ن(٢) = ٧$

$ن(٢) = ٣ + ك(٢)$

$٧ = ٣ + ك(٢)$

$ك(٢) = ٤$

$$ن(س) = ٣ + ك(س)$$

$$ن'(س) = ك'(س)$$
$$ن'(٢) = ك'(٢)$$
$$٢ = ك'(٢)$$

$$= \frac{هـ^{٢ - ٤} \times ك'(٢) + ك(٢) \times هـ^{٢ - ٤} \times ٢ \times ٢ - ٠}{١}$$

نعوض :

$$١٨ = \frac{١ \times ٢ + ١ \times ٤ \times ٤}{١}$$

السؤال الرابع (ب) :

$$ن(س) = \frac{١}{٢} جا^{٢} س - \frac{١}{٤} جتا (٢س) ، س \in]٠ ، \pi[$$

اقتران متصل لأنه ثابت متصل × اقتران جيب متصل – ثابت متصل × اقتران جيب تمام متصل) ن(س) (

$$ن'(س) = \frac{١}{٢} \times ٢ جا س جتا س - \frac{١}{٤} \times - ٢ جا ٢ س$$

$$= \frac{١}{٢} جا ٢ س + \frac{١}{٢} جا ٢ س$$

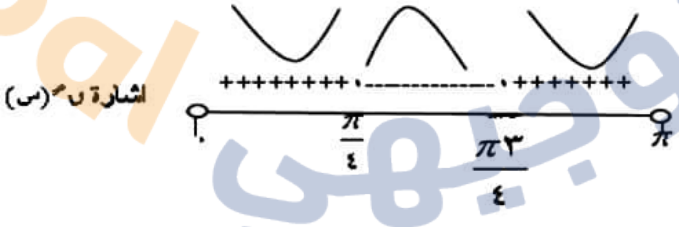
$$= جا ٢ س$$

$$ن''(س) = ٢ جتا ٢ س$$

$$٠ = ٢ جتا ٢ س$$

$$٢س = \frac{\pi}{٢} \leftarrow س = \frac{\pi}{٤} \in]٠ ، \pi[$$

$$٢س = \frac{\pi ٣}{٢} \leftarrow س = \frac{\pi ٣}{٤} \in]٠ ، \pi[$$



ن(س) مقعر لأعلى في $]٠ ، \frac{\pi}{٤}[\cup]\frac{\pi ٣}{٤} ، \pi[$

نقطتا انعطاف $(\frac{\pi}{٤} ، \frac{١}{٤}) ، (\frac{\pi ٣}{٤} ، \frac{١}{٤})$

زوايا الانعطاف : $ظا\ هـ_1 = ن'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

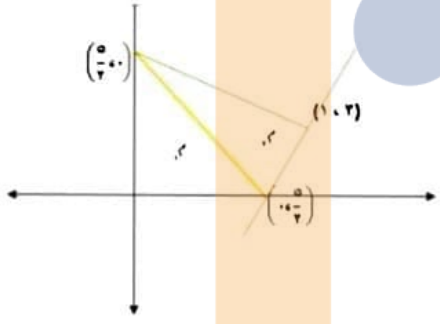
$$هـ_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$ظا\ هـ_2 = ن'\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$$

$$هـ_2 = \frac{3\pi}{4}$$

السؤال الرابع (ج):

مساحة الشكل الرباعي = مساحة المثلث ١ + مساحة المثلث ٢



$$ن'(س) = -2(س - 4)$$

$$ن'(3) = -2(3 - 4)$$

$$م_1 = 2$$

$$م_2 = \frac{-1}{2}$$

معادلة المماس : $\frac{5}{2}$ يقطع المماس محور السينات عند س=

$$ص - 1 = 2(س - 3)$$

$$ص = 2س - 5$$

معادلة العمودي : $\frac{5}{2}$ يقطع العمودي محور الصادات عند ص=

$$ص - 1 = \frac{-1}{2}(س - 3)$$

$$ص = \frac{-1}{2}س + \frac{5}{2}$$

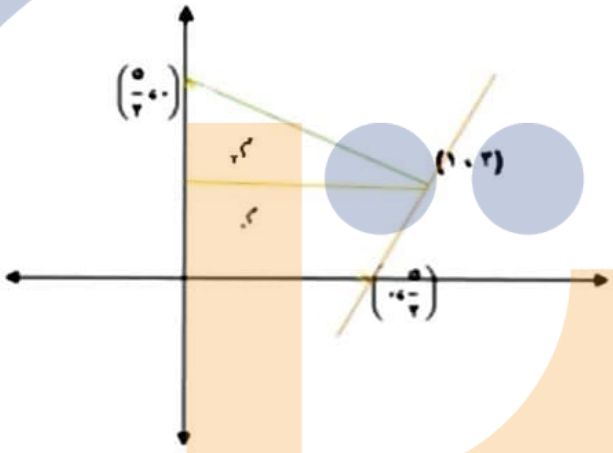
$$م_{\Delta ١} = \frac{١}{٢} \times \frac{٥}{٢} \times \frac{٥}{٢} = \frac{٢٥}{٨}$$

$$م_{\Delta ٢} = \frac{١}{٢} \times \sqrt{(-٣)^{٢} + (-١)^{٢}} \times \sqrt{(-٣)^{٢} + (-١ \frac{١}{٢})^{٢}}$$

$$م_{\Delta ٢} = \frac{١٥}{٨}$$

مساحة الشكل الرباعي $= \frac{٢٥}{٨} + \frac{١٥}{٨} = ٥$

حل آخر



مساحة الشكل الرباعي = مساحة شبه المنحرف + مساحة المثلث

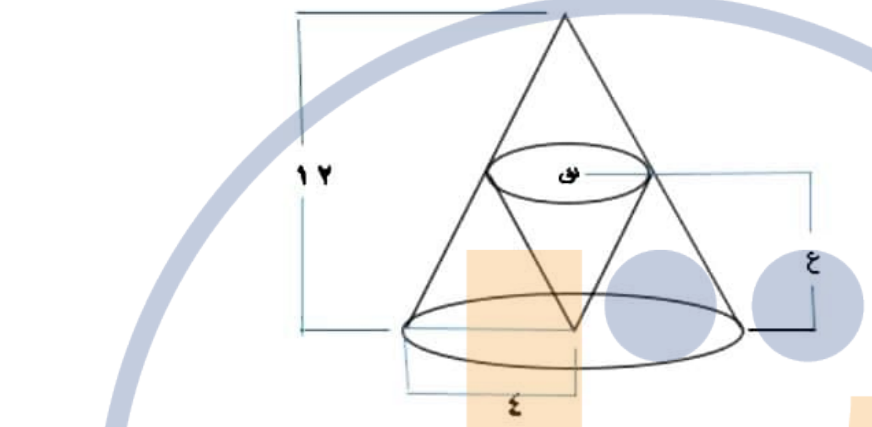
$= \frac{١}{٢}$(مجموع القاعدتين) × الارتفاع + × القاعدة × الارتفاع$\frac{١}{٢}$

$$= \frac{١}{٢}\left(٣ + \frac{٥}{٢}\right) \times ١ + \frac{١}{٢} \times ٣ \times \left(١ - \frac{٥}{٢}\right)$$

$$= \frac{١١}{٤} + \frac{٩}{٤}$$

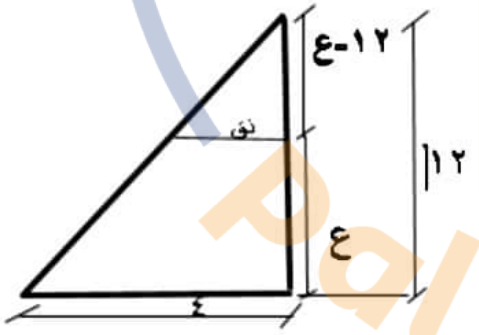
$= ٥$

السؤال الخامس (أ):



$$ح = \frac{١}{٣} \pi \, نو^{٢} \, ع$$

من تشابه المثلثات :



$$\frac{٤}{نو} = \frac{١٢}{١٢ - ع}$$

$$ع = ١٢ - ٣ نو$$

$$ح = \frac{1}{3} \pi نق^2 ع$$

$$= \frac{1}{3} \pi نق^2 (12 - 3 نق)$$

$$ح = \frac{\pi}{3} (12 نق^2 - 3 نق^3)$$

$$ح' = \frac{\pi}{3} (24 نق - 9 نق^2)$$

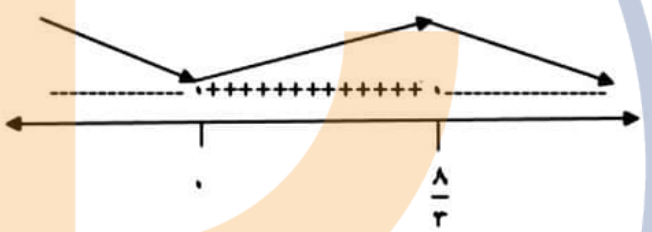
$$ح' = 0$$

$$\frac{\pi}{3} (24 نق - 9 نق^2) = 0$$

$$24 نق - 9 نق^2 = 0$$

$$3 نق (8 - 3 نق) = 0$$

$$نق = 0 \times \ / \ نق = \frac{8}{3} \checkmark$$

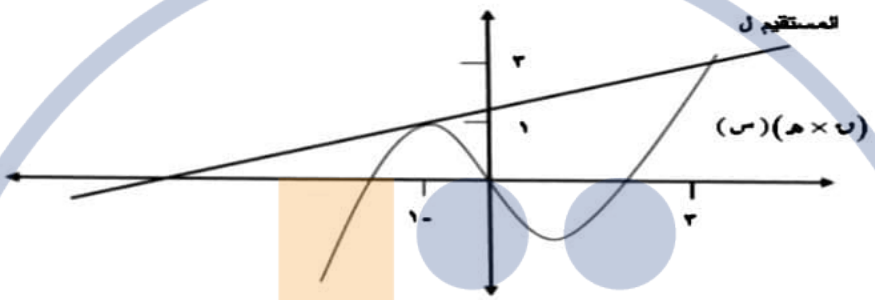


$$ح = \frac{\pi}{3} \left(\left(\frac{8}{3} \right)^2 \times 12 - 3 \times \left(\frac{8}{3} \right)^3 \right)$$

$$= \frac{256 \pi}{27}$$

توجيهي Pal

السؤال الخامس ب :



يمر بالنقطتين (-١ ، ١) ، (٣ ، ٣) $(ن \times هـ)(س)$ المماس لمنحنى

نقطة التماس (-١ ، ١) اذن: $(ن \times هـ)'(-١) = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$$= \frac{١ - ٣}{(-١) - ٣}$$

$$= \frac{١}{٢}$$

$$(ن \times هـ)'(-١) = ن(-١) \times هـ'(-١) + هـ(-١) \times ن'(-١)$$

توجيهي pal

$$ن(س) = \frac{٤س}{س^٢ + ١}$$

$$ن(-١) = \frac{-٤}{١+١} = -٢$$

$$ن'(س) = \frac{٤(س^٢ + ١) - ٢س \times ٤س}{(س^٢ + ١)^٢}$$

$$ن'(س) = \frac{٤ - ٤س^٢}{(س^٢ + ١)^٢}$$

$$ن'(-١) = \frac{٤ - ٤}{(١+١)^٢} = ٠$$

$$(ن \times هـ)'(-١) = ن(-١) \times هـ'(-١) + هـ(-١) \times ن'(-١)$$

$$= -٢ \times هـ'(-١) + هـ(-١) \times ٠$$

$$هـ'(-١) = \frac{-١}{٤}$$

السؤال الخامس (ج):

هـ(س) اقتران خطي ← $هـ(س) = ا س + ب$

هـ(س) اذن : $س_١ ، س_٢ ، س_٣$ في ثلاث نقاط ن (س) يقطع

$ن(س_١) = هـ(س_١) = ا س_١ + ب$

$ن(س_٢) = هـ(س_٢) = ا س_٢ + ب$

$ن(س_٣) = هـ(س_٣) = ا س_٣ + ب$

- في ن (س) نطبق المتوسطة على منحنى $[س_١ ، س_٢]$

لأنه كثير حدود $[س_١ ، س_٢]$ متصل في ن (س)

لأنه كثير حدود $] س_١ ، س_٢ [$ قابل للاشتقاق في ن (س)

تحققت شروط المتوسطة بحيث : $E \in] س_١ ، س_٢ [$ اذن

$$ن'(جـ_1) = \frac{ن(س_2) - ن(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{(ا س_2 + ب) - (ا س_1 + ب)}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{ا س_2 - ا س_1}{س_2 - س_1}$$

$$ن'(جـ_1) = ا$$

- في ن(س) نطبق المتوسطة على منحنى [س٢ ، س٣]

لأنه كثير حدود [س٢ ، س٣] متصل في ن(س)

لأنه كثير حدود] س٢ ، س٣ [قابل للاشتقاق في ن(س)

تحققت شروط المتوسطة بحيث : E جـ٢ ∈] س٢ ، س٣ [اذن

$$ن'(جـ_2) = \frac{ن(س_3) - ن(س_2)}{س_3 - س_2}$$

$$= \frac{(ا س_3 + ب) - (ا س_2 + ب)}{س_3 - س_2}$$

$$= \frac{ا س_3 - ا س_2}{س_3 - س_2}$$

$$ن'(جـ_2) = ا$$

- في ن'(س) نطبق رول على منحنى [جـ١ ، جـ٢]

لأنه مشتقة كثير حدود [جـ١ ، جـ٢] متصل في ن'(س)

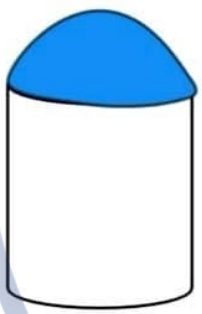
لأنه كثير حدود] جـ١ ، جـ٢ [قابل للاشتقاق في ن'(س)

توجيهي Pal

$$ن'(جـ_1) = ن'(جـ_2) = ١$$

تحققت شروط رول بحيث E جـ ∈] جـ$_1$ ، جـ$_2$ [اذن ن"(جـ) = ٠

السؤال السادس (أ):



حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$\pi ٣٠٠٠ = \text{نق}^{٢} \pi \text{ ع}$$

$$\text{ع} = \frac{٣٠٠٠}{\text{نق}^{٢}}$$

التكلفة = تكلفة القاعدة الدائرية +تكلفة الجوانب + تكلفة الغطاء النصف كروي

ت = سعر المتر المربع× مساحة الدائرة+ سعر المتر المربع×المساحة الجانبية للأسطوانة

+ سعر المتر المربع× مساحة سطح نصف الكرة

توجيهي Pal

$$ت = ٤ \times نق^{٢} \pi + ٢ \times ٢ \pi \, نق \, ع + ١ \times \frac{١}{٢} ٤ \, نق^{٢} \pi$$

$$= ٤ \pi \, نق^{٢} + ٤ \pi \, نق \frac{٣٠٠٠}{نق^{٢}} + ٢ \pi \, نق^{٢}$$

$$= ٦ \pi \, نق^{٢} + \frac{١٢٠٠٠ \pi}{نق}$$

$$ت' = ١٢ \pi \, نق - \frac{١٢٠٠٠ \pi}{نق^{٢}}$$

$$= \frac{١٢ \pi \, نق^{٣} - ١٢٠٠٠ \pi}{نق^{٢}}$$

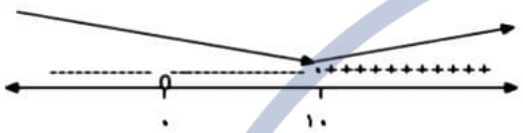
$$١٢ \pi \, نق^{٣} - ١٢٠٠٠ \pi = ٠$$

البسط = ٠ : $نق^{٣} = ١٠٠٠$

$نق = ١٠$

المقام = ٠ : $نق^{٢} = ٠$

$نق = ٠$ ✗



أبعاد الخزان : $نق = ١٠$ م

$$ع = \frac{٣٠٠٠}{١٠^{٢}} = ٣٠ \text{ م}$$

السؤال السادس (ب):

$$د(س) = ظا^{٢}(٢س) ، هـ(س) = \frac{٥س}{\sqrt[٣]{(٢س + ٦)}}$$

$$هـ'\left(د\left(\frac{\pi}{٨}\right)\right) \times د'\left(\frac{\pi}{٨}\right) \quad (هـ \circ د)'\left(\frac{\pi}{٨}\right) =$$

توجيهي Pal

$$ن'(س) = ٤ \text{ ظتا } ٢س \times - \text{ قتا}^{٢} ٢س$$

$$ن'\left(\frac{\pi}{٨}\right) = -٤ \text{ ظتا}\left(٢ \times \frac{\pi}{٨}\right) \text{قتا}^{٢}\left(٢ \times \frac{\pi}{٨}\right)$$

$$= -٤ \text{ ظتا}\left(\frac{\pi}{٤}\right) \text{قتا}^{٢}\left(\frac{\pi}{٤}\right)$$

$$= -٤ \times ١ \times (\sqrt{٢})^{٢}$$

$$= -٨$$

$$ن\left(\frac{\pi}{٨}\right) = \text{ظتا}^{٢}\left(٢ \times \frac{\pi}{٨}\right) = ١$$

$$هـ(س) = ٥س \times (٢س + ٦)^{\frac{٢}{٣}}$$

$$هـ'(س) = ٥س \times \frac{-١}{٣} \times (٢س + ٦)^{\frac{-١}{٣}} \times ٢ + (٢س + ٦)^{\frac{٢}{٣}} \times ٥$$

$$هـ'\left(ن\left(\frac{\pi}{٨}\right)\right) = هـ'(١) = \frac{-١٠}{٣\sqrt{٨^{٤}}} + \frac{٥}{\sqrt{٨^{٣}}}$$

$$= \frac{-١٠}{٤٨} + \frac{٥}{٢}$$

$$= \frac{٥٥}{٢٤}$$

$$(هـ ٥ن)'\left(\frac{\pi}{٨}\right) = هـ'\left(ن\left(\frac{\pi}{٨}\right)\right) \times ن'\left(\frac{\pi}{٨}\right)$$

$$= \frac{٥٥}{٢٤} \times -٨$$

$$= \frac{-٥٥}{٣}$$

السؤال السادس (ج):

$$ن(س) = س^{٤} + ا س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + ء$$

اقتران متصل لأنه كثير حدود ن(س)

توجيهي Pal

$ن'(س) = ٤س^٣ + ١٣س^٢ + ٢ب س + جـ$

$ن''(س) = ١٢س^٢ + ١٦س + ٢ب$

ق(س) ليس له نقاط انعطاف معناها اشارة ن''(س) لا تتغير

ن''(س) اقتران تربيعي هناك حالتان حتى لا تتغير اشارة الاقتران ن''(س)

اذا كان المميز ≥ صفر وبالتالي يكون له جذر وحيد او لا جذور

أي ان : المميز ≥ صفر ، وعليه نجد مميز ن''(س)

$(١٦)^٢ - ٤(١٢)(٢ب) \geq ٠$

$٢٥٦ - ٩٦ب \geq ٠$

$٩٦ب \geq ٢٥٦$

$ب \geq ٨^٢١٣$

وهو المطلوب.

توجيهي pal

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم / محافظة طولكرم

الامتحان الموحد في مبحث الرياضيات
للصف الثاني الثانوي العلمي (التوجيهي)
الـــورقة الأولـى

التاريخ: ٦ / ٥ / ٢٠٢٤
مدة الامتحان : ساعتان و ٤٥ دقيقة
مجموع العلامات : (١٠٠ علامة)

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة ستة أسئلة ، أجب عن خمسة اسئلة منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من ١٠ فقرات من نوع اختيار من متعدد من أربعة بدائل ، اختر البديل الصحيح ثم انقله الى دفتر الإجابة :

١) اذا كان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ و $هـ(س)$ في الفترة $[٣،١]$ يساوي ٥ ، $\frac{-٥}{١٢}$ على الترتيب ، وكان $هـ(س) = \frac{١}{ن(س)}$ ، فما قيمة $ن(١) \times ن(٣)$ ؟

١,٢ ـ ١٢ ٦ ١٢

٢) اذا كان $ن(س) = س^{٢}$ ، $٤ك(١) = ٢ك(١) = ٤$ ، فما قيمة $\frac{د}{دس}\left((ن \circ ك)^{٢}(س)\right)$ عند $س = ١$ ؟

٤ ٦ ٨ ١٦

٣) اذا كان $\frac{د}{دس}\left(\frac{ن(-١)}{ن^{٢}(س)+١}\right) = -٢س$ ، وكان $ن(-١) = -١$ ، فما قيمة $ن(-١)$ ؟

ـ ٤ صفر ـ ٢ ، ٢ ٢

٤) اذا كان $ن(س) = لـو_{هـ} |٩ - س^{٢}|$ ، فما عدد النقاط الحرجة للاقتران $ن(س)$ ؟

صفر ١ ٢ ٣

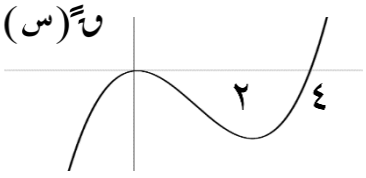
٥) اذا كان $ن(س)$ كثير حدود حيث $ن(س) + ن(س) = ٣س^{٢} - ٢س$ ، فما قيمة $ن(٢)$ ؟

٦ - ١ ٦ ٩

٦) اذا كان $ن(س)$ كثير حدود ، وكان $ن(س) < ٠$ عندما $س < ٢$ ، $ن(س) > ٠$ عندما $س > ٢$ ، وكان $ن(٣) = ٠$ ، فما العبارة الصحيحة دائما ؟

$ن(٣)$ عظمى محلية $ن(٣) = ٠$ $ن(٣)$ صغرى محلية $ن(٢) = ٠$

٧) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران $ن(س)$ المعرف على ح ، فما مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران $ن$ نقطة انعطاف ؟



{٤} {٠} {٤،٠} {٤،٢،٠}

يتبع صفحة (٢)

٨) ما مجموعة قيم جـ التي يمكن الحصول عليها من تطبيق نظرية رول على الاقتران ق(س) = ٤ في الفترة [−١، ١] ؟

{ }　　{٠}　　[−١، ١]　　]−١، ١[

٩) اذا كان للاقتران ق(س) = ٣س + (٤ − أ)س^{٣} قيمة قصوى محلية عند س = ١ حيث أ عدد ثابت ، فما هي الفترة التي يكون فيها ق(س) متزايد ؟

]−∞، −١[　　]١، ∞[　　[−١، ١]　　ϕ

١٠) اذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{-٣س + ٢}$ ، فما قياس زاوية الانعطاف لمنحنى ق(س) ؟

صفر　　$\frac{\pi}{٢}$　　π　　لا توجد زاوية انعطاف

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس - ٣ & ، س > ٤ \\ -س^{٢} + ١٥س - ب & ، س \leq ٤ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في [٢ ، ٦] .

جد :١) قيم الثوابت أ ، ب .　　٢) قيمة جـ التي تعينها النظرية . (٨ علامات)

ب) اذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) = أس^{٣} + بس في [١، ٣] يساوي ٥ ، وكان لمنحنى ق(س) قيمة حرجة عند س = ٢ ، جد قيمة كل من أ، ب . (٦ علامات)

جـ) اذا كانت ص = (٢ع − ٥)^{٤} ، ع^{٢} = س^{٣} − ٢س + ١٢ ، ع > ٠ ، جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٢ . (٦ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = جتا^{٢}س − جاس ، س ∈ [٠، π] جد

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .　　٢) القيم القصوى ونوعها للاقتران ق(س) . (٨ علامات)

ب) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة س^{٢} = لـوهـ ص ، س، ص > ٠ ، عند النقطة (١، ب) الواقعة عليه .

(٧ علامات)

جـ) اذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{٢جتا٢س - ٢}{أس^{٢}} = ٢$ ، جد قيمة الثابت أ . (٥ علامات)

يتبع صفحة (٣)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط .

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٢س^{٢} + أس ، أ ثابت ، وكان للاقتران ق(س) نقطة انعطاف أفقي ، جد :

١) قيمة أ . ٢) فترات التقعر للاقتران ق(س) . (١٠ علامات)

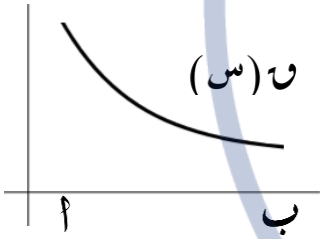
ب) جد أكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف يمكن رسمه تحت محور السينات بحيث تكون احدى قاعدتيه على محور السينات وجميع رؤوسه على منحنى الاقتران ق(س) = ٩ − س^{٢} . (١٠ علامات)

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) اذا كانت جاص = ٢جاس أثبت أن $\left(\frac{ص}{٢}\right)^{٢}$ = ٣قا^{٢}ص + ١ . (٨ علامات)

ب) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف في [أ،ب] ،

بين أن ل(س) = $\frac{هـ^{س}}{ق(س)}$ اقتران متزايد في [أ،ب] . (٦ علامات)



جـ) اذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثانية يمر منحناه بنقطة الأصل ويحقق شروط نظرية رول في [٠،٤] . اذا كانت القيمة الصغرى للاقتران ق(س) في هذه الفترة تساوي − ٤ ، جد قاعدة الاقتران ق(س) . (٦ علامات)

السؤال السادس : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = هـ^{س} + هـ$^{-س}$ ، ∀س ∈ ح ، أثبت أن ق(س) ≥ ٢ . (٨ علامات)

ب) قذف جسم رأسياً الى أعلى من قمة برج بحيث أن إرتفاعه عن البرج بالأمتار بعد ن ثانية يعطى بالعلاقة

ف(ن) = ٢٠ن − ٥ن^{٢} ، وكان أقصى ارتفاع وصل اليه الجسم عن سطح الأرض بعد ن ثانية يساوي ٨٠ م ، جد

١) ارتفاع البرج . ٢) سرعة الجسم على ارتفاع ٣٥ م من سطح الأرض .

٣) المسافة المقطوعة خلال الثواني الخمس الأولى . (١٢ علامة)

انتهت الأسئلة

اجابة الامتحان الموحد - طولكرم / رياضيات الورقة الاول

٢٠٢٤ / ٢٠٢٤

اجابة السؤال الاول

رقم الفرع	١	٢	٣	٤	٥
الاجابة	١٢	٨	٢,٢-	١	٦

رقم الفرع	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ه(٣) عظمى محلية	{٤}	]-١٠١[	[-١٠١]	$\frac{11}{2}$

توجيهي Pal

اجابة السؤال الثاني (٢)

ق ٢ م

$$م(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٣ & ، ٠ \leq س < ٤ \\ -٢س^{٢} + ١٥س - ب & ، ٤ \leq س \leq ٦ \end{cases}$$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

$\Leftarrow$ ١) $م(س)$ متصل على $[٠, ٦]$ $\Leftarrow$ $م(س)$ متصل عندما $س = ٤$

$$\text{نهـ}_{س \to ٤^-} (٣س^{٢} - ٣) = \text{نهـ}_{س \to ٤^+} (-٢س^{٢} + ١٥س - ب)$$

$$٤٨ - ٣ = -٣٢ + ٦٠ - ب \Leftarrow ٤أ + ب = ٤٧ \quad \text{---} (١)$$

٢) $م(س)$ قابل للاشتقاق في $]٠, ٤[$ $\Leftarrow$ $م'(٤)$ موجودة .

$$م'(٤^-) = م'(٤)^+ \quad ، \text{ نجد } م'(س) = \begin{cases} أ & ٠ < س < ٤ \\ -٤س + ١٥ & ٤ \leq س < ٦ \end{cases}$$

$$أ = -٤ \times ٤ + ١٥$$

$$\boxed{أ = ٧}$$

نعوض عن أ في معادلة (١) $\Leftarrow$ $٤ \times ٧ + ب = ٤٧$ $\Leftarrow$ $\boxed{ب = ١٩}$

$$\therefore م(س) = \begin{cases} ٧س - ٢ & ، ٠ \leq س < ٤ \\ -٢س^{٢} + ١٥س - ١٩ & ٤ \leq س \leq ٦ \end{cases}$$

$م(س)$ يحقق المتوسطة $\Leftarrow$ يوجد على الأقل عدد حقيقي مثل $جـ \in]٠, ٦[$

بحيث أن $م'(جـ) = \dfrac{م(٦) - م(٠)}{٦ - ٠}$

عندما $٠ < جـ < ٤$

$$م'(جـ) = \frac{(-٢ \times ٦^{٢} + ١٥ \times ٦ - ١٩) - (٧ \times ٠ - ٢)}{٤}$$

$$٧ = \frac{٣٥ - ١١}{٤} \Leftarrow ٧ \neq ٦ \quad \times$$

عندما $٤ \leq جـ < ٦$

$$م'(جـ) = ٦$$

$$-٤جـ + ١٥ = ٦$$

$$-٤جـ = -٩$$

$$جـ = \frac{٩}{٤} \in]٤, ٦[$$

$\therefore$ قيمة جـ التي تحقق النظرية $جـ = \frac{٩}{٤}$

اجابة السؤال الثاني ب

ب) متوسط تغير الاقتران $ق(س) = ٣س^{٢} + ب س$ في الفترة $[١ ، ٣]$ يساوي ٥

$$\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = ٥$$

$$\frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١} = ٥$$

$$\frac{(٢٧ + ٣ب) - (٣ + ب)}{٢} = ٥ \Leftarrow ٢٤ + ب = ٥ \quad \text{---} \quad (١)$$

لمعرفة $ق(س)$ فيه حرجة عندما $س = ٠ \Leftarrow ق'(٠) = ٠$

$ق'(س) = ٦س + ب$

$ق'(٢) = ١٢ + ب = ٠ \Leftarrow ١٢ + ب = ٠ \quad \text{---} \quad (٢)$

بحل المعادلتين $٢٤ + ب = ٥$

$١٢ + ب = ٠$

$\boxed{أ = ٥} \Leftarrow \boxed{ب = -٦٠}$

اجابة السؤال الثاني ج

ج) $ص = (ع^{٢} - ٥)^{٤}$ ، $ع^{٢} = س^{٣} - ٢س^{٢} + ١٢$ ، $ع > ٠$

عندما $س = ٢ \Leftarrow ع^{٢} = ٨ - ٤ + ١٢ \Leftarrow ع^{٢} = ١٦ \Leftarrow \boxed{ع = ٤}$ ، -٤ مرفوضة

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

بما أن $ص = (ع^{٢} - ٥)^{٤} \Leftarrow \frac{د ص}{د ع} = ٤(٢ع - ٥)^{٣} \times ٢$

$$\left.\frac{د ص}{د ع}\right|_{ع = ٤} = ٤(٢ \times ٤ - ٥)^{٣} \times ٢ = \boxed{٢١٦}$$

$ع^{٢} = س^{٣} - ٢س^{٢} + ١٢$ (نستفيد ضمنياً)

$$٢ع \frac{د ع}{د س} = ٣س^{٢} - ٤س$$

نعوض $ع = ٤ ، س = ٢ \Leftarrow ٨ \frac{د ع}{د س} = ١٢ - ٨ \Leftarrow \frac{د ع}{د س} = \frac{٤}{٨}$

$$\left.\frac{د ع}{د س}\right|_{ع = ٤ ، س = ٢} = \frac{٥}{٤}$$

$$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{ع = ٤ ، س = ٢} = \left.\frac{د ص}{د ع}\right|_{ع = ٤} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= ٢١٦ \times \frac{٥}{٤} = \boxed{٢٧٠}$$

اجابة السؤال الثالث (أ)

ق(س) = جتاس - جاس ، س ∈ [0 ، π]

الحل: 1) ق(س) متصل على [0 ، π] (مربع مشتق على ح - مشتق على ح2) ← متصل على [0 ، π]

2) ق(س) مشتق على]0 ، π[

ق'(س) = -جتاس جاس - جتاس = 0

-جتاس (جاس + 1) = 0

جتاس = 0 ⇐ س = π/2 ∈]0 ، π[

جاس + 1 = 0 ⇐ جاس = -1/2 مرفوض (الجيب موجب في]0 ، π[)

ق'(س) غ.م عندما س = 0 ، π

س	0		π/2		π
إشارة ق'(س)	غ.م	-	0	+	غ.م
سلوك ق(س)		↘		↗	

⇐ ① ق(س) متناقص في [0 ، π/2]

ق(س) متزايد في [π/2 ، π] .

ⓒ عند س = 0 ↕ (بداية تناقص) فيه عظمى محلية وقيمتها ق(0) = جتا0 - جا0 = 1 - 0 = 1 وهي مطلقة

عند س = π/2 ، فيه صغرى محلية وقيمتها ق(π/2) = جتا π/2 - جا π/2 = 0 - 1 = -1 (نهاية تزايد) وهي مطلقة

عند س = π ، ↑ فيه عظمى محلية وقيمتها ق(π) = جتا π - جا π = -1 - 0 = -1 وهي مطلقة

اجابة السؤال الثالث ب

ص = لو_هـ س ، س ∈]0 ، ∞[(1 ، ب) نقطة تماس

نجد ب ⇐ 1 = لو_هـ 1 ⇐ ب = هـ ← نقطة التماس (1 ، ب)

نشتق ضمنيا

1 = ص' / س ⇐ ص' = س ⇐ ص' = 1/س

م_ظا س | (1 ، هـ) = هـ ⇐ ميل العمودي | (1 ، هـ) = -1/هـ

معادلة العمودي: ص - ص_1 = م_العمودي (س - س_1)

ص - هـ = -1/هـ (س - 1) ⇐ ص = -1/هـ س + 1/هـ + هـ

صفحة ⑧

يتبع ←

اجابة السؤال الثالث جـ

س٣ جـ

$\lim_{س \to 0} \frac{2 جتا س - 2}{س^2} = 2$ بالتعويض المباشر $\frac{2 جتا 0 - 2}{0} = \frac{2-2}{0} = \frac{0}{0}$

نستخدم لوبتال $\Leftarrow$ $\lim_{س \to 0} \frac{-2 جا س}{2س}$ بالتعويض مرة اخرى $\frac{-2 جا 0}{0} = \frac{0}{0}$

نطبق لوبتال مرة اخرى $\lim_{س \to 0} \frac{-2 جتا س}{2} = -1$

$\frac{-2 جتا ب}{2} = -1 \Leftarrow -2 جتا ب = -2$

$جتا ب = 1 \Leftarrow ب = 0$

صفحة (٣) ينتهي

اجابة السؤال الرابع أ

س٤ أ

$ق(س) = س^3 - 3س^2 + 1$ متصل على ح لانه كثير حدود

$ق'(س) = 3س^2 - 6س$

$ق'(س) = 3س(س - 2)$

$3س(س-2) = 0 \Leftarrow س = 0 ، 2$

نقطة الانعطاف $(2، ق(2)) = (2، -3)$

ق(س) متصل عندما يتغير من اتجاه تقعر

للاعداد نقطة انعطاف افقي $\Leftarrow$ $(2، ق(2))$ نقطة انعطاف افقي

$\therefore ق'(2) = 0$

$3 \times (2)^2 - 6 \times 2 + ب = 0$

$12 - 12 + ب = 0 \Leftarrow ب = 0$

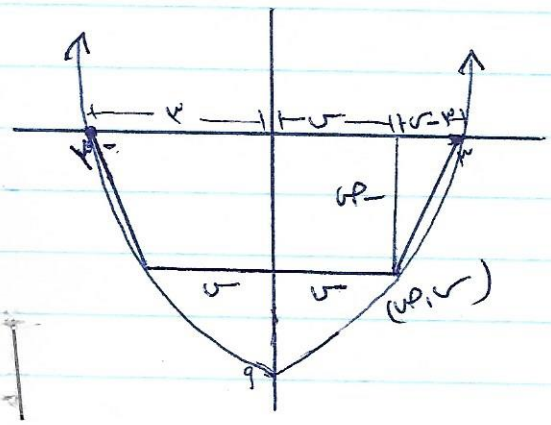
ج) فترات التقعر

ق(س) مقعر لاسفل في الفترة $]-\infty، 2[$ لان $ق'(س)$ سالبة $\forall س \in]-\infty، 2[$

ق(س) مقعر لاعلى في الفترة $]2، \infty[$ لان $ق'(س)$ موجبة $\forall س \in]2، \infty[$

صفحة (٥) ينتهي

اجابة السؤال الرابع (ب)



م(٣) = ٩ - ٣ = ٠ ⇐ ٣ = ٣-، ٣

مساحة شبه المنحرف = ½ (مجموع القاعدتين) × الارتفاع

م = ½ (٦ + ٢س) × ص

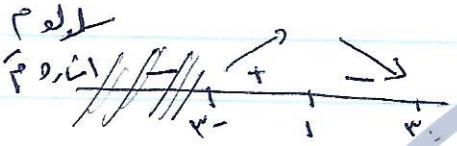
م = ½ (٦ + ٢س)(٩ - س²)

م = (٣ + س)(٩ - س²)

م' = (٣ + س) × (-٢س) + ١ × (٩ - س²)

م' = -٢س² - ٦س + ٩ = ٠

٢س² + ٦س - ٩ = ٠ ⇐ س = ١ ، ٣-



عند ما س = ١ فيه عظمى محليه وهي مطلقة

تكون اكبر مساحة لشبه المنحرف عندما س = ١

وقيمتها م = (٣ + ١)(٩ - ١)

= ٤ × ٨ = ٣٢ وحدة مربعة

صفحة ٤ يتبع ←

اجابة السؤال الخامس (٣)

ص = ٢ جا س المطلوب اثبات ان (ص')² = ٣ قا²ص + ١

نشتق الطرفين

(جتاص) ص' = ٢ جتاس ⇐ ص' = ٢جتاس / جتاص

(ص')² = ٤جتا²س / جتا²ص

= ٤(١ - جا²س) / جتا²ص

= ٤(١ - جا²ص/٤) / جتا²ص (العلاقة المعطية ص = ٢ جا س ، جا ص/٤ = ٢جا س/٤)

= ٤/جتا²ص - جا²ص/جتا²ص

= ٤ قا²ص - ظا²ص

= ٤ قا²ص - (قا²ص - ١)

= ٣ قا²ص + ١ #

صفحة ٦ يتبع

اجابة السؤال الخامس ب

من الشكل المجاور $ق(س)$ غير ثابتة على $[أ، ب]$ $\Leftarrow ق(س) > 0 \ \forall س \in [أ، ب]$

$ق(س)$ متناقصة في $[أ، ب] \Leftarrow هـ'(س) < 0 \ \forall س \in [أ، ب]$

$$ل(س) = \frac{هـ}{ق(س)} \ ، \ ق(س) \neq 0$$

$$ل'(س) = \frac{ق(س) هـ' - هـ ق'(س)}{(ق(س))^2} = \frac{هـ'(ق(س) - ق'(س))}{(ق(س))^2}$$

نبحث بإشارة $ل'(س)$ في الفترة $]أ، ب[$

$$ل'(س) = \frac{هـ'(ق(س) - ق'(س))}{ق^2(س)}$$

$$= \frac{\text{موجب} (\text{موجب} - \text{سالب})}{\text{موجب}}$$

$$= \frac{\text{موجب} \times \text{موجب}}{\text{موجب}}$$

$\because ل'(س) > 0 \ \forall س \in]أ، ب[$ حيث $هـ' > 0 \ \forall س \in]أ، ب[$

$\therefore ل(س)$ متزايدة $\forall س \in [أ، ب]$

اجابة السؤال الخامس ج)

نفرض $ق(س) = أ س^3 + ب س^2 + جـ س + د$ ، $أ، ب، جـ، د \in ح$ ، $أ \neq 0$

$ق(س)$ يمر بنقطة الاصل $\Leftarrow ق(0) = 0 \Leftarrow د = 0$

$ق(س)$ يحقق رول $\Leftarrow ق(س)$ متصل وقابل للاشتقاق

$ق(0) = ق(4) \Leftarrow 0 = 64أ + 16ب$

$ب = -4أ$ ——— (1)

للاقتران قيمة حرجة في الفترة $[0، 4]$ فيميز -4

$ق'(س) = 3أ س^2 + 2ب س + جـ = 0$

$س = \frac{-2ب}{6أ}$

$ق(\frac{-ب}{3أ}) = -4$

$أ \times \frac{ب^2}{9أ^2} + ب \times \frac{-ب}{3أ} = -4$

$\frac{ب^2 - 2ب^2}{3أ} = -4$

$ب^2 = 12أ$ ——— (2)

نعوض معادلة (1) في (2)

$16أ^2 = 12أ$

$4أ^2 - 3أ = 0$

$أ(4أ - 3) = 0 \Leftarrow أ = 0$ أو $أ = \frac{3}{4}$

$ب = -3$

قاعدة الاقتران $ق(س) = س^3 - 3س^2$

صفحة ⑦ يتبع ←

إجابة السؤال السادس (٩).

إذا كان $ق(س) = هـ^{س} + هـ^{-س}$ ، $\forall س \in ح$.

$ق(س)$ متصل على ح (حاصل جمع اقترانين أسيين متصلين).

$ق'(س) = هـ^{س} + -هـ^{-س}$ معرف على ح.

$ق'(س) = صفر$.

$هـ^{س} - هـ^{-س} = صفر \Leftarrow هـ^{س} = هـ^{-س} \Leftarrow س = -س \Leftarrow ٢س = صفر$.

$\boxed{س = صفر}$.

$\therefore ق(س) = هـ^{س} + هـ^{-س}$

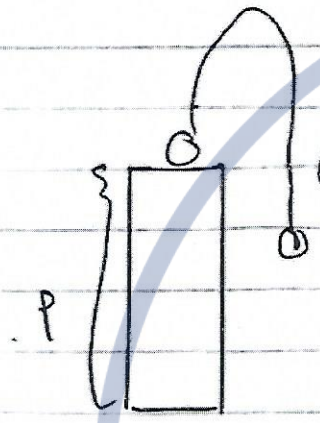
عند $س = صفر$ ، $ق(صفر) = هـ^{٠} + هـ^{٠} = ١ + ١ = ٢$

$\Leftarrow$ يوجد قيمة صغرى محلية وحيدة تساوي ٢ وهي مطلقة.

وعندما $ق(١) = هـ^{١} + هـ^{-١} = ١ + ١ = ٢$.

$\Leftarrow ق(-١) \geq ق(١) \Leftarrow ق(-١) \geq ٢$ ، $\forall س \in ح$.

إجابة السؤال السادس (٥).



① $ف(ن) = ٠٫٥ن^{٢} - ١٠ن$ بعد سطح البرج.

$\Leftarrow ف(ن) = ٠٫٥ن^{٢} - ١٠ن + ف$ بعد سطح الأرض ($ف$: ارتفاع البرج)

$ع(ن) = ن - ١٠$.

أقصى ارتفاع يكون عندما $ع(ن) = صفر$.

$ن - ١٠ = صفر \Leftarrow ن = ١٠$ ث.

عندما $ف$ بعد سطح الأرض $= ٨٠$

$ف(ن) = ٠٫٥ن^{٢} - ١٠ن + ف$

$ف(٤) = ٨٠ - ٤٠ + ف$

$٨٠ = ف + ٤٠ \Leftarrow ف = ٦٠$ ارتفاع البرج

② عندما $ف = ٣٥$ بعد سطح الأرض.

$٣٥ = ٠٫٥ن^{٢} - ١٠ن + ٦٠$.

$صفر = ٠٫٥ن^{٢} - ١٠ن + ٢٥$

$صفر = ن^{٢} - ٤٠ن + ٥٠$

$صفر = (ن - ٥)(ن + ١)$

$ن = ٥$ ، $ن = -١$ مرفوض

$ع(٥) = ١٠ - ٤٠ = -٣٠$ م/ث.

③ المسافة المقطوعة خلال الثواني الخمس الأولى. ($ن = ٥ > ٤$ وهو أقصى ارتفاع)

$\Leftarrow$ المسافة المقطوعة $= ٢ \times$ أقصى ارتفاع $-$ ف(ن) $-$ بعد سطح البرج.

$= ٢ \times (٨٠ - ٦٠) - ف(٥)$

$= ٤٠ \times ٢ - (٠٫٥ \times ٢٥ - ١٠ \times ٥)$

$= ٨٠ - (-٢٥) = ١٠٥$ م.

Scanned with CamScanner

دولة فلسطين
مديرية التربية و التعليم / قباطية
المبحث : الرياضيات

الامتحان النهائي " الفصل الاول"
الفرع العلمي

الصف: الثاني عشر
التاريخ : ٣٠ / ٤ / ٢٠٢٤
الزمن: ساعتان و ٤٥ دقيقة
مجموع العلامات : ١٠٠ علامة

ملاحظة : عدد اسئلة الورقة (ستة) اسئلة , اجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الاول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة , وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعها .

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي : (٢٠ علامة)

١) اذا كان ق(١) = هـ ق(٤) حيث هـ العدد النيبيري ، فما متوسط التغير في الاقتران ك(س) = لـو ق(س) في الفترة [١،٤] ؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{هـ}{٣}$ ج) $\frac{-١}{٣}$ د) $\frac{-هـ}{٣}$

---

٢) اذا كان ق(س) = (٤ − [س]) جا$\frac{\pi}{س}$ فإن نهـا$_{س \to ٢}$ ق(س) تساوي

أ) $\pi ٤$ ب) $-\pi ٤$ ج) $-\pi ١٦$ د) $\pi ١٦$

---

٣) اذا كان س = ظاه ، ص = قا^{٢}ه فإن $\frac{ص}{س}$ ؟

أ) صفر ب) -٢ ج) ٢ د) ٣

---

٤) نهـا$_{ه \to ١}$ $\frac{هـ^{س-١} - س}{لـو س}$ تساوي

أ) ١ ب) صفر ج) -١ د) (هـ − ١)

---

٥) اذا كان المستقيم ا س + جـ = ب ص حيث (ا،ب ≠ ٠) عمودياً على المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = $\frac{-١}{س}$ ، س > ٠ ، فما العبارة الصحيحة دائماً من العبارات التالية :

أ) ا،ب مختلفان في الاشارة ب) ا،ب موجبان ج) ا،ب سالبان د) ا = ب

---

٦) اذا كان ق(س) = لـو$_{هـ}$ (س^{٢} + ٢س + ١) ، س ∈ [−١،١] فإن قيمة جـ التي تعينها نظرية رول ؟

أ) {١} ب) {−١} ج) {٠} د) {−١،٠،١}

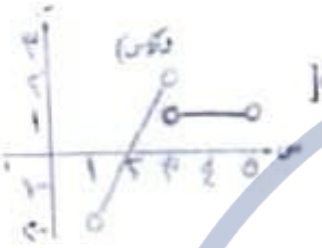
---

٧) قذف جسم رأسياً للأعلى وكان ارتفاعه ف بالأمتار بعد ن ثانية يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٩٦ن − ١٦ن^{٢} ، فإن الزمن الذي يحتاجه الجسم وهو صاعد لتكون سرعته تساوي نصف سرعته الابتدائية ؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٢ ج) ١ د) ٣

❖ بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ن (س) المعرف على]١،٥[فإن

٨) الفترة التي يكون فيها ق متزايداً هي :



أ)]-∞،٢[ب) [٢،٣] ج)]٢،٥[د) [٣،∞[

---

٩) اذا كان ن(س) = $\sqrt{س^٢ + ٥}$ ، فإن $\frac{د}{د س}\left(\frac{٥}{\sqrt{ن(٢س)}}\right)$ عند س = ١ تساوي :

أ) $\frac{١}{٦}$ ب) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ج) $\frac{٢}{٩}$ د) $\frac{١}{٢\sqrt{٣}}$

---

١٠) اذا كان لمنحنى الاقتران ن(س) = $ا س^٣ + ٦س^٢ + ٤س - ب$ ، حيث ا، ب ثابتان ، نقطة انعطاف عند النقطة (-١،٣) فإن قيم ا، ب على الترتيب هي :

أ) ٢ ، ١ ب) ٢ ، ٣ ج) ٣ ، ٢ د) ٢ ، -٣

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ن(س) = $س^٢ (٤ - ٨س)$، أوجد (١٢علامة)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق . ٢) القيم القصوى المحلية (ان وجدت) .

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق ٤) نقاط الانعطاف للاقتران ق (ان وجدت) ؟

ب) أوجد معادلة جميع المماسات المرسومة لمنحنى ق(س) = $-(س^٢ + ١)$ من النقطة (٣،٠) الواقعة خارجه ؟ (٨ علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ا س^٢ + ٢س & ، \quad ٠ \geq س \geq ٢ \\ س^٢ - ب س + ١٢ & ، \quad ٢ < س \geq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في [٠،٣]

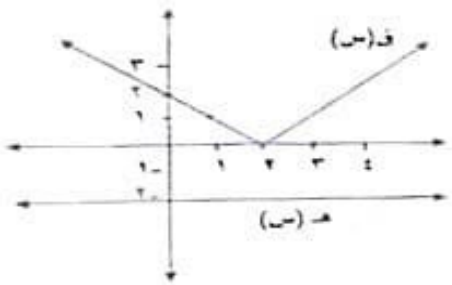
جد ١) قيم الثوابت ا، ب ٢) قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٨ علامات)

ب) بالاعتماد على الشكل المجاور ،

اذا كان ك(س) = ن$(س^٢)$ + $هـ^٢$(س)

جد ك`(١)؟



جـ)اذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ق^{٢}(س) - ق(س)}{س} = ب$ ، وكان ق(س) ≺ ٠ ، باستخدام لوبيتال اثبت ان $ق'(٠) = \frac{ب}{٢ - ا}$ ، $ا \neq ٢$ ؟

(٦ علامات)

القسم الثاني: يتكون من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك ان يجيب عن اثنين منهما

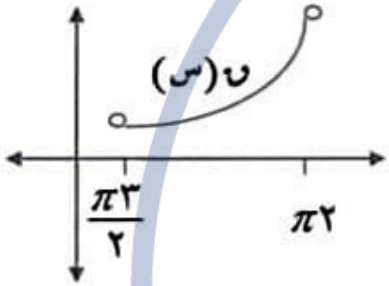
السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

ا) اذا كان ق(س) = هـ^{٣}(س) – س وكان متوسط تغير الإقتران هـ(س) على الفترة [١،٣] يساوي ٢ , جد متوسط التغير في الاقتران ق(س) على الفترة نفسها علماً بأن هـ(٣) × هـ(١) = ١٢ ، هـ(١)، هـ(٣) ≻ ٠؟

(٨ علامات)

ب)الشكل المقابل يمثل منحنى ق(س) في الفترة $\left]\frac{٣\pi}{٢}، ٢\pi\right[$ ،

أثبت أن الإقتران هـ(س) مقعر للأعلى في الفترة $\left]\frac{٣\pi}{٢}، ٢\pi\right[$ علماً بأن هـ'(س) = ق'(س) جتاس ؟



(٦ علامات)

جـ) اذا كان $ص = \left(ع^{٢} + \frac{٦٤}{ع}\right)$ ، $ع = س^{٣}$ ، $س = ا^{٢} + ٤$، وكان $\frac{دص}{دا}$ عندما س = ٢ يساوي ٩٠ جد قيمة الثابت ا؟

(٦علامات)

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

ا) اذا كان $(ص + ٢)^{٢} - ص^{٢} = ٢س ص$ ، أثبت أن $(س - ٢)^{٣} ص'' = ٤$ ؟ (٨ علامات)

ب) من نقطة على سطح الأرض قذف جسم رأسياً الى أعلى بحيث يتحدد بعده عن سطح الأرض بالعلاقة ف(ن) = ٠ ٤ن – ا ن^{٢} ، إذا علمت أن الجسم سقط على سطح عمارة ترتفع ٦٠ م عن سطح الأرض ، جد سرعة ارتطام الجسم بسطح العمارة علماً بأن أقصى ارتفاع وصل اليه الجسم من سطح الأرض هو ٨٠م؟

(٦ علامات)

جـ) اذا كان ص + س = ١١ عمودياً على منحنى الأقتران ق(س) = س^{٣} – ٣س^{٢} + بس+جـ عند نقطة الانعطاف أوجد قيم الثوابت ب،جـ ؟

(٦علامات)

السؤال السادس : (٢٠ علامة)

أ) طريق منحني يمثل في المستوى الديكارتي بالاقتران ق(س) = $\sqrt{٢س - ١}$ ، والنقطة (٣ ، ٠) تمثل موقع مستشفى . جد إحداثيي أ(س،ص) الواقعة على الطريق التي يمكن أن يُبنى فيها صيدلية وتكون أقرب مايمكن الى المستشفى ؟

(٨ علامات)

ب) اذا كان ق،هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، (ق ∘ هـ)(س) = س وكان قَ(س) = ١ + (ق(س))^{٢} فجد هـَ(س)؟

(٦ علامات)

جـ) اذا كان هـ(س) اقتران كثير حدود متناقص على [-٥، -١] بحيث هـ(-٥) < ٠ ، وكان س ق(س) = هـ(س) ، أثبت أن ق(س) له قيمة عظمى مطلقة عند س = -١ ؟

(٦علامات)

بالتوفيق للجميع

ـــــ انتهت الأسئلة ـــــ

توجيهي pal

الإجابة النموذجية

لامتحان الرياضيات الموحد - الجلسة الأولى - الفرع العلمي

السؤال الأول

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الإجابة	ج	ج	ج	ب	ج	ج	ج	ج	ب	ج

السؤال الثاني:

(أ) $ق(س) = س^{٤}(٤ - ٨س)$

$ق(س) = ٤س^{٤} - ٨س^{٣}$

ق كثيرحدود متصل وقابل للاشتقاق

$ق'(س) = ٨س - ٣٢س^{٣}$

$ق'(س) = ٠$

$٨س - ٣٢س^{٣} = ٠$

$٨س(١ - ٣س) = ٠$

$٨س = ٠ \Leftarrow س = ٠$

$١ - ٣س = ٠ \Leftarrow س = \frac{١}{٣}$

إشارة $ق'(س)$	−	+	−	
		٠		$\frac{١}{٣}$

(١) ق متزايد على $[٠ ، \frac{١}{٣}]$ ، ق متناقصة على $]-\infty ، ٠[$ ، $]\frac{١}{٣} ، \infty[$

(٢) $ق(٠) = \boxed{٠}$ قيمة صغرى محلية

$ق(\frac{١}{٣}) = ٤(\frac{١}{٣})^{٣} - ٨(\frac{١}{٣})^{٢} = \frac{٤}{٢٧} - \frac{٨}{٩} = \frac{-١٢}{٢٧} = \boxed{\frac{-٤}{٩}}$ قيمة عظمى محلية

③ فترات التقعر للأعلى وللأسفل

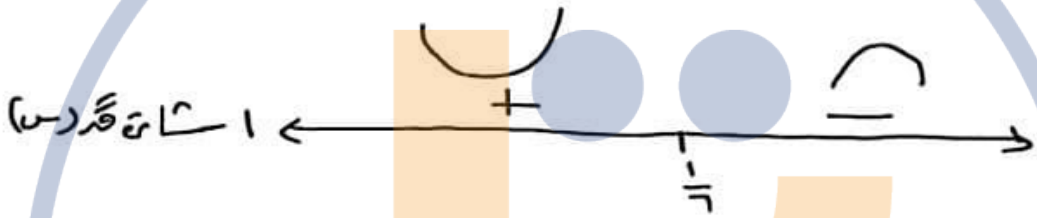
$ق''(س) = ٨ - ٤٨ س$

$ق''(س) = ٠$

$٨ - ٤٨ س = ٠$

$\frac{٨}{٤٨} = \frac{٤٨ س}{٤٨}$

$\boxed{س = \frac{١}{٦}}$



ق مقعر للأعلى على $]-\infty ، \frac{١}{٦}[$

ق مقعر للأسفل على $]\frac{١}{٦} ، \infty[$

④ نقاط الإنعطاف

عند $س = \frac{١}{٦}$ ق متصل وغير اتجاه تقعره

$(\frac{١}{٦} ، ق(\frac{١}{٦}))$ نقطة انعطاف

$ق(\frac{١}{٦}) = ٤(\frac{١}{٦})^{٣} - ٨(\frac{١}{٦})^{٢}$

$= \frac{٤ \times ٦}{٣٦ \times ٦} - \frac{٨}{٢١٦}$

$= \frac{٢٤ - ٨}{٢١٦} = \frac{١٦}{٢١٦}$

$(\frac{١}{٦} ، \frac{١٦}{٢١٦})$

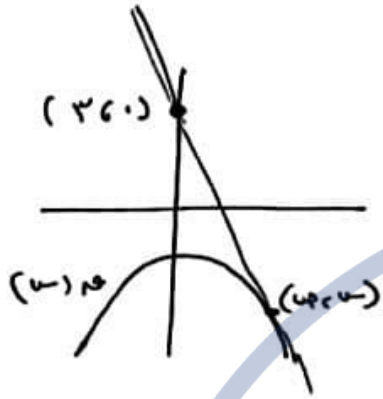
السؤال الثاني فرع (ب)

(٩) $ق(س) = -(س^2 + 1)$ ⟸ معادلة المماس المرسوم من النقطة (٣، ٠)؛

الحل: نتأكد هل النقطة (٣، ٠) نقطة على أم لا

$ق(٠) = -(٠^2 + 1) = -١ \neq ٣$

∴ (٣، ٠) ليست نقطة على $ق$



نفرض نقطة التماس (س، ص)

ميل المماس = $ق'(س)$

$م_س = -٢س$ ⟸

$م_س = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص - ٠}{س - ٣} = \frac{ص - ٣}{س - ٣}$

$= -(س^2 + 1)$

$-٢س = \frac{ص - ٣}{س - ٣}$

$-٢س^2 + ٦س = ص$

$ص = -٢س^2 + ٦س$ ⟸

$م_س = \frac{ص - (-(س^2 + 1))}{س - ٣}$

$= \frac{س^2 + ١ + ٣}{س - ٣}$

$= \frac{س^2 + ٤}{س - ٣}$ ⟸

$-٢س = \frac{س^2 + ٤}{س - ٣}$

$-٢س^2 + ٦س = س^2 + ٤$

$٣س^2 - ٦س + ٤ = ٠$

$(س - ٢)(٣س - ٢) = ٠$

$س = ٢$ أو $س = \frac{٢}{٣}$ ⟸

$س = ٢ \Leftarrow ص = -٥$

$(٢، -٥)$ ، $م_س = -٤$

$ص - (-٥) = -٤(س - ٢)$

$ص + ٥ = -٤س + ٨$

$ص = -٤س + ٣$

$س = \frac{٢}{٣} \Leftarrow ص = -\frac{٥}{٩}$

$(\frac{٢}{٣}، -\frac{٥}{٩})$ ، $م_س = ٤$

$ص - (-\frac{٥}{٩}) = ٤(س - \frac{٢}{٣})$

$ص + \frac{٥}{٩} = ٤س - \frac{٨}{٣}$

$ص = ٤س - \frac{٣١}{٩}$

توجيهي pdf

س٣ ب) $ق(س) = \begin{cases} أ س^2 + 2س & ، 1 \le س < 2 \\ س^3 - ب س + 12 & ، 2 < س \le 3 \end{cases}$

الحل ① ق تحقق المتوسطة ⇐ ق متصل عند س = 2

⇐ $\lim_{س \to 2^+} ق(س) = \lim_{س \to 2^-} ق(س)$

$2^3 - ب(2) + 12 = أ(2)^2 + 2(2)$

$8 - 2ب + 12 = 4أ + 4$

$4أ + 2ب = 16$ ⇐ $2أ + ب = 8$ ... ①

$ق(س) = \begin{cases} 2أ س + 2 & ، 1 \le س \le 2 \\ 3س^2 - ب & ، 2 < س < 3 \end{cases}$

⇐ $ق(2)^+ = ق(2)^-$

$3(2)^2 - ب = 2أ(2) + 2$

$12 - ب = 4أ + 2$

$4أ + ب = 10$ ... ②

بحل المعادلتين نجد $أ = 1$ ، $ب = 6$

$ق(س) = \begin{cases} 2س + 2 & ، 1 \le س \le 2 \\ 3س^2 - 6 & ، 2 < س < 3 \end{cases}$

ق متصل على $[1, 3]$

② لإيجاد جـ ⇐ $ق(جـ) = \frac{ق(3) - ق(0)}{3} = \frac{21 - 0}{3} = 7$

$1 \le جـ \le 2$

$ق(جـ) = 7$

$2جـ + 2 = 7$

$2جـ = 5$

$جـ = \frac{5}{2} \in [0, 3]$

$2 < جـ < 3$

$3جـ^2 - 6 = 7$

$3جـ^2 = 13$

$جـ^2 = \frac{13}{3}$

$جـ = \sqrt{\frac{13}{3}}$ ، $جـ = -\sqrt{\frac{13}{3}}$ ∉ $]2, 3[$

$جـ = \sqrt{\frac{13}{3}}$

السؤال الثالث فرع (ب) -

ك(س) = ق(س٢) + هـ(س) حيث ك(١) ؟؟

ك'(س) = ق'(س٢) × ٢س + ٢ هـ(س) هـ'(س)

ك'(١) = ق'(١) × ٢ × ١ + ٢ هـ(١) × هـ'(١)

ك'(١) = ٢ ق'(١) + ٢ هـ(١) هـ'(١)

من الرسم المجاور :-

ق'(١) = ميل المماس = ظاهـ ، نختار نقطتين عليه لإيجاد الميل (٠، ٠) ، (١، -١)

ق'(١) = ظا ١٣٥

الميل = -١

ق'(١) = -١

هـ(١) = -٣ ، هـ'(١) = صفر لأن المماس أفقي

المطلوب : ك'(١) = ٢ × -١ + ٢ × -٣ × صفر

ك'(١) = -٢

توجيهي pal

السؤال الثالث فرع ب :

$$\text{نهـا} \frac{\text{هـ}(س) - \text{هـ}(ا س)}{س} = ب$$

$س \to 0$

النهاية موجودة وناتج التعويض المقام صفر فإنه ناتج البسط = صفر

$$\text{هـ}(0) - \text{هـ}(0) = 0$$

$$\text{هـ}(0)(\text{هـ}(0) - 1) = 0$$

$\text{هـ}(0) = 0$ تهمل ، $\boxed{\text{هـ}(0) = 1}$

باستخدام لوبيتال نهـا $\frac{2\text{هـ}(س)\text{هـ}'(س) - ا\,\text{هـ}'(ا س)}{1} = ب$

$س \to 0$

$$2\text{هـ}(0)\text{هـ}'(0) - ا\,\text{هـ}'(0) = ب$$

$$\text{هـ}'(0)[2\text{هـ}(0) - ا] = ب$$

$$\text{هـ}'(0)(2 - ا) = ب$$

$$\boxed{\text{هـ}'(0) = \frac{ب}{2 - ا}}$$

توجيهي pal

السؤال الرابع :

ق) $م(س) = هـ^{3}(س) - س$ ⟸ $\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = ٢$

$\frac{\Delta م}{\Delta س}$ ؟؟

$$\frac{\Delta م}{\Delta س} = \frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{م(٣) - م(١)}{٣ - ١}$$

$$= \frac{(هـ^{3}(٣) - ٣) - (هـ^{3}(١) - ١)}{٢}$$

$$= \frac{(هـ^{3}(٣) - هـ^{3}(١)) - ٣ + ١}{٢}$$

لإيجاد $هـ(٣)$ ، $هـ(١)$ ؟؟

$$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٢}$$

$$٢ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٢} \Leftarrow \boxed{هـ(٣) - هـ(١) = ٤} \cdots (١)$$

$\Leftarrow \boxed{هـ(٣)\, هـ(١) = ١٢}$ معطى ـ ٢

نحل المعادلتين ١ ، ٢ بالتعويض

$$هـ(٣) - هـ(١) = ٤$$

$$\frac{هـ(٣)}{١} - \frac{١٢}{هـ(٣)} = ٤$$

$$\frac{هـ(٣)^{2} - ١٢}{هـ(٣)} \times \frac{١}{٤} = ٤$$

$$هـ(٣)^{2} - ١٢ = ٤\, هـ(٣)$$

$$هـ(٣)^{2} - ٤هـ(٣) - ١٢ = ٠$$

$$(هـ(٣) - ٦)(هـ(٣) + ٢) = ٠$$

$\boxed{هـ(٣) = ٦}$ نهمل $\boxed{هـ(٣) = -٢}$

س٤ (أ) هـ(٣) = ٦ ← بالتعويض في المعادلة (١) هـ(١) = ٢

المطلوب $\frac{ص}{س}$ = $\frac{هـ^{٣}(٣) - هـ^{٣}(١) - ٢}{٢}$

= $\frac{٦^{٣} - ٢^{٣} - ٢}{٢}$

= $\frac{٢١٦ - ٨ - ٢}{٢}$ = $\frac{٢٠٦}{٢}$ = ١٠٣

يمكنه حل السؤال بطريقة أخرى [التحليل إلى الفرق بين مكعبين]
ثم إكمال الحل ←

س٤ (ب) من الرسم المجاور
الإشارة قـ ← موجب
الإشارة كـ ← موجب ↗
الإشارة قـ ← موجب ↘

هـ(س) = قـ(س) جتا س

هـ'(س) = قـ(س) × -جا س + جتا س × قـ'(س)

= -جا س قـ(س) + جتا س × قـ'(س)

هـ'(س) = - (سالب) × موجب + موجب × موجب

= موجب + موجب

قـ'(س) موجب

قـ(س) > صفر ∀ س ∈ $]\frac{٣\pi}{٢}, ٢\pi[$

∴ هـ(س) متزايدة على $]\frac{٣\pi}{٢}, ٢\pi[$

الربع الرابع
جا س في $]\frac{٣\pi}{٢}, ٢\pi[$
له سالب

جتا س ← موجب
جا س ← سالب

٤) ص = $(ع^{٢} + \frac{٦ع}{ع})$ ، ع = $س^{٣}$ ، س = ٣ ب + ٤

فجد $\frac{ص}{ب}$ عندما ب = ٠

$\frac{ص}{ب} = \frac{ص}{س} \times \frac{س}{ع} \times \frac{ع}{ب}$

$= (٢ع - \frac{٦}{ع^{٢}}) \times ٣س^{٢} \times ٣$

$= (٢(٨) - \frac{٦}{٤}) \times ٣ \times ٢^{٢} \times ٣$

$= (١٦ - ١) \times ٣ \times ١٢$

$= ١٥ \times ١٢ \times ٣$

$\frac{٣٠}{١٢ \times ١٥} = ٣$

$\frac{١}{٥} = ٣$

عندما س = ٢

$ع = ٢^{٣} = ٨$

$\frac{ص}{ع} = ٢ع - \frac{٦}{ع^{٢}}$

$\frac{ع}{س} = ٣س^{٢}$

$\frac{س}{ب} = ٣$

توجيهي pal

س٥: ب) $(ص+٢)^{٢} - ص^{٢} = ٢ - س ص \Leftarrow (س-٢)^{٣} ص'' = ٤$

$(ص+٢+ص)(ص+٢-ص) = ٢-س ص$

$٢ (٢ص+٢) = -س ص'$

$٢ص + ٢ = -س ص'$

$٢ص - س ص' = -٢$

$ص (٢-س) = -٢$

$ص = \frac{-٢}{(٢-س)}$

$\boxed{ص = -٢ (٢-س)^{-١}}$

$ص' = -٢ (-١) (٢-س)^{-٢} \times -١$

$= -٢ (٢-س)^{-٢}$

$ص'' = ٤ (٢-س)^{-٣} \times -١ = -٤ (٢-س)^{-٣}$

المطلوب: $(س-٢)^{٣} ص''$

$= (س-٢)^{٣} \times -٤ (٢-س)^{-٣}$ اخراج اعامل مشترك

$= (س-٢)^{٣} \times -٤ \times -١ (س-٢)^{-٣}$

$= \boxed{٤}$

توجيهي Pal

سؤال ٥: ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن²

ع(ن) = ف' = ٤٠ − ١٠ن

عند أقصى ارتفاع: ع(ن) = ٠

٤٠ − ١٠ن = ٠

١٠ن = ٤٠

ن = ٤٠/١٠ = ٤ ثانية

ف(٤/٣) = ٨٠ م

٤٠ × ٤/٣ − ٥ × (٤/٣)² = ٨٠

١٦٠/٣ − ٨٠٠/٩ = ٨٠

١٦٠/٣ − ٨٠٠/٩ = ٨٠ ⇐ ٤٨٠/٩ = ٨٠ ⇐ ٤٨٠ = ٨٠ع

ع = ٥

ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن²

الجسم سقط على سطح على ارتفاع ٦٠ م

ف(ن) = ٦٠

٤٠ن − ٥ن² = ٦٠

٥ن² − ٤٠ن + ٦٠ = ٠

ن² − ٨ن + ١٢ = ٠

(ن − ٦)(ن − ٢) = ٠

ن = ٦ ث

ن = ٢ ث

ع(٦) = ٤٠ − ١٠ × ٦ = −٢٠ م/ث

ع(٢) = ٤٠ − ١٠ × ٢ = ٢٠ م/ث تقل

توجيهي Pal

السؤال الخامس فرع (أ) :-

اذا كان ص + س = ١١ عمودياً على منحنى الاقتران ق(س) = س^{3} - ٣س^{2} + بس + جـ

الحل: ق(س) = س^{3} - ٣س^{2} + بس + جـ

ق متصل وقابل للاشتقاق على ح لأنه كثير حدود

ق(س) = ٣س^{2} - ٦س + ب

ق'(س) = ٦س - ٦

ق'(س) = ٠

٦س - ٦ = ٠

٦س = ٦

س = ١

عند س = ١ متصل وغير اتجاه تقعره

∴ عند س = ١ يوجد نقطة انعطاف

ق(١) = ميل المماس

ق(١) = ١

ق(١) = ١٠ ص معادلة العمودي

ق(١) = ١٠ ⇐ م$_{ع}$ = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-١}{م_{ع}}$

م$_{ع}$ = -١

م$_{ع}$ س = -١

ق(١) = ١ + ب + جـ

١٠ = ٢ - ٣ + ب + جـ

ب + جـ = ١٢

ق(س) = ٣س^{2} - ٦س + ب

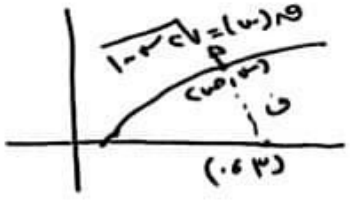
ق(١) = ٣ - ٦ + ب

١ = -٣ + ب

ب = ٤

بالتعويض جـ = ٨

السؤال السادس (P):-



$ص = ق(س) = \sqrt{٢س - ١}$

$ف = \sqrt{(س - ٢)^٢ + (ص - ٠)^٢}$

$ف = \sqrt{(س - ٣)^٢ + ص^٢}$

$ص = \sqrt{٢س - ١} \Leftarrow$

$ص^٢ = ٢س - ١$

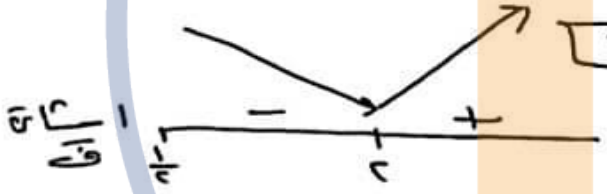
$ف = \sqrt{س^٢ - ٦س + ٩ + (٢س - ١)}$

$ف = \sqrt{س^٢ - ٤س + ٨}$

$$\frac{د ف}{د س} = \frac{٢س - ٤}{٢\sqrt{س^٢ - ٤س + ٨}}$$

$\frac{د ف}{د س} =$ صفر $\Leftarrow ٢س - ٤ = ٠$

$س = ٢$



المسافة أقل ما يمكن عندما $س = ٢$

$\Leftarrow ص = \sqrt{٣}$

$\Leftarrow$ النقطة P $(٢، \sqrt{٣})$

توجيهي Pal

السؤال 6) ف ، هـ اقترانين ، (ف ∘ هـ)(س) = س

وكان قـ(س) = 1 + (ف(س))² ⟵ جد هـ(س)

(ف ∘ هـ)(س) = س

ف(هـ(س)) = س

نشتق

قـ(هـ(س)) × هـ(س) = 1

(1 + س²) هـ(س) = 1

$$هـ(س) = \frac{1}{1+س^2}$$

قـ(س) = 1 + (ف(س))²

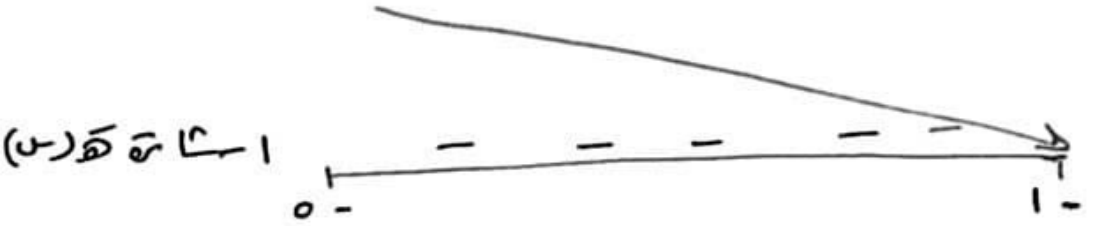
قـ(هـ(س)) = 1 + (ف(هـ(س)))²

قـ(هـ(س)) = 1 + س²

توجيهي pal

السؤال السادس (ب) :-

هـ(س) كثير حدود متناقص على [-٥ ، -١] ، هـ(-٥) < ٠



من الرسم هـ(-٥) قيمة عظمى مطلقة

∴ هـ(س) < صفر ∀ س ∈ [-٥ ، -١]

هَ(س) < صفر لأنه متناقص

س ≠ ٠ ، ق(س) = هـ(س) / س

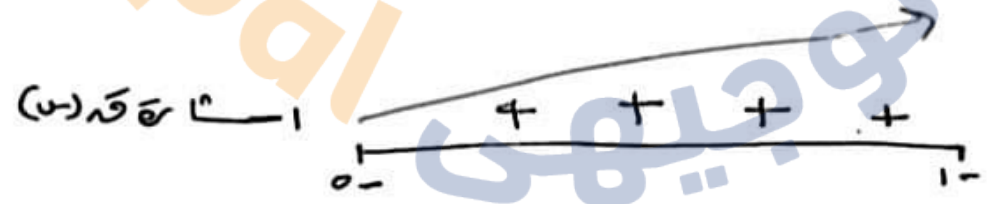
⇐ ق(س) = هـ(س) / س ، س ≠ ٠

س ∈ [-٥ ، -١]
س عدد سالب

ق(س) = (س × هَ(س) - هـ(س)) / س²

ق(س) = (⊖ × ⊖ - ⊖) / ⊕ = (موجب + موجب) / موجب = موجب

ق(س) > ٠ ⇐ ق متزايد على [-٥ ، -١]



∴ ق(-١) عظمى مطلقة ،

توجيهي pal

وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم - قلقيلية
التاريخ : ١٥/ ٥/ ٢٠٢٤
الزمن : ٢:٤٥

الورقة الأولى
٢٠٢٣ / ٢٠٢٤

المبحث: الرياضيات
الصف :الثاني عشر العلمي
مجموع العلامات : ١٠٠

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة اجب عن خمسة منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول: (٢٠ علامة)
يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختبار من متعدد ، من أربعة بدائل ، اختر البديل الصحيح ، ثم انقله إلى دفتر الإجابة ؟

١) ما قيمة $\lim_{س \to هـ} \frac{٢ هـ لـو س - ٢}{هـ لـو (هـ لـو س)}$

(هـ) $\left(\frac{١}{هـ}\right)$ (٢) (١)

٢) إذا كان $هـ(س - ٢) = س$ ، $ه(٢س - ١) + ٦$ وكان متوسط تغير الاقتران $هـ(س)$ على $[-١، ٢]$ هو -٤ ، $ه(١) = ٤$ ، ما قيمة $ه(٧)$

(صفر) (٦) (٢) (-٢)

٣) إذا كان $ص = ع^{٢}$ ، $ع = (س + ١)^{٢}$ ما قيمة $\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١}$

(١٦) (٨) (٣٢) (٦٤)

٤) إذا كان $ص = ظاس$ ما قيمة $\frac{د ص}{د س}$

$(٢ جاس)$ $(٢ جتاس)$ $(-٢ جاس)$ $(-٢ جتاس)$

٥) إذا كان $ه(س) = جتا^{٢}س + جاس$ ، $س \in [٠، \pi]$ فان قيمة جـ التي تضمنها نظرية رول هي

$\left\{\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi}{٢}\right\}$ $\left\{\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٦}، \frac{\pi ٥}{٦}\right\}$ $\left\{\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٣}، \frac{\pi ٢}{٣}\right\}$ $\left\{\frac{\pi}{٦}\right\}$

٦) إذا كان $ه(س) = \begin{cases} -س^{٣} & ، -١ \geq س < ٢ \\ ٢س - س^{٢} & ، ٢ \geq س \geq ٥ \end{cases}$ فان $(٢، ه(٢))$

(عظمى محلية لـ ه(س)) (ليست قصوى لـ ه(س)) (انعطاف لـ ه(س)) (صغرى محلية لـ ه(س))

٧) إذا كان $ه(س) = \frac{|٢س - ١|}{[٢س + ٤]}$ فان $ه'\left(\frac{١}{٤}\right)$

$\left(\frac{١}{٢}\right)$ (غير موجودة) $\left(\frac{-١}{٢}\right)$ $\left(\frac{١}{٤}\right)$

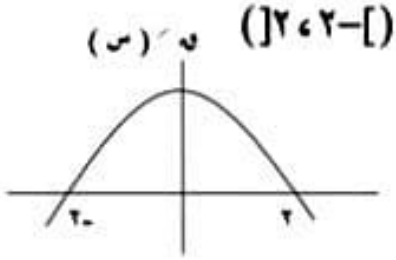
لاحظ الصفحة التالية ←——— يتبع صفحة (٢)

٨) إذا كان ق(س) كثير حدود ، ق`(١) = ٠ ، ق``(١) × ق``(٣) < ٠ وكان ق`(س) متناقص في [٢ ، ٤] ، فان (١ ، ق(١)) هي

(عظمى محلية لـ ق(س)) (صغرى محلية لـ ق(س)) (انعطاف لـ ق(س)) (حرجة لـ ق``(س))

٩) الشكل المجاور يمثل منحنى ق`(س) جد الفترة التي يكون فيها منحنى ق(س) يقع تحت جميع مماساته

(]-∞ ، ٠[) (]٠ ، ∞[) (]-∞ ، ∞-[) (]-٢ ، ٢[)



١٠) إذا كان العمودي على مماس ق(س) = س^{٢} - ٤ عند س = ١ يقطع المنحنى مرة أخرى عند س = أ ، فان قيمة أ هي

$\left(\frac{٣}{٢}\right)$ $\left(\frac{-٣}{٢}\right)$ (٢) (-٢)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = س^{٢} - ٨ لـوس ، س ∈]٠ ، ٤[، جد : ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
٢) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) محدد نوعها . (٦ علامات)

ب) جد معادلة العمودي على الماس لمنحنى العلاقة س ص = جاπص عندما س = $\frac{١}{٢}$. (٧ علامات)

جـ) قذف جسم رأسيا إلى أعلى من قمة برج بحيث تعين العلاقة ف(ن) = ٩٦ن - ١٦ن^{٢} ارتفاع الجسم عن سطح البرج بعد ن ثانية . إذا كانت المسافة الكلية التي قطعها الجسم لحظة وصولة إلى الأرض تساوي ٤٠٠ م جد :
١) ارتفاع البرج ٢) سرعة الجسم لحظة وصولة سطح الأرض (٧ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = أجاس ، أ ≠ ٠ ، هـ(س) = $\frac{٣س}{س^{٢}+١}$ جد قيمة / قيم الثابت أ علما بان :

(هـ ○ ق)`$\left(\frac{\pi}{٦}\right)$ = ٠

(٦ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٢}$جا^{٢}س - جاس ، س ∈]٠ ، π[جد :
١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى ق(س) ٢) نقط الانعطاف لمنحنى ق(س)
٣) زاوية أو زوايا الانعطاف لمنحنى ق(س) إن وجدت. (٧ علامات)

لاحظ الصفحة التالية
يتبع صفحة (٣) ←

جـ) إذا كان ق (س) كثير حدود من الدرجة الثالثة يمر منحناه بالنقطة (٠ ، ١٥) وكانت معادلة المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (١ ، -٢) هي $\frac{١}{٢}$ ص + ٩س - ٨ = ٠ ، جد قاعدة الاقتران ق (س). (٧ علامات)

يتكون هذا القسم من ثلاث أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} أ\,س^{٣} - ٣س & ، \ ١ > س \geq ٠ \\ ب - ٤ & ، \ س = ١ \\ ٤ - ءس & ، \ ٢ \geq س > ١ \end{cases}$

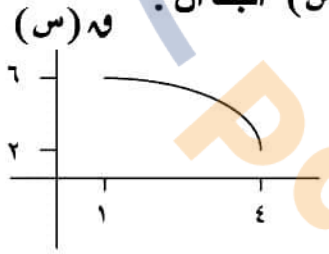
يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة [٠ ، ٢] ، اوجد : ١) أ ، ب ، ء

٢) قيمة جـ التي تعنيها النظرية (١٠ علامات)

ب) إذا كان $هـ^{س} - س = \sqrt{س^{٢} + ١}$ اثبت أن : $(س^{٢} + ١)\,ص'' = -س\,ص'$. (١٠ علامات)

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

أ) الشكل المجاور يمثل منحنى ق (س) في [١ ، ٤] ، إذا كان ك (س) = س ق (س) اثبت أن :
ك ' (س) متناقص في]١ ، ٤[.



(١٠ علامات)

ب) ما مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها ٤ سم ، بحيث تنطبق قاعدته على قطر الدائرة ورأساه الآخران على محيط الدائرة . (١٠ علامات)

السؤال السادس : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان هـ (س) اقتران كثير حدود متزايد في [١ ، ٥] بحيث هـ (٥) > ٠ ، وكان ق (س) = $\frac{هـ(س)}{س}$ جد اكبر قيمة للاقتران ق (س) في [١ ، ٥] . (١٠ علامات)

ب) إذا كان $\lim_{س \to ٢} \frac{ل(س) - ٢}{س - ٢} = -٤$ ، $\lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س) - ٣}{س - ٢} = ٤$ حيث هـ (س) ، ل (س) متصلان على ح

وكان ق (س) × ل (س) = ٢هـ (س) - ٢س فجد معادلة المماس لمنحنى ق (س) عندما س = ٢
(١٠ علامات)

انتهت الأسئلة

الاجابه النموذجيه « ٢١ع » رياضيات « الورقه الاولى »

2024 - 2023

السؤال الأول -

الفقره	الاجابه
١	(٢)
٢	(-٢)
٣	(٣٢)
٤	(٢ حاسد)
٥	$(\frac{\pi}{2}، \frac{\pi}{2}، \frac{5\pi}{2})$
٦	« عظمى محليه »
٧	$(\frac{-1}{2})$
٨	عظمى محليه ل ق.
٩	$]\infty، 3[$
١٠	$(\frac{-3}{2})$

توجيهي

السؤال الثاني «P»

$هـ(س) = س^2 - 8 لو_{هـ} س \quad ، س \in]0 ، 4]$

الحل : هـ متصل على $]0 ، 4]$

$هـ'(س) = 2س - \frac{8}{س}$

$هـ'(س) = \frac{2س^2 - 8}{س}$

هـ' = ∅

$2س^2 - 8 = 0$

$س^2 = 4$

$س = \pm 2$

$س = 2 \in هـ$

$س = -2 \notin هـ$

هـ حرجه عند $س = 2$

هـ متزايد $[2 ، 4]$

هـ متناقصه $]0 ، 2]$

عند $س = 2$ صغرى محليه لانه متصل ويتغير اشارته
وقيمتها $هـ(2) = 4 - 8 لو_{هـ} 2$

عند $س = 4$ عظمى محليه لانها تزايد
وقيمتها $هـ(4) = 16 - 8 لو_{هـ} 4$

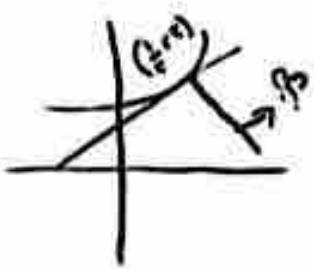
هـ = ∅ ⇒ ع.م

$س = 4$ طرف هذه مغلق

توجيهي Pal

السؤال الثاني ، ـــ ١١

$س = ص = حا \frac{\pi}{2} ص$ عندما $ص = \frac{1}{2}$



الحل: $س \times \frac{1}{2} = حا \frac{\pi}{2}$

$س \times \frac{1}{2} = 1$

$س = 2$

نقطة التماس $(2 ، \frac{1}{2})$

نشتق: $س_{ص} \times ص + ص = \pi حا \pi ص$

$(\frac{1}{2}، 2)$

$2 ص + \frac{1}{2} = \pi حا \frac{\pi}{2}$

$2 ص + \frac{1}{2} = 0$

$2 ص = -\frac{1}{2}$

$ص = -\frac{1}{4}$

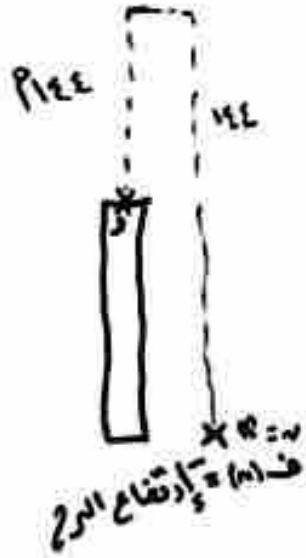
$\therefore م = -\frac{1}{4} \Leftarrow م_{ع} = 4$

معادلة العمودي: $ص - \frac{1}{2} = 4 (س - 2)$

$ص - \frac{1}{2} = 4س - 8$

$ص = 4س - \frac{15}{2}$ ✱

توجيهي pal



السؤال الثاني « ح »

ف (ن) = ٩٦ ن − ١٦ ن٢

المسافه الكليه لحظه وصوله الارضه = ٤٠٠م

المسافه الكليه = ٢× اقصى ارتفاع عن البرج − ف (ن)

اقصى ارتفاع ← ع(ن) = صفر

ع(ن) = ٩٦ − ٣٢ ن = ٠ ∴

٣٢ ن = ٩٦

ن = ٣ ث

أقصى ارتفاع عن البرج = ٩٦(٣) − ١٦(٣)٢

= ٢٨٨ − ١٤٤

= ١٤٤م

المسافه الكليه = ٢× أقصى ارتفاع − ف(ن)

٤٠٠ = ٢ × ١٤٤ − ف(ن)

٤٠٠ = ٢٨٨ − ف(ن)

∴ ف(ن) = ٢٨٨ − ٤٠٠

∴ ف(ن) = −١١٢

∴ ارتفاع البرج = ١١٢م

② لحظة وصوله إلى الارضه ف(ن) = −١١٢

٩٦ ن − ١٦ ن٢ = −١١٢

١٦ ن٢ − ٩٦ ن − ١١٢ = ٠ ∴

ن٢ − ٦ ن − ٧ = ٠ ∴

(ن − ٧)(ن + ١) = ٠ ∴

إما ن = ٧ ، ن = −١ ×

∴ ع(٧) = ٩٦ − ٣٢(٧)

= ٩٦ − ٢٢٤

= −١٢٨م/ث

السؤال الثالث: "P"

$\because$ $ه(س) = ق$ حاس ، $ه(س) = \frac{ق س}{س^2+1}$ ، $ق \neq 0$

$\therefore$ $(ه \circ ه)'(\frac{\pi}{4}) = ؟$

الحل: $ه'(س) = ق$ حاس $\Leftarrow$ $ه'(س) = \frac{(س^2+1)\times ق - ق س \times 2س}{(س^2+1)^2}$

$= \frac{ق س^2 + ق - 2ق س^2}{(س^2+1)^2}$

$= \frac{ق - ق س^2}{(س^2+1)^2}$

$\therefore (ه \circ ه)'(\frac{\pi}{4}) = ه'(ه(\frac{\pi}{4})) \times ه'(\frac{\pi}{4}) = ؟$

$\therefore = ه'(ق \times \frac{1}{\sqrt{2}}) \times ق \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore = ه'(\frac{ق}{\sqrt{2}}) \times \frac{ق}{\sqrt{2}}$

$\therefore ه'(\frac{ق}{\sqrt{2}}) = ؟$

$\therefore = \frac{ق - ق \times \frac{ق}{2}}{(\frac{ق}{2}+1)^2} = ؟$

$\therefore \frac{ق}{2} - \frac{ق^2}{2} = 3-$

$ق^2 \times 4 = ق$

$ق = \sqrt{4}$

$ق = \pm 2$ ✗

توجيهي Pal

السؤال الثالث «ب»

اذا كان $ه(س) = \frac{1}{2}$ جا$س$ جتا$س$ ، $س \in]0 ، \pi[$

الحل: $ه$ متصل

$ه(س) =$ جا$س$ × جتا$س$ + جتا$س$

$ه(س) = \frac{1}{2}$ جا$2س$ + جتا$س$

$ه'(س) = \frac{1}{2}$ جتا$2س$ × 2 + (−جا$س$)

$ه'(س) =$ جتا$2س$ − جا$س$

$ه'(س) = 0$

جتا$2س$ − جا$س$ = 0

$1 -$ جا$^2س -$ جا$س = 0$

$-$ جا$^2س -$ جا$س + 1 = 0$

جا$^2س +$ جا$س - 1 = 0$

$(2$ جا$س - 1)($ جا$س + 1) = 0$

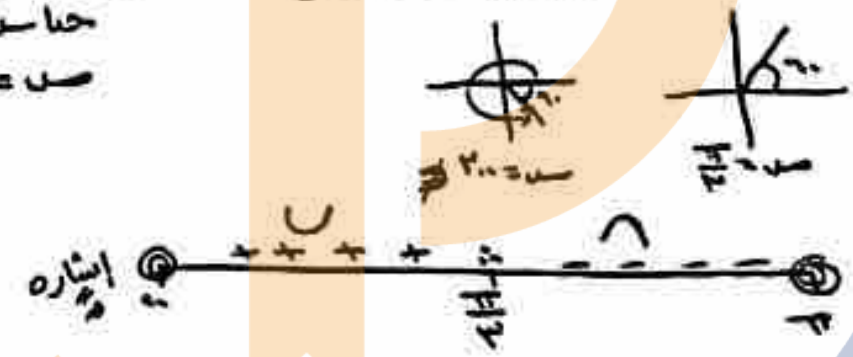
إما جا$س = \frac{1}{2} \leftarrow س = \frac{\pi}{6}$

أو جا$س + 1 = 0$

جا$س = -1$

$س = \frac{3\pi}{2}$ مرفوضة

في الربع الاول و الرابع



$ه$ متزايد على $]0 ، \frac{\pi}{6}[$

$ه$ متناقص على $]\frac{\pi}{6} ، \pi[$

* $ه$ متصل $[0 ، \pi]$ فتكون إحداثيات نقطة الانعطاف $(\frac{\pi}{6} ، ه(\frac{\pi}{6}))$ وبغير طريقة تفاضل

$ه(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$ × جا$(\frac{\pi}{3}) -$ جتا$(\frac{\pi}{6})$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{2\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \leftarrow (\frac{\pi}{6} ، -\frac{\sqrt{3}}{4})$

* زاوية الانعطاف $=$ ظا$ه'(\frac{\pi}{6})$ $= \frac{1}{2}$ جا$(\frac{\pi}{3})$ + جتا$(\frac{\pi}{6})$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

زاوية الانعطاف $=$ ظا$^{-1}(\frac{3\sqrt{3}}{4}) = 50°$

السؤال الثالث : « ح »

د ، ح من الدرجة الثالثة د يمر بالنقطة (ب ، ١٥)
وكانت معادلة المماس عند نقطة الانحطاط (١ ، -٢) هي ٢ ص + ٩ س - ٨ = ٠

الحل : نفرض د(س) = ٢ س^٣ + ب س^٢ + ج س + ك

د(ب) = ١٥ ← د(٠) = ٠ + ٠ + ٠ + ك = ١٥

ك = ١٥

د'(س) = ٦ ٢ س^٢ + ٢ ب س + ج

د'(س) = ٦ ٢ س + ٢ ب

(١ ، -٢) انحطاط ← د(١) = ٢ + ب + ج + ك = -٢

٢ + ب + ج + ١٥ = -٢

٢ + ب + ج = -١٧ --- ②

د'(١) = ٠ ← ٦ ٢ (١) + ٢ ب = ٠

٦ ٢ + ٢ ب = ٠ --- ③

م = د'(١) = -١٨

٣ ٢ + ٢ ب + ج = -١٨ --- ④

نطرح ④ من ②

٢ ٢ + ب = -١ --- ⑤

٦ ٢ + ٢ ب = ٠ --- ③

-٢ × ٢ ٢ + ب = -١ ... ⑤

بالجمع

٦ ٢ + ٢ ب = ٠

-٤ ٢ - ٢ ب = ٢

٢ ٢ = ٢

٢ = ١

← بعوضه ٢ = ١ في ③

٦ + ٢ ب = ٠ ← ب = -٣

نعوضه في ① ← ١ + -٣ + ج = -١٧

ج = -١٥

∴ د(س) = س^٣ - ٣ س^٢ - ١٥ س + ١٥

[٢ ص + ٩ س - ٨ = ٠] × ٢

ص + ٨ س - ١٦ = ٠

م = -١٨

السؤال الرابع P١٠١١

$$هـ(س) = \begin{cases} P س^{٣} - ٣ س & ، \ ٠ \leq س < ١ \\ ب - ٤ & ، \ س = ١ \\ ٤ - ٥ س & ، \ ١ < س \leq ٢ \end{cases}$$

يحقق المتوسطة على $[٠ ، ٢]$

١) هـ متصل على $[٠ ، ٢]$

∴ هـ متصل عند $س = ١$

∴ $\lim_{س \to ١^+} هـ = \lim_{س \to ١^-} هـ = هـ(١)$

* $\lim_{س \to ١^+} هـ = هـ(١)$

$٤ - ٥ = ب - ٤$

$ب + ٥ = ٨$ ---- ①

** $\lim_{س \to ١^-} هـ = هـ(١)$

$P - ٣ = ب - ٤$

$P - ب = -١$ ---- ②

** $\lim_{س \to ١^+} هـ = \lim_{س \to ١^-} هـ$

$٤ - ٥ = P - ٣$

$P + ٥ = ٧$ ---- ③

② هـ قابل للاشتقاق على $]٠ ، ٢[$

$$هـ'(س) = \begin{cases} ٣P س^{٢} - ٣ & ، \ ٠ < س < ١ \\ -٥ & ، \ ١ < س < ٢ \\ \text{غ.م} & ، \ س = ٠ ، ٢ \\ \text{موجودة} & ، \ س = ١ \end{cases}$$

$هـ'(١)^+ = هـ'(١)^-$

$-٥ = ٣P - ٣$

$٣P + ٥ = ٢$ ---- ④

تكملة السؤال الرابع «م»

نطرح ② من ①

$$4ق = -4$$

$$ق = -1$$

* نعوض $ق = -1$ في ②

$$-2 - ب = -1$$

$$ب = -1$$

* نعوض $ب = -1$ في ①

$$-1 + 5 = 4$$

$$5 = 9$$

بدل معوضة $ق = -1$ ، $ب = -1$ ، $5 = 9$

تصبح:

$$د(س) = \begin{cases} -2س^2 - 3س + 0 & ، س < 1 \\ -5 & ، س = 1 \\ 4 - 9س & ، 1 < س \leq 2 \end{cases}$$

$$د'(س) = \begin{cases} -6س^2 - 2 & ، س < 1 \\ -9 & ، 1 < س < 2 \\ -9 & ، س = 1 \end{cases}$$

$$د'(ه) = \frac{د(ه) - د(ه)}{ه - ه}$$

$$د'(ه) = \frac{[4 - 9 \times 2] - ه}{2}$$

$$= \frac{4 - 18}{2} = -7$$

$\because 1 \leq ه < 2$

$د'(ه) = -7$

$-6ه^2 = -7$

$ه^2 = \frac{7}{6}$

$ه = \pm \sqrt{\frac{7}{6}}$

$ه \in]1, 2[$ ، $\sqrt{\frac{7}{6}} \approx 1.08$

∴ فيكون ه المطلوبة $ه = \sqrt{\frac{7}{6}}$

$1 \leq ه < 2$
$د'(ه) = -7$
$-9 \neq -7$

توجيهي pal

السؤال الرابع «ب»

اذا كان $ص = -س\sqrt{س^2+1}$ اثبت ان: $(س^2+1)ص'' = -س ص'$

الحل: $ص = -س\sqrt{س^2+1}$

بشتقه) $ص' = \frac{-س}{\sqrt{س^2+1}} + \frac{-1 \times \sqrt{س^2+1}}{س^2+1}$

$ص' = \frac{-س^2 - (س^2+1)}{(س^2+1)\sqrt{س^2+1}}$

$ص' = \frac{ص}{(س^2+1)\sqrt{س^2+1}}$

$* \quad \boxed{ص' = \frac{1}{(س^2+1)\sqrt{س^2+1}}}$

بشتقه): $ص'' = \frac{-1 \times \sqrt{س^2+1} - س \times \frac{2س}{2\sqrt{س^2+1}}}{س^2+1}$

$ص'' \rightarrow \frac{\frac{-س}{\sqrt{س^2+1}}}{س^2+1}$

$(س^2+1)ص'' = \frac{-س}{\sqrt{س^2+1}}$

$(س^2+1)ص'' = -س \times \frac{1}{\sqrt{س^2+1}}$

$(س^2+1)ص'' = -س ص'$ **

السؤال الخامس « P »

لـ(س) = س هـ(س)
اثبت ان لـ(س) متناقصه

الحل : لـ(س) = س هـ(س)

لـَ(س) = س هَ(س) + هـ(س)

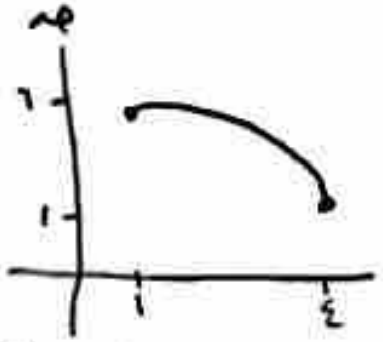
لـَ(س) = س هَ(س) + هَ(س) + هَ(س)
لـَ(س) = س هَّ(س) + ٢ هَ(س)

= (+)X(-) + ٢X(-)

= (-) + (-)

لـَ(س) = سالب .

اى ان لـ(س) متناقصه على]٠،٤[



من منحنى هـ نلاحظ ان
هـ متناقصه ← هَ < ٠

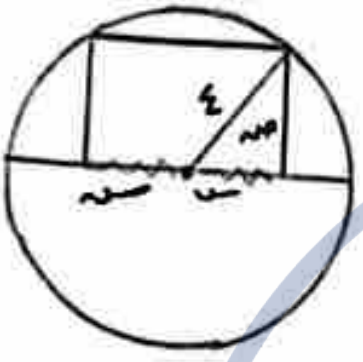
من منحنى هـ نلاحظ ان
هـ مقعر لاسفل ← هَ > ٠

∴ س ∈]١،٤[، س ≠ ٠

توجيهي pal

السؤال الخامس «د ـ»

ما مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائره طول نصف قطرها ٤ سم ، بحيث تنطبق قاعدته على قطر الدائره ورأساه الآخران على محيط الدائره .



الحل : م = الطول × العرض

م = ٢ س × ص

$م = ٢س \times \sqrt{١٦ - س^{٢}}$

$م' = ٢س \times \frac{-٢س}{٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}} + \sqrt{١٦ - س^{٢}} \times ٢$

$= \frac{-٢س^{٢}}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}} + ٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}$

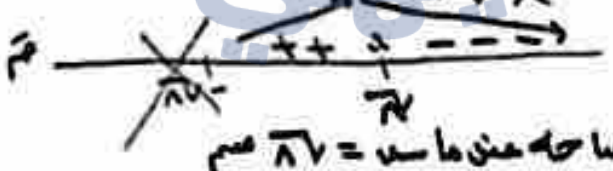
$\frac{-٢س^{٢}}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}} = ٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}$

$١٦ - س^{٢} = س^{٢}$

$١٦ = ٢س^{٢}$

$٨ = س^{٢}$

$س = \pm \sqrt{٨}$



∴ اكبر مساحه عندما س = $\sqrt{٨}$ سم

$م = ٢ س \sqrt{١٦ - س^{٢}}$

$= ٢\sqrt{٨}\sqrt{١٦ - (\sqrt{٨})^{٢}}$

$= ٢\sqrt{٨} \times \sqrt{٨}$

$= ٢ \times ٨ = ١٦$ سم^{٢} ✻

$صـ = ١٦ - س^{٢}$

$ص = \sqrt{١٦ - س^{٢}}$

السؤال السادس : " ؟ "

د كـ ع متزايدة في $[0,1]$

$د(0) < 0$ ، $هـ(س) = \frac{د(س)}{س^{ن}}$

جد اكبر قيمة لـ هـ في $[0,1]$

الحل : هـ متزايدة في $[0,1]$

اي ان $د'(س) > 0$ $\forall$ س $\in [0,1]$

$د(0)$ عظمى مطلقة ، $د(1)$ صغرى مطلقة

بما ان $د(0) < 0$ وهي عظمى مطلقة

$\therefore د(س) < 0$ $\forall$ س $\in [0,1]$

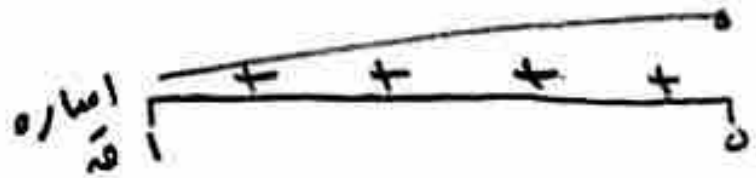
$هـ(س) = \frac{د(س)}{س^{ن}}$

$هـ'(س) = \frac{س^{ن} د'(س) - ن س^{ن-1} د(س)}{س^{2ن}}$ ، $س > 0$ $\forall$ س $\in [0,1]$

$= \frac{(+)(+) - (-)}{(+)}$

$= \frac{\text{موجب} + \text{موجب}}{+}$

$=$ موجب



$\therefore$ أكبر قيمة للاقتران هـ هي $هـ(0)$

توجيهي Pal

السؤال السادس «ب»

اذا كان $\lim_{س \to ٢} \frac{ل(س) - ٢}{س - ٢} = -٤$ ، $\lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س) - ٣}{س - ٢} = ٤$

$هـ(س) \times ل(س) = ٢ هـ(س) - ٣س$ جد معادله المماس لمنحنى هـ عندما س = ٢

من $\lim_{س \to ٢} \frac{ل(س) - ٢}{س - ٢} = -٤$

$ل(٢) - ٢ = ٠$

$ل(٢) = ٢$ ... ①

$\lim_{س \to ٢} \frac{ل(س) - ٢}{س - ٢} = -٤$

$\lim_{س \to ٢} \frac{ل(س) - ٠}{١ - ٠} = -٤$

$لَ(٢) = -٤$ ... ②

من $\lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س) - ٣}{س - ٢} = ٤$

$هـ(٢) - ٣ = ٠$

$هـ(٢) = ٣$ ... ③

$\lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س) - ٣}{س - ٢} = ٤$

$\lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س) - ٠}{١ - ٠} = ٤$

$هَ(٢) = ٤$ ... ④

$هـ(س) = \frac{٢ هـ(س) - ٣س}{ل(س)}$

$هـ(٢) = \frac{٢ هـ(٢) - ٣(٢)}{ل(٢)}$

$= \frac{٢ \times ٣ - ٤}{٣} = \frac{٢}{٣} = ١$ ، $هـ(٢) = ١$

$هـ \leftarrow (٢ ، ١)$

$م_{م} = هَ(٢) \leftarrow هَ(س) = \frac{ل(س) \times (٢ هَ(س) - ٣) - (٢ هـ(س) - ٣س) \times لَ(س)}{(ل(س))^{٢}}$

$هَ(٢) = \frac{٣ \times (٤ \times ٢ - ٣) - (٣ \times ٤ - ٤) \times -٤}{٤}$

$= \frac{٢٠}{٤} = \frac{١٢ - ٣}{٤} = ٥$

$\therefore م_{م} = ٥$ ، $(١ ، ٢)$

المعادله : $ص - ١ = ٥(س - ٢)$

$ص - ١ = ٥س - ١٠$

$ص = ٥س - ٩$

دولة فلسطين وزارة التربية والتعليم \ العالي مديرية التربية والتعليم/ نابلس المبحث: الرياضيات الامتحان الموحد لنهاية الفصل الاول	بسم الله الرحمن الرحيم الفرع العلمي	الزمن: ساعتان وخمس واربعون دقيقة اليوم: الاثنين التاريخ: ٢٩ / ٤ / ٢٠٢٤ مجموع العلامات :(١٠٠ علامة)

ملاحظة: عدد اسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن خمسة منها فقط

القسم الأول:يتكون هذا القسم من ثلاثة اسئلة ، وعلى المشترك ان يجيب عنها جميعا

السؤال الاول : لكل فقرة أربعة بدائل ، اختر البديل الصحيح ثم انقله إلى دفتر الإجابة مقابل رقم الفقرة (٢٠ علامة) .

١) اذا كان ق(س)=٢ ١س+٦(م -٢) س^{٢} ، فما هي قيمة م التي تجعل ق(س) متغير للاعلى

]-٢ ، ٢[ ]-∞ ، -٢[ ]٢ ، ∞[ ]-∞ ، ٢[

٢)اذا كان ق(س)= س^{٢}- ٣س- ب ، وتحقق رول على الفترة [-٢،ب] ، جد ب

(١) (٢) (٤) (٥)

٣)اذا كانت زاوية ميل المماس عند النقطة (٢، ٦) هي ١٣٥° ، فان $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٣} ق(س) - ٨ ق(٢)}{س - ٢}$ تساوي

(-٤) (-١٢) (٥٦) (٦٤)

٤) اصغر قيمة للاقتران ق(س) = هـ^{جاس} - جاس ، حيث س ∈ [π،٠]

(١) (٢) (٨) (٨ - ١)

٥)اذا كان ق(س)= ك (س)- هـ(س) حيث ك'(٣)= هـ'(٣) ، ك''(٣)< هـ''(٣) ، فاي مما يلي عبارة صحيحة بالنسبة للاقتران ق(س) عندما س= ٣

(قيمة عظمى محلية) (نقطة انعطاف) (مماس يوازي محور السينات) (قيمة صغرى محلية)

٦) اذا كان ق(س)= س^{٢} ، هـ(١) = هـ'(١) = ٢ ، فان $(ق \circ هـ^{٢})^{-}(١)$ تساوي

(١٦) (٦٤) (٣٢) (٨)

٧)اذا كان س= جتا ص ، فما قيمة س''

(- قتاص ظتاص) (- ظتا^{٢}ص قتاص) (- قتا^{٢}ص ظتاص) (قتا^{٢}ص ظتاص)

٨)اذا كان ق(س) = $\sqrt{٤س - س^{٢}}$ فان القيمة العظمى المطلقة للاقتران في الفترة [٠ ، ٤]تساوي

(٠) (٢) (٤) ($\sqrt{٨}$)

يتبع صفحة (٢)

٩)اذا كان ق (س) = لـو | س ٢ − ٢س | ،فان عدد النقاط الحرجة للاقتران ق المعرف على مجاله

(١) (٢) (٣) (٤)

١٠)اذا كان لمنحنى الاقتران ق (س) = س ٣ + ٣س ٢ + ب س نقطة انعطاف الفي ، فما قيمة ا

(- ٣) (٣) (- ١) (١)

السؤال الثاني :(٢٠ علامة)

ا)اذا كان ق(س) = { ا − س ٢ ، − ٢ ≤ س ≤ ١ ; ٦ − ب س ، ١ < س ≤ ٢ } يحقق المتوسطة في الفترة [− ٢ ، ٢] ، جد ا ، ب

ثم جد قيمة /قيم ج التي تعنيها النظرية (٨ علامات)

ب)جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى العلاقة المرسوم لمنحنى (س − ص)٢ + ص = ٩ عند نقطة تقاطع المنحنى مع المستقيم ص + ١ = ٢س والواقعة في الربع الاول (٦ علامات)

ج)اذا كان ق (س) = ا س + ب/س ، وكان متوسط تغير ق(س) في الفترة [١ ، ٥] هو ٢ وكانت

نهـا هـ ← ٠ [ق (١ + ٢هـ) − ق (١)] / هـ = − ٤ ، جد ا ، ب (٦علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

ا)اذا كان ق (س) = ٢ ظا س ، هـ (س) = ب/(١ + ٢س) ، وكان (هـ ○ ق)′ (π/٤) = ٨/٢٥ ، جد ب

(٦ علامات)

ب) اذا كان ق (س) = س + ٩/(س + ٢) ، س ∈ [− ١ ، ٤]

١) جد فترات التزايد والتناقص

٢)القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق (٧ علامات)

ج) اذا كان ق (س) = ٤ جتا٢ س + ٣ جا٢ س ، س ∈] ٠ ، π [

جد ١) مجالات التقعر للاعلى والاسفل ٢) نقاط الانعطاف ٣) زوايا الانعطاف (٧علامات)

يتبع صفحة (٣)

٩)اذا كان ق(س) = لـو |س² − ٢س| ،فان عدد النقاط الحرجة للاقتران ق المعرف على مجاله

(١) (٢) (٣) (٤)

١٠)اذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = س³ + ٣س² + ١س نقطة انعطاف افقي ، فما قيمة ا

(-٣) (٣) (-١) (١)

السؤال الثاني :(٢٠ علامة)

ا)اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ١ - س^{٢}، & -٢ \le س \le ١ \\ ٦ - ب س، & ١ < س \le ٢ \end{cases}$ يحقق المتوسطة في الفترة $[-٢، ٢]$ ، جد ا، ب

ثم جد قيمة /قيم ج التي تعنيها النظرية (٨ علامات)

ب)جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى العلاقة المرسوم لمنحنى (س − ص)²+ ص= ٩ عند نقطة تقاطع المنحنى مع المستقيم ص + ١ = ٢س والواقعة في الربع الاول (٦ علامات)

ج)اذا كان $ق(س) = ا س + \frac{ب}{س}$ ، وكان متوسط تغير ق(س) في الفترة [١ ، ٥] هو ٢ وكانت

$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+٢هـ) - ق(١)}{هـ} = -٤$ ، جد ا، ب (٦علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

ا)اذا كان $ق(س) = ٢ظاس$ ، $هـ(س) = \frac{ب}{١ + ٢س}$، وكان $(هـ \circ ق)'(\frac{\pi}{٤}) = \frac{٨}{٢٥}$ ، جد ب

(٦ علامات)

ب) اذا كان $ق(س) = س + \frac{٩}{س + ٢}$ ، $س \in [-١، ٤]$

١) جد فترات التزايد والتناقص

٢)القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق (٧ علامات)

ج) اذا كان $ق(س) = ٤جا^{٢}س + ٣جا^{٢}س$ ، $س \in [٠ ، \pi]$

جد ١) مجالات التقعر للاعلى والاسفل ٢) نقاط الانعطاف ٣) زوايا الانعطاف (٧علامات)

يتبع صفحة (٣)

توجيهي pal

يتكون هذا القسم من ثلاثة اسئلة وعلى الطالب ان يجيب عن سؤالين فقط

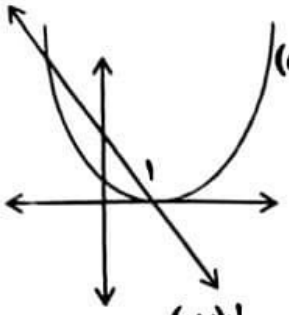
السؤال الرابع:(٢٠ علامة)

أ) أ) قذف جسم راسيا الى اعلى من قمة برج ارتفاعه ١٢٠م حسب العلاقة ف(ن)=٤٠ن - ٥ن٢ جد:

١)المسافة الكلية المقطوعة بعد ٧ ث

٢)سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع ٢٠م من سطح الارض

(١٠ علامات)



ب) اذا كان ق(س) اقترانا متصلا على ح بحيث ق′(س)=ه ′(س)× ل (س)

بالاعتماد على الشكل المجاور بين ان منحنى ق(س) مقعر للأسفل على الفترة]١ ، ∞[

(١٠ علامات)

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

أ) ق(س) اقتران منحناه في الربع الرابع له قيمة عظمى محلية عند س = ١ ، ه(س) اقتران منحناه في الربع الاول له قيمة صغرى محلية عند س = ١ ،اثبت ان الاقتران ع(س)= (ه×ق)(س) له قيمة عظمى محلية عند س = ١ ، حيث أن ق″(س) ، ه″(س) موجودتين على مجاليهما ولا تساويان الصفر ؟ (١٠ علامات)

ب)اذا كان ص = (جاس+جتاس)٤ ، اثبت ان ص ″+ ٤ص = ٢ ١جتا٢٢س (١٠ علامات)

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) جد مساحة اكبر مثلث يمكن رسمه بحيث يقع رأسان من رؤوسه على المستقيمين ق(س)= ٢س ،

ه(س) = ٦ – س ، في حين يقع رأسه الثالث على محور السينات علما بان قاعدة المثلث توازي محور السينات

(١٠ علامات)

ب) اذا كان ص = م ٣ + ٢م ٢ ،س = م ٢ + ٣ جد $\frac{د^٢ص}{د س^٢}$ ، عندما م = ١

(١٠ علامات)

انتهت الاسئلة

إجابات امتحان مبحث الرياضيات (الورقة : الأولى)

السؤال الأول: (20 علامة)

رقم الفقرة	الإجابة
١	]٢، ∞[
٢	٥
٣	٦٤
٤	١
٥	قيمة عظمى محلية
٦	٦٤
٧	فتا٢ص ظتاص
٨	٢
٩	١
١٠	٣

توجيهي Pal

(صفحة 2)

السؤال الثاني :- (20 علامة)

أ) $d(س)$ يحقق المتوسطة على $[-٢، ٢]$ $\Leftarrow$ $d(س)$ متصل على $[-٢، ٢]$

$\Leftarrow$ $d(س)$ متصل عند $س = ١$ $\Leftarrow$ $\lim_{س \to ١^+} d(س) = \lim_{س \to ١^-} d(س)$

$\Leftarrow$ $\lim_{س \to ١^+} (٦ - ب س) = \lim_{س \to ١^-} ٩ - س^٢$ (معادلة)

$\Leftarrow ٦ - ب = ٩ - ١ \Leftarrow ٩ + ب = ٧$ ---(١)

$d(س)$ قابل للاستقاق على $]-٢، ٢[$ $\Leftarrow$ $د'(١^+) = د'(١^-)$

$د(س) = \begin{cases} -٢س ، -٢ < س \leq ١ \\ -ب ، ١ < س < ٢ \end{cases}$ $\Leftarrow$ $-ب = -٢$ $\Leftarrow$ $ب = ٢$

$٩ + ب = ٧ \Leftarrow ٩ + ٢ = ٧ \Leftarrow ٩ = ٥$

$د(س) = \begin{cases} ٥ - س ، -٢ \leq س \leq ١ \\ ٦ - ٣س ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$ $\Leftarrow$ $د'(س) = \begin{cases} -١ ، -٢ < س < ١ \\ -٣ ، ١ < س < ٢ \end{cases}$

$d(س)$ يحقق المتوسطة $\Leftarrow \exists ح \in]-٢، ٢[$ حيث $د'(ح) = \frac{د(٢) - د(-٢)}{٢ - (-٢)}$

من القاعدة الأولى $-٢ < ح \leq ١$ $\Leftarrow ح = -\frac{١}{٨}$

من القاعدة الثانية $-٢ \neq \frac{١}{٣}$ لا يوجد

$\Leftarrow$ قيمة $ح$ هي $ح = -\frac{١}{٨}$

السؤال الثاني :-

ب) $(س - ص)^2 + ص = 9$ ، $ص + 1 = 2س$

نجد نقط التقاطع $\Leftarrow$ $س = \frac{ص+1}{2}$ نعوض في العلاقة

(بالاختصار) $(\frac{ص+1}{2} - ص)^2 + ص = 9 \Leftarrow (\frac{ص+1-2ص}{2})^2 + ص = 9$

$(\frac{1-ص}{2})^2 + ص = 9 \Leftarrow \frac{1-2ص+ص^2}{4} + ص = 9$

$\Leftarrow 1 + 2ص + ص^2 = 36 \Leftarrow ص^2 + 2ص - 35 = 0$

$\therefore (ص + 7)(ص - 5) = 0$

$ص = -7$ (نرفضها) لأنه النقطة في الربع الأول

$\boxed{ص = 5} \Leftarrow س = \frac{5+1}{2} = 3$

نقطة التقاطع $= (3, 5)$

نشتق بالنسبة للمتغير $س$. $(س - ص)^2 + ص = 9$

$\therefore 2(س - ص)(1 - ص') + ص' = 0$ نعوض $(3, 5)$

$\Leftarrow 2(3 - 5)(1 - ص') + ص' = 0 \Leftarrow -4 + 4ص' + ص' = 0$

$\Leftarrow 5ص' = 4 \Leftarrow ص' = \frac{4}{5} =$ م المماس.

معادلة المماس $ص - 5 = \frac{4}{5}(س - 3) \Leftarrow 5ص - 25 = 4س - 12$

$\Leftarrow 5ص - 4س = -13 \therefore$

ج) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ على $[1, 5]$ $= \frac{ق(5) - ق(1)}{5 - 1} = \frac{(\frac{ب}{5} + 25 + ب) - (ب + 1)}{4} = 2$

(بالاختصار) $\Leftarrow \frac{25 + ب}{5} - ب - 1 = 8 \Leftarrow 25 - 5ب + ب - 5ب = 40$

$\Leftarrow 25 - 4ب = 40 \Leftarrow \boxed{5ب - ب = 10}$ ①

بما أن $ق'(1 + 2ج)$ عند $ج = 0$ $\Leftarrow 2ق'(1) = -4 \Leftarrow ق'(1) = -2$

$ق'(س) = 2 - \frac{ب}{س^2} \Leftarrow ق'(1) = 2 - ب = -2 \Leftarrow \boxed{2 - ب = -2}$

$-ب = -4 \Leftarrow ب = 4$

$5ب - ب = 10$

$4ب = 16 \Leftarrow ب = 4$

$ب = 5$

السؤال الثالث

أ) $ق(س) = ٢ ظا س \Leftarrow قَ(س) = ٢ قا^2 س$

$هـ(س) = \frac{ب}{١+٢س} \Leftarrow هـَ(س) = \frac{-٢ب}{(١+٢س)^2}$

$(هـ \circ ق)َ(\frac{\pi}{4}) = \frac{8}{25} = هـَ(ق(\frac{\pi}{4})) \cdot قَ(\frac{\pi}{4})$ (6 علامات)

$\Leftarrow هـَ(٢) \times ٢ \times ٢ = \frac{8}{25}$

$\frac{-٢ب}{25} \times ٤ = \frac{8}{25} \Leftarrow -٨ب = ٨ \Leftarrow$

ب = −١

ب) $ق(س) = س + \frac{9}{س+2}$ ، ق(س) متصل على [−١، ٤]

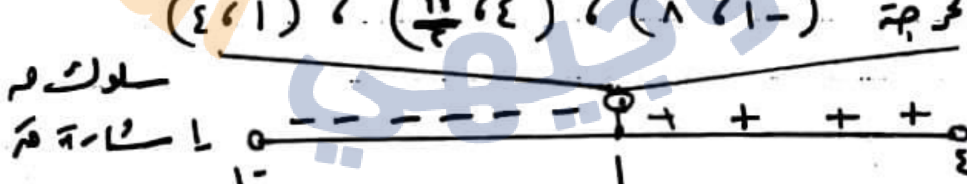
$قَ(س) = ١ - \frac{9}{(س+2)^2}$ ، $س \neq -2$

$١ - \frac{9}{(س+2)^2} = 0 \Leftarrow (س+2)^2 - 9 = 0$ (7 علامات)

$\Leftarrow (س+2) = 3$ ، $س+2 = -3$

$س = 1$ ، $س = -5$ ×

النقط الحرجة (−١، ٨)، (٤، $\frac{11}{2}$)، (١، ٤)



ق متناقص ∀ س ∈ [−١، ١]

ق متزايد ∀ س ∈ [١، ٤]

ق(−١) = ٨ عظمى محلية وهي مطلقة (طرفية بداية فترة تناقص في المجال)

ق(١) = ٤ صغرى محلية وهي مطلقة

ق(٤) = $\frac{11}{2}$ عظمى محلية (نهاية فترة تزايد طرفية في المجال)

تابع السؤال الثالث

ج) $ه(س) = ٤ جتا^٢ س + ٣ جا^٢ س$ ، $[٠ ، \pi]$

$ه(س)$ متصل على $[٠ ، \pi]$ لأنه مجموع اقترانات متصلة

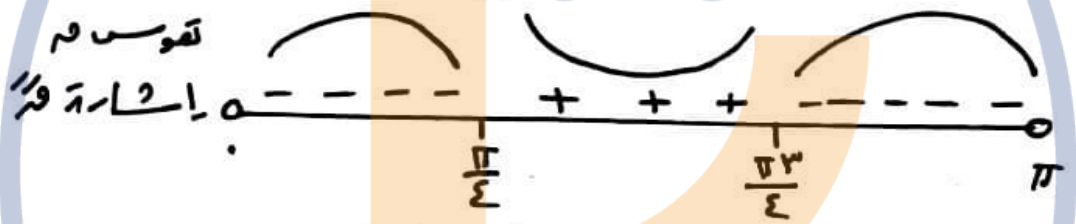
بالاشتقاق $ه'(س) = -٨ جا س جتا س + ٦ جا س جتا س =$

$-٢ جا س جتا س = -جا ٢س$

$ق'(س) = -٢ جتا ٢س$

$-٢ جتا ٢س = ٠ \Leftarrow$ $٢س = \frac{\pi}{٢}$ ، $٢س = \frac{٣\pi}{٢}$

$\Leftarrow س = \frac{\pi}{٤}$ ، $س = \frac{٣\pi}{٤}$



$ه(س)$ مقعر للأسفل $\forall س \in]٠ ، \frac{\pi}{٤}[$

$ه(س)$ مقعر للأعلى $\forall س \in]\frac{\pi}{٤} ، \frac{٣\pi}{٤}[$

$ه(س)$ مقعر للأسفل $\forall س \in]\frac{٣\pi}{٤} ، \pi[$

$(\frac{\pi}{٤} ، ه(\frac{\pi}{٤})) = (\frac{\pi}{٤} ، \frac{\pi}{٤})$
$(\frac{٣\pi}{٤} ، ه(\frac{٣\pi}{٤})) = (\frac{٣\pi}{٤} ، \frac{٣\pi}{٤})$
نقط انطاف لأنه $ه$ متصل عندها ويغير تقعره بجوارها.

عند $س = \frac{\pi}{٤} \Leftarrow ق'(\frac{\pi}{٤}) = -جا \frac{\pi}{٢} = -١ \Leftarrow ظا^{-١}(-١) = \frac{٣\pi}{٤}$ = زاوية الانطاف

عند $س = \frac{٣\pi}{٤} \Leftarrow ق'(\frac{٣\pi}{٤}) = -جا \frac{٣\pi}{٢} = ١ \Leftarrow ظا^{-١}(١) = \frac{\pi}{٤}$ = زاوية الانطاف

السؤال الرابع :-

أ ف (ن) = ٤٠ن − ٥ن²

ع (ن) = ٤٠ − ١٠ن = ٠ ⟸ ن = ٤ (زمن الصعود)

(٥ درجات)

أقصى ارتفاع عن سطح البرج = ف(٤) = ٤٠ × ٤ − ٥ × ٤² =
١٦٠ − ٨٠ = ٨٠ م

① ف (٧) = ٤٠ × ٧ − ٥ × ٧² = ٢٨٠ − ٢٤٥ = ٣٥ م

المسافة المقطوعة = ٨٠ + ٨٠ − ٣٥ = ١٦٠ − ٣٥ = ١٢٥ م

أو ٢ × أقصى ارتفاع − ف(٧) = ٢ × ٨٠ − ٣٥ = ١٢٥ م

② عندما يكون الجسم على ارتفاع ٢٠ م عن سطح الأرض تكون إزاحته ١٠٠ عن سطح البرج

− ١٠٠ = ف(ن) ⟸ − ١٠٠ = ٤٠ن − ٥ن²

÷ ٥ ⟸ ن² − ٨ن − ٢٠ = ٠

(ن − ١٠)(ن + ٢) = ٠

ن = ١٠ ✓ ن = −٢ مرفوض

ع (ن) = ٤٠ − ١٠ن ⟸ ع (١٠) = ٤٠ − ١٠٠ = −٦٠ م/ث

ب (١٥ درجة)

ق′(س) = د′(س) . ل(س) + ل′(س) . د(س)

د(س) > ٠ ∀ س ∈]١، ∞[لأن د(س) في الربع الأول على]١، ∞[

د′(س) > ٠ ∀ س ∈]١، ∞[لأن د(س) متزايدة على]١، ∞[

ل(س) < ٠ ∀ س ∈]١، ∞[لأن ل(س) في الربع الرابع على]١، ∞[

ل′(س) < ٠ ∀ س ∈]١، ∞[لأن ل(س) متناقصة على]١، ∞[

ق′(س) = د′(س) . ل(س) + ل′(س) . د(س)

إشارة ق′(س) = ⊕ × ⊖ + ⊖ × ⊕ = ⊖ + ⊖ = ⊖

⟸ ق(س) < ٠ ∀ س ∈]١، ∞[⟸ ق(س) متناقصة على]١، ∞[

السؤال الخامس :-

أ (10 علامات)

ق(س) في الربع الرابع ⇐ ق(س) < ٠ ⇐ ق(أ) < ٠ (-)

ق(س) له عظمى محلية عند س = أ ⇐ ق'(أ) = ٠ ، ق''(أ) < ٠ (-)

ق(س) في الربع الأول ⇐ ق(س) > ٠ ⇐ ق(أ) > ٠ ⊕

ق(س) له صغرى محلية عند س = أ ⇐ ق'(أ) = ٠ ، ق''(أ) > ٠ ⊕

ع(س) = (هـ · ق)(س) متصل على ح لانه قابل للاشتقاق (حاصل ضرب قابلين للاشتقاق)

ع'(س) = (هـ · ق' + ق · هـ')(س)

ع'(أ) = هـ(أ) × ٠ + ق(أ) × ٠ = ٠ ⇐ ع'(أ) = ٠

يوجد عند س = أ نقطة حرجة لـ ع

ع''(س) = (هـ ق'' + ق' هـ' + ق · هـ'' + هـ' ق')(س)

إشارة ع''(أ) = (⊕ × ⊖) + صفر + (⊖ × ⊕) + صفر = ⊖ + ⊖ = ⊖

⇐ ع''(أ) < ٠ ⇐ يوجد قيمة صغرى محلية للاقتران ع(س) عند س = أ حسب اختبار المشتقة الثانية .

ب

ص = (جا س + جتا س)^٤

ص' = ٤(جا س + جتا س)^٣ (جتا س - جا س)

ص'' = ٤(جا س + جتا س)^٣ (-جتا س - جا س) + (جتا س - جا س) × ١٢ (جا س + جتا س)^٢ (-جا س + جتا س)

ص'' = -٤(جا س + جتا س)^٣ (جا س + جتا س) + ١٢ (جتا س - جا س)(جتا س + جا س)^٢

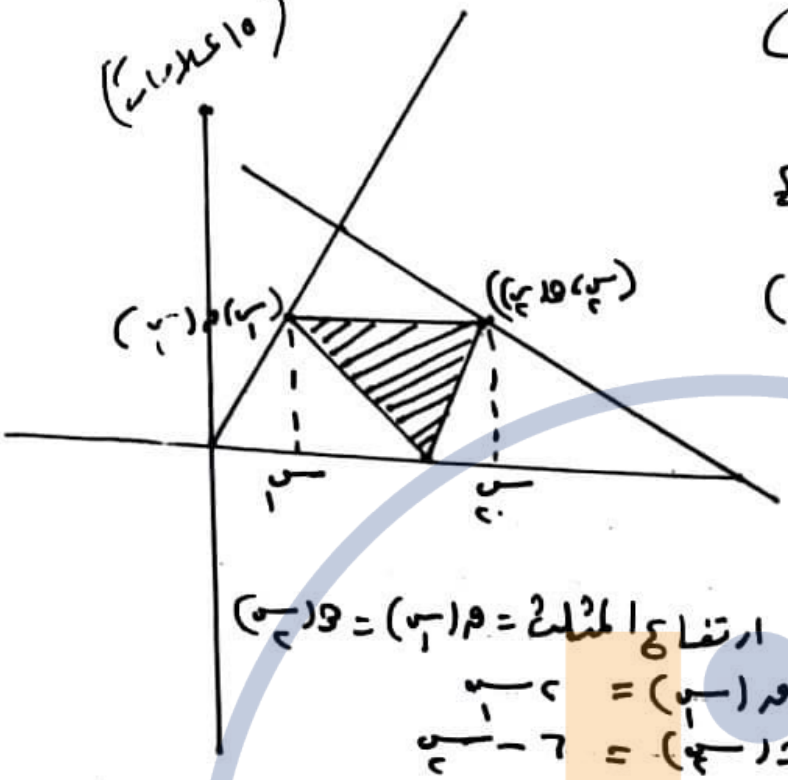
ص'' = -٤(جا س + جتا س)^٤ + ١٢ (جتا^٢ س - جا^٢ س)^٢

ص'' = -٤ ص + ١٢ (جتا ٢س)^٢

ص'' + ٤ ص = ١٢ جتا^٢ ٢س

*

السؤال السادس



(أ) م = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

م = $\frac{1}{2}$ × (س٢ − س١) × م(س١)

م = $\frac{1}{2}$ (٦ − ع١ − ٦ − ع٢) × ع٢ − ع١

م = $\frac{1}{2}$ (٦ − ٣س − ٦ + ٣س) × س − س

م = ٦س − ٣س٢

م′ = ٦ − ٦س = ٠

س = ١

سلوك م	+	−
إشارة م′	٠	١

عظمى عند س = ١

ارتفاع المثلث = م(س١) = ع(س٢)

م(س١) = ٦ − ٣س١

ع(س٢) = ٦ − ٣س٢

⇐ ٦ − ٣س١ = ٦ − ٣س٢

⇐ ٣س١ = ٣س٢

⇐ س١ = س٢

أكبر مساحة = ٦ × ١ − ٣ × ١٢ = ٣ وحدة مساحة

(ب) ص = م٣ + ٣م٢ ⇐ $\frac{د ص}{د م}$ = ٣م٢ + ٦م

س = م٢ + ٣ ⇐ ١ = ٢م $\frac{د م}{د س}$ ⇐ $\frac{د م}{د س}$ = $\frac{1}{2م}$

س = م٢ + ٣
م٢ = س − ٣
م = $\sqrt{س - ٣}$ نأخذ الجذر الموجب لأن م > ٠

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{د ص}{د م}$ × $\frac{د م}{د س}$ = (٣م٢ + ٦م) × $\frac{1}{2م}$ = $\frac{1}{2}$(٣م + ٦)

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{1}{2}$(٣م + ٦) = $\frac{1}{2}$ (٣ $\sqrt{س - ٣}$ + ٦)

عندما م = ١ ⇐ س = ٤

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{1}{2}$ × ٣ × $\frac{1}{2\sqrt{س - ٣}}$ ⇐ $\frac{د ص}{د س}$ | س = ٤ = $\frac{٣}{٤}$

م = ١

(١٥ علامة)

(صفحة ٩)

السؤال السادس (ب)

حل آخر

$ص = م^{٣} + ٢م^{٢}$ ، $س = م^{٢} + ٣$

$م^{٢} = س - ٣$

$م = \sqrt{س - ٣}$ نأخذ الجذر الموجب لأن $م > ١$

$\Leftarrow م = \sqrt{س - ٣}$

$ص = (\sqrt{س - ٣})^{٣} + ٢(س - ٣)$

$ص = (س - ٣)^{\frac{٣}{٢}} + ٢(س - ٣)$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٣}{٢}(س - ٣)^{\frac{١}{٢}} + ٢$

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = \frac{٣}{٤}(س - ٣)^{-\frac{١}{٢}} \times \frac{٣}{٤} = \boxed{\frac{٣}{٤}}$