دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم/ الخليل

State of Palestine

امتحان تجريبي الجلسة الثانية
الصف الثاني عشر العلمي

المبحث: الرياضيات
الزمن: ساعتان و٤٥ دقيقة
التاريخ و اليوم: ١٤/٥/٢٠٢٤
مجموع العلامات ١٠٠ علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول : يتكون القسم الأول من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عليها جميعاً

السؤال الأول : يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد من أربعة بدائل ، اختر الإجابة الصحيحة ثم اكتبها في المكان المخصص لها في دفتر الإجابة (٢٠ علامة)

١) إذا كان $\text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ فإن : $(\text{أب})^{-1} =$

$\left(\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix}\right)$ $\left(\begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}\right)$ $\left(\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ -١٣ & -٢ \end{bmatrix}\right)$ $\left(\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ١٣ & ٢ \end{bmatrix}\right)$

٢) إذا كانت $\text{أ}_{٣\times٥}$ ، $\text{ب}_{٥\times٣}$ وكان $\left|\left(\frac{1}{\text{ك}}\text{ب.أ}\right)^{-1}\right| = ٤$ ، $|\text{ب أ}| = ٨$ فإن قيمة الثابت ك تساوي ؟

(٢) (٤) (٨) (١٦)

٣) عند حل نظام من معادلتين خطيتين باستخدام قاعدة كريمر وجد أن $(\text{أ}_{\text{س}})^{٣} = \begin{bmatrix} ١٢ & -٤ \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $\left|-\frac{١}{٢}\text{أ}\right| = \frac{-٣}{٤}$ فما قيمة ص؟

$\left(\frac{-٣}{٤}\right)$ $\left(\frac{٣}{٤}\right)$ $\left(\frac{-٤}{٣}\right)$ $\left(\frac{٤}{٣}\right)$

٤) إذا كان $\sigma_{\text{ن}}$ تجزئة منتظمة للفترة $\left[\frac{٦}{\text{أ}} ، \text{أ}\right]$ وكان $\sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} (\text{س}_{\text{ر}} - \text{س}_{\text{ر}-١}) = ٥$ فإن قيمة الثابت تساوي أ؟

(٦) (-٦، ١) (-١) (-١، ٦)

٥) إذا كان م(س) ، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران ق(س) بحيث ان $\int_{٢}^{٤} \text{م(س)}\,\text{دس} + \int_{٤}^{٢} \text{هـ(س)}\,\text{دس} = ١٠$ ، فإن

$\int_{١}^{٣} ٢\text{س}\,(\text{هـ(س)} - \text{م(س)})\,\text{دس} =$

(٣٥) (٣٨) (٤٠) (-٤٠)

٦) $\int \frac{\text{جا}٢\text{س}\,\text{جتا}٢\text{س}}{\text{جتا}^{٢}٤\text{س}}\,\text{دس} =$

$(\text{قا}٤\text{س} + \text{جـ})$ $\left(\frac{١}{٢}\text{قا}٤\text{س} + \text{جـ}\right)$ $\left(\frac{١}{٨}\text{قا}٤\text{س} + \text{جـ}\right)$ $\left(\frac{١}{٤}\text{قا}٤\text{س} + \text{جـ}\right)$

٧) إذا كان ق(س) اقترانا متصلا و كان $\text{ت(س)} = \int_{1}^{\text{س}^2} \text{ق(ص)}\,\text{دص}$ ، $\text{هـ(س)} = \text{س} + \int_{\text{س}}^{1} \text{٢ق(ص)}\,\text{دص}$، س ≥ ١ بحيث أن $\text{ت}(\sqrt{٥}) = -٣$ ، $\text{ت}'(\sqrt{٥}) = ٤$ فإن : $\text{هـ}'(\sqrt{٥}) =$ ؟

(٩) (−٧) (٥) (−٣)

٨) ما قيمة $\int_{2}^{4} |\text{س} - ٣| \left[\frac{1}{2}\text{س} + ١\right] \text{دس} =$ ؟

(٢) (٠) (٤) (٨)

٩) إذا كان ق(س) ≤ ٢ لجميع س ∈ [−١ ، ٢] فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{-1}^{2} (١٠ - \text{٢ق(س)})\,\text{دس}$ تساوي ؟

(١٨) (٦) (٤٢) (−٤٢)

١٠) إذا كان $\int_{-3}^{2} (\text{٤ق(س)} + ٢)\,\text{دس} = ١٤$ ، $\int_{-5}^{2} \text{ق(س)}\,\text{دس} = -٦$ فإن : $\int_{4}^{6} ٣(\text{ق}(١ - \text{س}) + ٥)\,\text{دس} =$ ؟

(٣٠) (٥٧) (٥١) (−٥١)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد قيمة $\int_{-3}^{2} (٤ - ٢\text{س})\,\text{دس}$ (٦ علامات)

ب) إذا كان $\text{ق(س)} = |٣\text{س}^2 - ٦\text{س}|$ أوجد الاقتران المكامل للاقتران ق(س) في الفترة [−٣ ، ١] (٧علامات)

ج) إذا كان $(\text{٢س.ص})^{-1} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ١,٥ \end{bmatrix}$ ، $\text{س} = \begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}$ فجد المصفوفة س − ٤ص ؟ (٧ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) استخدم طريقة جاوس لحل النظام التالي: (٨ علامات)

س − ص + ٤ع = ٩ ، س + ٣ص − ع = −٤ ، ٢س + ٣ص + ٢ع = ٢

ب) أجد قيمة التكاملات التالية : (١٢ علامة)

١) $\int \frac{\text{جا}^3\text{س}}{\text{جا}^2\text{س} + \text{جاس}}\,\text{دس}$

٢) $\int_{-1}^{2} \sqrt{\text{س}^4 + \text{س}^2}\,\text{دس}$

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من ثلاث أسئلة و على المشترك أن يجيب على سؤالين منها

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = جتاس و المستقيم ص = ٣ − س و المحورين الإحداثيين ؟ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للتكامل على [١ ، ٦] و كان ق(س) ≤ هـ(س) لكل س ∈ [١ ، ٦] أثبت أن : $\int_{٢}^{٢}$ ٢س ق(س^{٢} − ٣) ءس ≤ $\int_{١}^{-٤}$ هـ(٢ − س) ءس ؟ (٧ علامات)

جـ) إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ب] و كان العنصر الحادي عشر فيها يساوي ٢٥ و العنصر الحادي والعشرون يساوي ٤٠ و كان $\sum_{ر=١}^{ن}$ (س$_{ر}$ − س$_{ر-١}$) = ٦٠ جد قيمة الثوابت أ ، ب ، ن (٦ علامات)

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $\int_{١}^{٧}$ ٤ق(س) ءس = ١٢ ، $\int_{٥}^{٧}$ (ق(س) + ١) ءس = ٤ أوجد $\int_{٠}^{٢}$ س^{٣} ق$'$(س^{٢} + ١) ءس علمًا بأن منحنى ق(س) يمر بالنقطتين (١ ، −١) ، (٥ ، ٢) ؟ (٦ علامات)

ب) باستخدام خصائص المحددات ، أثبت أن $\begin{vmatrix} ١ & ب & ١ \\ ب & ١ & ١ \\ ١ & ب & ب \end{vmatrix}$ = ب(أ^{٢} − ب^{٢}) (٧ علامات)

جـ) جد قيمة $\int \frac{١}{٢س + س\sqrt{س}}$ ءس (٧ علامات)

السؤال السادس : (٢٠ علامة)

أ) إذا كانت س مصفوفة و كانت أ = $\begin{bmatrix} ٣ \\ ٣ \\ ٣ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٧ \\ ٨ \end{bmatrix}$ فجد مجموع جميع مدخلات المصفوفة س حيث س × أ = ب

(٦ علامات)

ب) إذا كانت ق$'$(س) = $\frac{جاس}{س}$ ، و كانت ق($\frac{\pi}{٢}$) = ٢ فجد $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$ ق(س) ءس (٧ علامات)

جـ) إذا كانت ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة عليه يساوي (أ − ب س^{٢}) ، فجد قاعدة الاقتران ق(س) إذا كانت معادلة المماس له عند س = ٠ هي ص = ٢س ، و كان منحناه يمر بالنقطة (٣ ، ١) (٧ علامات)

انتهت الأسئلة

إجابة السؤال الأول:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الإجابة	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -13 \end{bmatrix}$	٢	$\frac{-4}{3}$	$-1 ، 6$	-40	$\frac{1}{8}$ قا٤س + جـ	-7	٢	١٨	٥١

٢: فرع أ) $\int_{-3}^{2}(4-2\text{س})\,\text{ءس} = \lim_{\text{ن}\to\infty} \text{م}(\sigma_{\text{ن}} ، \text{ن})$

$$\int(4-2\text{س})\,\text{ءس} = \lim_{\text{ن}\to\infty}\left(\frac{\text{ب}-\text{أ}}{\text{ن}}\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}}\text{ق}(\text{س}^{*}_{\text{ر}})\right)$$

$$\int(4-2\text{س})\,\text{ءس} = \lim_{\text{ن}\to\infty}\left(\frac{5}{\text{ن}}\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}}\text{ق}(\text{س}_{\text{ر}})\right) \text{ لكن } \text{س}_{\text{ر}} = \text{أ} + \text{ر}\frac{(\text{ب}-\text{أ})}{\text{ن}} \Leftarrow \text{س}_{\text{ر}} = -3 + \frac{5\text{ر}}{\text{ن}}$$

$$\int(4-2\text{س})\,\text{ءس} = \lim_{\text{ن}\to\infty}\left(\frac{5}{\text{ن}}\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}}\text{ق}\left(-3+\frac{5\text{ر}}{\text{ن}}\right)\right) = \lim_{\text{ن}\to\infty}\left(\frac{5}{\text{ن}}\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}}\left(10-\frac{10\text{ر}}{\text{ن}}\right)\right)$$

$$\int(4-2\text{س})\,\text{ءس} = \lim_{\text{ن}\to\infty}\left(\frac{5}{\text{ن}}\left(10\text{ن}-\frac{10\text{ن}(\text{ن}+1)}{2\times\text{ن}}\right)\right) = \lim_{\text{ن}\to\infty}\left(\frac{5}{\text{ن}}(5\text{ن}-5)\right)$$

$$\int(4-2\text{س})\,\text{ءس} = \lim_{\text{ن}\to\infty}\left(25-\frac{25}{\text{ن}}\right) = 25$$

فرع ب) $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} 3\text{س}^2-6\text{س} ، & -3 \le \text{س} \le 0 \\ 6\text{س}-3\text{س}^2 ، & 0 < \text{س} \le 1 \end{cases} \Leftarrow \text{ت}(\text{س}) = \int_{-3}^{\text{س}}\text{ق}(\text{ص})\,\text{ءص}$

$$\text{ت}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^3-3\text{س}^2+\text{جـ}_1 ، & -3 \le \text{س} \le 0 \\ 3\text{س}^2-\text{س}^3+\text{جـ}_2 ، & 0 < \text{س} \le 1 \end{cases}$$

$$\text{ت}(-3) = 0 \Leftarrow \text{ت}(-3) = -27-27+\text{جـ}_1 \Leftarrow \boxed{\text{جـ}_1 = 54}$$

س٣ فرع ب) (١) $\int \frac{\text{جتا}^3\text{س}}{\text{جا}^2\text{س}+\text{جاس}}\,\text{ءس}$ نفرض ان : $\text{ص} = \text{جاس} \Leftarrow \text{ءس} = \frac{\text{ءص}}{\text{جتاس}}$

$$\Leftarrow \int \frac{\text{جتا}^3\text{س}}{\text{ص}^2+\text{ص}}\cdot\frac{\text{ءص}}{\text{جتاس}} = \int \frac{\text{جتا}^2\text{س}}{\text{ص}^2+\text{ص}}\,\text{ءص} = \int \frac{1-\text{جا}^2\text{س}}{\text{ص}^2+\text{ص}}\,\text{ءص} = \int \frac{1-\text{ص}^2}{\text{ص}^2+\text{ص}}\,\text{ءص}$$

بقسمة البسط على المقام نجد ان : $\int \frac{1-\text{ص}^2}{\text{ص}^2+\text{ص}}\,\text{ءص} = \int -1 + \frac{\text{ص}+1}{\text{ص}^2+\text{ص}}\,\text{ءص}$

$$\Leftarrow \int -1 + \frac{\text{ص}+1}{\text{ص}(\text{ص}+1)}\,\text{ءص} \Leftarrow \int -1 + \frac{1}{\text{ص}}\,\text{ءص} = -\text{ص} + \text{لو}|\text{ص}| + \text{جـ}$$

$$\Leftarrow \int \frac{\text{جتا}^3\text{س}}{\text{جا}^2\text{س}+\text{جاس}}\,\text{ءس} = -\text{جاس} + \text{لو}|\text{جاس}| + \text{جـ}$$

حل(٢) $\int_{-1}^{2} \sqrt{\text{س}^4+\text{س}^2}\,\text{ءس} = \int_{-1}^{2} \sqrt{\text{س}^2(\text{س}^2+1)}\,\text{ءس} = \int_{-1}^{2} |\text{س}|\sqrt{(\text{س}^2+1)}\,\text{ءس}$

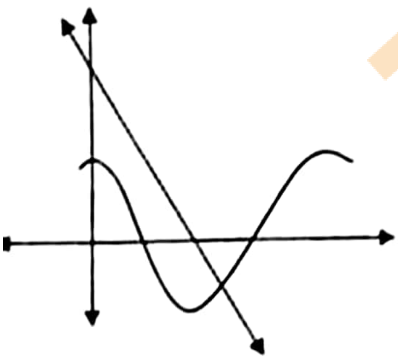
$$\Leftarrow \int_{-1}^{2} |\text{س}|\sqrt{(\text{س}^2+1)}\,\text{ءس} = \int_{-1}^{0} -\text{س}\sqrt{(\text{س}^2+1)}\,\text{ءس} + \int_{0}^{2} \text{س}\sqrt{(\text{س}^2+1)}\,\text{ءس}$$

نفرض ان $\text{ص} = \sqrt{(\text{س}^2+1)} \Leftarrow \text{ص}^2 = (\text{س}^2+1) \Leftarrow \text{ءس} = \frac{\text{صءص}}{\text{س}}$

نستبدل الحدود عندما $\text{س} = -1$ فإن $\text{ص} = \sqrt{2}$ ، $\text{س} = 0$ فإن $\text{ص} = 1$ ، $\text{س} = 2$ فإن $\text{ص} = \sqrt{5}$

$$\Leftarrow \int_{\sqrt{2}}^{1} -\text{س ص}\frac{\text{صءص}}{\text{س}} + \int_{1}^{\sqrt{5}} \text{س ص}\frac{\text{صءص}}{\text{س}} = \int_{\sqrt{2}}^{1} -\text{ص}^2\,\text{ءص} + \int_{1}^{\sqrt{5}} \text{ص}^2\,\text{ءص} = \frac{5\sqrt{5}+2-2\sqrt{2}}{3}$$

س٤ فرع أ) ٣ اقترانات $\text{ق(س)} = \text{جتاس}$ ، $\text{هـ(س)} = 3 - \text{س}$ ، $\text{ع(س)} = 0$ نجد نقط تقاطع الاقترانات إن أمكن



- $\text{ق(س)} = \text{هـ(س)} \Leftarrow 3 - \text{س} = \text{جتاس}$ لا نستطيع حل هذه المعادلة جبرياً
- $\text{ق(س)} = \text{ع(س)} \Leftarrow \text{جتاس} = 0 \Leftarrow \boxed{\text{س} = \frac{3\pi}{2}}$ ، $\boxed{\text{س} = \frac{\pi}{2}}$
- $\text{هـ(س)} = \text{ع(س)} \Leftarrow 3 - \text{س} = 0$ $\boxed{\text{س} = 3}$

$$\text{م} = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (3 - \text{س} - \text{جتاس})\,\text{ءس} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi^2}{8} - 1$$

أيضاً $\text{ت}(\text{س})$ متصل عند $\text{س} = ٠ \Leftarrow \lim\limits_{\text{س}\to ٠^{+}} \text{ت}(\text{س}) = \lim\limits_{\text{س}\to ٠^{-}} \text{ت}(\text{س})$

$$\lim_{\text{س}\to ٠^{+}} ٣\text{س}^{٢} - \text{س}^{٣} + \text{جـ}_{٢} = \lim_{\text{س}\to ٠^{-}} \text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٢} + ٥٤ \Leftarrow \boxed{\text{جـ}_{٢} = ٥٤}$$

$$\text{إذاً } \text{ت}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٢} + ٥٤ \text{ ،} & -٣ \le \text{س} \le ٠ \\ ٣\text{س}^{٢} - \text{س}^{٣} + ٥٤ \text{ ،} & ٠ < \text{س} \le ١ \end{cases}$$

س٢: فرع جـ) $(٢\text{س}.\text{ص})^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١,٥ & ١ \end{bmatrix}$ نجد النظير للطرفين

$$\text{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١,٥ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow |\text{أ}| = ١ \Leftarrow ٢\text{س}.\text{ص} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -١,٥ & ١ \end{bmatrix}$$

$$٢\begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}\text{ص} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -١,٥ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} ٦ & -٤ \\ -٢ & ٢ \end{bmatrix}\text{ص} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -١,٥ & ١ \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} ٦ & -٤ \\ -٢ & ٢ \end{vmatrix} = ٤ \text{، النظير الضربي للمصفوفة هو } \begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & ١ \\ \frac{١}{٢} & \frac{٣}{٢} \end{bmatrix} \text{ إذا } \text{ص} = \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -\frac{٧}{٤} & \frac{٣}{٢} \end{bmatrix}$$

$$\text{س} - ٤\text{ص} = \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ -١ & ١ \end{bmatrix} - ٤\begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -\frac{٧}{٤} & \frac{٣}{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ -١ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٤ & ٤ \\ ٧ & -٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ & ٢ \\ ٦ & -٥ \end{bmatrix}$$

ملاحظة : هناك حلاً أخر للسؤال

س٣فرع أ) $\text{آ} = \begin{bmatrix} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ١ & ٣ & -١ & -٤ \\ ٢ & ٣ & ٢ & ٢ \end{bmatrix}$

$$\xrightarrow[\text{ص}_{٣} = \text{ص}_{٣} - ٢\text{ص}_{١}]{\text{ص}_{٢} = \text{ص}_{٢} - \text{ص}_{١}} \text{آ} = \begin{bmatrix} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ٠ & ٤ & -٥ & -١٣ \\ ٠ & ٥ & -٦ & -١٦ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{ص}_{٣} = ٤\text{ص}_{٣} - ٥\text{ص}_{٢}} \text{آ} = \begin{bmatrix} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ٠ & ٤ & -٥ & -١٣ \\ ٠ & ٠ & ١ & ١ \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow \boxed{\text{ع} = ١} \Leftarrow \boxed{\text{ص} = -٢} \Leftarrow \boxed{\text{س} = ٣}$$

$$\text{م}_2 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{3} (\text{س} - 3)\, \text{دس} = 9 - \frac{3\pi}{2} - \frac{9}{2} + \frac{\pi^2}{8} = \frac{9}{2} - \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi^2}{8}$$

$\Leftarrow \text{م} = \text{م}_1 + \text{م}_2 = \frac{7}{2}$ وحدة مربعة

س٤ فرع ب) بما أن : $\text{ن}(\text{س}) \leq \text{هـ}(\text{س})$ لكل $\text{س} \in [1 ، 6]$ $\Leftarrow \int_{1}^{6} \text{ن}(\text{س})\, \text{دس} \leq \int_{1}^{6} \text{هـ}(\text{س})\, \text{دس}$

المطلوب : $\int_{3}^{2} 2\text{س}\, \text{ن}(\text{س}^2 - 3)\, \text{دس} \geq \int_{1}^{-4} \text{هـ}(2 - \text{س})\, \text{دس}$

• نفرض أن $\text{ص} = \text{س}^2 - 3 \Leftarrow \text{دص} = 2\text{س}\, \text{دس} \Leftarrow \text{دس} = \frac{\text{دص}}{2\text{س}}$

عندما $\text{س} = 3 \Leftarrow \text{ص} = 6$ ، عندما $\text{س} = 3 \Leftarrow \text{ص} = 6$

• نفرض أن $\text{ص} = 2 - \text{س} \Leftarrow \text{دص} = -\text{دس} \Leftarrow \text{دس} = -\text{دص}$

عندما $\text{س} = 1 \Leftarrow \text{ص} = 1$ ، عندما $\text{س} = -4 \Leftarrow \text{ص} = 6$

المطلوب : $\int_{6}^{1} 2\text{س}\, \text{ن}(\text{ص}) \frac{\text{دص}}{2\text{س}} \geq \int_{1}^{6} \text{هـ}(\text{ص}) \times -\text{دص}$

$$\Leftarrow -1 \times \left(\int_{6}^{1} \text{ن}(\text{ص})\, \text{دص}\right) \geq -\int_{1}^{6} \text{هـ}(\text{ص})\, \text{دص})$$

$\Leftarrow \int_{1}^{6} \text{ن}(\text{ص})\, \text{دص} \leq \int_{1}^{6} \text{هـ}(\text{ص})\, \text{دص}$ إذا المتباينة صحيحة

س٤ فرع جـ) $\text{س}_{10} = \text{ا} + 10\text{ل} \Leftarrow \boxed{25 = \text{ا} + 10\text{ل}}$ ----- (١)

$\text{س}_{20} = \text{ا} + 20\text{ل} \Leftarrow 40 = \text{ا} + 20\text{ل}$ ----- (٢) و بحل المعادلتين ينتج أن : $\boxed{\text{ل} = \frac{3}{2}}$ ، $\boxed{\text{ا} = 10}$

لكن $\text{ب} - \text{ا} = 60 \Leftarrow \boxed{\text{ب} = 70}$

$$\frac{\text{ب} - \text{ا}}{\text{ن}} = \frac{3}{2} \Leftarrow \frac{60}{\text{ن}} = \frac{3}{2} \Leftarrow \boxed{\text{ن} = 40}$$

س٥ فرع جـ) $\int_{1}^{\text{هـ}} \frac{1}{\text{٢س} + \text{س لـو س}} \, \text{ءس} = \int_{1}^{\text{هـ}} \frac{1}{\text{س}(\text{٢} + \text{لـو س})} \, \text{ءس}$

نفرض أن : $\text{ص} = \text{لـو س} \Leftarrow \text{ص} = \frac{\text{ءس}}{\text{س}} \Leftarrow \text{ءس} = \text{س ءص}$

نستبدل الحدود عندما $\text{س} = \text{١} \Leftarrow \text{ص} = \text{٠}$ ، $\text{س} = \text{هـ} \Leftarrow \text{ص} = \text{١}$

$\Leftarrow \int_{0}^{1} \frac{1}{\text{س}(\text{٢} + \text{ص})} \, \text{س ءص} = \int_{0}^{1} \frac{1}{(\text{٢} + \text{ص})} \, \text{ءص} = \text{لـو}|\text{٢} + \text{ص}| \Big|_{0}^{1} = \text{لـو} \frac{\text{٣}}{\text{٢}}$

س ٦ فرع أ) نفرض أن $\text{س} = \begin{bmatrix} \text{س}_{٣١} & \text{س}_{٢١} & \text{س}_{١١} \\ \text{س}_{٣٢} & \text{س}_{٢٢} & \text{س}_{١٢} \end{bmatrix}$

الآن : $\text{س أ} = \begin{bmatrix} \text{س}_{٣١} & \text{س}_{٢١} & \text{س}_{١١} \\ \text{س}_{٣٢} & \text{س}_{٢٢} & \text{س}_{١٢} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{٣} \\ \text{٣} \\ \text{٣} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{٣س}_{١١} + \text{٣س}_{٢١} + \text{٣س}_{٣١} \\ \text{٣س}_{١٢} + \text{٣س}_{٢٢} + \text{٣س}_{٣٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{٧} \\ \text{٨} \end{bmatrix}$

$\text{٣س}_{١١} + \text{٣س}_{٢١} + \text{٣س}_{٣١} = \text{٧}$ ----- (١) ، $\text{٣س}_{١٢} + \text{٣س}_{٢٢} + \text{٣س}_{٣٢} = \text{٨}$ ----- (٢)

(١) + (٢) $\Leftarrow \text{٣س}_{١١} + \text{٣س}_{٢١} + \text{٣س}_{٣١} + \text{٣س}_{١٢} + \text{٣س}_{٢٢} + \text{٣س}_{٣٢} = \text{١٥}$

$\text{س}_{١١} + \text{س}_{٢١} + \text{س}_{٣١} + \text{س}_{١٢} + \text{س}_{٢٢} + \text{س}_{٣٢} = \text{٥}$

س٦ فرع ب) $\text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{جاس}}{\text{س}} \Leftarrow \text{س ق}'(\text{س}) = \text{جاس}$ نأخذ تكامل للطرفين $\int \text{س ق}'(\text{س}) \, \text{ءس} = \int \text{جاس ءس}$

$\Leftarrow \text{س ق}(\text{س}) - \int \text{ق}(\text{س}) \, \text{ءس} = -\text{جتاس} + \text{جـ} \quad \Leftarrow \int \text{ق}(\text{س}) \, \text{ءس} = \text{س ق}(\text{س}) + \text{جتاس} + \text{جـ}$

$\Leftarrow \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \text{ق}(\text{س}) \, \text{ءس} = \text{س ق}(\text{س}) + \text{جتاس} \Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} = \pi - \text{١}$

س٦ فرع جـ) $\text{ق}'(\text{س}) = \text{أ} - \text{ب س}^{٢}$ ، من معادلة المماس نجد أن $\text{ق}'(\text{٠}) = \text{٢}$ و منها $\text{أ} = \text{٢}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \text{٢} - \text{ب س}^{٢}$ ، من معادلة المماس نجد أن $\text{ق}(\text{٠}) = \text{٠}$ ، من النقطة المعطاة $\text{ق}(\text{٣}) = \text{١}$

$\text{ق}(\text{س}) = \int \text{٢} - \text{ب س}^{٢} \, \text{ءس} \Leftarrow \text{ق}(\text{س}) = \text{٢س} - \frac{\text{ب س}^{٣}}{\text{٣}} + \text{جـ}$

$\text{ق}(\text{٠}) = \text{٠} \Leftarrow \text{جـ} = \text{٠}$ ، $\text{ق}(\text{٣}) = \text{١} \Leftarrow \text{ب} = \frac{\text{٥}}{\text{٩}}$ ، إذا $\text{ق}(\text{س}) = \text{٢س} - \frac{\text{س}^{٣}}{\text{٢٧}}$

انتهت الإجابات

س٥ فرع أ) $\int_{١}^{٧} ٤ق(س)\,ءس = ١٢ \Leftarrow \boxed{\int_{١}^{٧} ق(س)\,ءس = ٣}$

$$\int_{٠}^{٧} (ق(س)+١)\,ءس = \int_{٠}^{٧} ق(س)\,ءس + \int_{٠}^{٧} ١\,ءس = ٤ \Leftarrow \boxed{\int_{٠}^{٧} ق(س)\,ءس = ٢}$$

المطلوب : $\int_{٠}^{٢} س^{٣}\, ق'(س^{٢}+١)\,ءس$ نفرض ان : $ص = س^{٢}+١ \Leftarrow ءص = ٢س\,ءس \Leftarrow ءس = \frac{ءص}{٢س}$

عندما $س = ٠ \Leftarrow ص = ١$ ، عندما $س = ٢ \Leftarrow ص = ٥$

$\int_{١}^{٥} س^{٣}\, ق'(ص)\frac{ءص}{٢س} = \int_{١}^{٥} \frac{١}{٢}س^{٢}\, ق'(ص)\,ءص$ لكن $س^{٢} = ص - ١$

$\Leftarrow \int_{١}^{٥} \frac{١}{٢}(ص-١)\,ق'(ص)\,ءص$ بالأجزاء $\quad ق = \frac{١}{٢}(ص-١) \quad ءع = ق'(س)$

$ءق = \frac{١}{٢} \quad ع = ق(س)$

$$\Leftarrow \int_{١}^{٥} \frac{١}{٢}(ص-١)\,ق'(ص)\,ءص = \frac{١}{٢}(ص-١)\,ق(ص)\Big|_{١}^{٥} - \int_{١}^{٥} \frac{١}{٢}ق(ص)\,ءص$$

$$= \frac{١}{٢}ق(٥) - \left(\int_{١}^{٧} \frac{١}{٢}ق(ص)\,ءص + \int_{٧}^{٥} \frac{١}{٢}ق(ص)\,ءص\right) = \frac{١}{٢}$$

س٥ فرع ب) $\xrightarrow{ع_١+ع_٢} \begin{vmatrix} أ+ب & ب & أ \\ أ+ب & أ & أ \\ أ+ب & ب & ب \end{vmatrix}$ عامل من العمود الأول $\Leftarrow (أ+ب)\begin{vmatrix} ١ & ب & أ \\ ١ & أ & أ \\ ١ & ب & ب \end{vmatrix}$

$$\xrightarrow[ص_٣+-ص_١]{ص_٢+-ص_١} (أ+ب)\begin{vmatrix} ١ & ب & أ \\ ٠ & أ-ب & أ \\ ٠ & ٠ & ب \end{vmatrix} \Leftarrow ب(أ^{٢}-ب^{٢})$$

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم	دولة فلسطين	مجموع العلامات ١٠٠
مديرية التربية والتعليم - جنين		مدة الامتحان: ساعتان ونصف
الفرع: ثاني ثانوي علمي		التاريخ: ٩ / ٥ / ٢٠٢٤
اسم الطالب:........................		الفصل الدراسي الثاني

القسم الأول: يتكون من ثلاثة أسئلة على الطالب ان يجيب عليها جميع

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي ٢٠ علامة

١) إذا كان ق(س) = $\frac{٢س}{ق(س)}$ ، ق(١) = ٢ ، ق(س) > ٠ . فإن ق(٣) يساوي

أ) $\sqrt{٥}$ ب) ٢$\sqrt{٥}$ ج) ٥$\sqrt{٢}$ د) ٢$\sqrt{٣}$

٢) قيمة $\int \frac{١}{س^٢ - ٢س + ١}$ ءس هي

أ) $\frac{١}{١ - س}$ + جـ ب) $\frac{١}{س - ١}$ + جـ ج) $\frac{١}{س - ٢}$ + جـ د) $\frac{-١}{س - ٢}$ + جـ

٣) قيمة $\int$ ظاس ءس هي

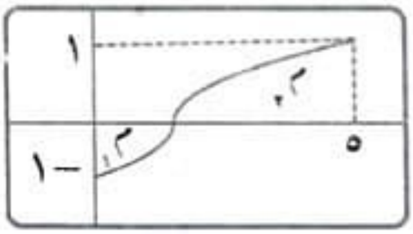
أ) لو|جتاس| + جـ ب) لو|قاس| + جـ ج) لو|جاس| + جـ د) لو|قتاس| + جـ

٤) إذا كان σن = {$\frac{٢}{ن}$ ، $\frac{٤}{ن}$ ، ... ، ١٠} ، تجزئة منتظمة فإن عدد عناصر التجزئة يساوي

أ) ٥ن − ١ ب) ٥ن ج) ن + ٢ د) ب، جـ

٥) إذا كان م(σن، ق) = ٤ − $\frac{٦ن^٢ + ٣}{٣ + ٣ن^٢}$ ، σن تجزئة منتظمة لـ ق(س) في [٠ ، ٤] . فإن $\int$ ق(٢س) ءس =

أ) ١ ب) −١ ج) −٢ د) ٢



٦) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س)

إذا كانت م١ = ٢ ، م٢ = ٦ . فإن $\int$ س ق(س) ءس =

أ) ١ ب) −٤ ج) ٤ د) −١

٧) إذا كان $\int$ ق(س) ءس = س^٢ + ٤س − ٨ . فإن ق(١) يساوي

أ) ٢ ب) −٢ ج) −٤ د) ٣

٨) إذا كانت $أ_{س\times ١}$ ، $ب_{ص\times ع}$ ، $جـ_{٢\times ١}$ مصفوفات ويمكن اجراء العملية أ×ب+جـ، فإن س + ص + ع =

أ) ٦ ب) ٣ ج) ٤ د) ٥

٩) إذا كان $\begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٥ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & س^٢+س \end{bmatrix}$ ، فإن مجموعة قيم س هي:

أ) {−٣،٢} ب) {٣،−٢} ج) {−٣} د) {٢}

١٠) إذا كانت $(أ+ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & \frac{-١}{٣} \\ ٠ & \frac{١}{٣} \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & -١ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$. فإن ا٣ =

أ) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٠ & \frac{-١}{٣} \\ -١ & \frac{-٢}{٣} \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -٣ & -٢ \end{bmatrix}$

السؤال الثاني:	٥+٥+٥+٥=٢٠ علامة

١) جد التكاملات التالية

أ) $\int \frac{(س+١)^٢}{س} \, دس$

ب) $\int \frac{س-١}{(س+١)(س-٢)} \, دس$

٢) أجد قيمة س إذا علمت أن $\begin{vmatrix} ٣ & -٢ & ١ \\ س & ٠ & (س+١) \\ -٤ & -١ & -٦ \end{vmatrix} = ٧$

٣) باستخدام تعريف التكامل جد $\int_{١}^{٢} ٣ - ٢س \, دس$

السؤال الثالث:	٧+٧+٦=٢٠ علامة

١) إذا كان $\int \text{س}^{2}\, \text{ق}'(\text{س})\, \text{دس} = \text{٥س}^{3} - \text{س}^{2} + \text{جـ}$، $\text{س} > ٠$ وكانت معادلة المماس لمنحنى ق(س) عند س=١ هي ص=٤س-٧، جد قاعدة الاقتران ق(س).

٢) إذا كان $\text{ت}(\text{س}) = \begin{cases} \text{جاس} + ١ &، \quad -\frac{\pi}{٢} \leq \text{س} < ٠ \\ \text{ب س} + \text{جـ} &، \quad ٠ \leq \text{س} \leq ٤ \end{cases}$ ، هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل ق(س).

جد كلا مما يلي:

أ) الثوابت أ، ب، جـ

ب) $\int_{٠}^{٢} \text{٢س}\, \text{ق}(\text{س}^{2})\, \text{دس}$

٣) حل المعادلة المصفوفية $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & -١ \end{bmatrix} \text{س} - \text{٣س} = \begin{bmatrix} ٦ \\ -١١ \end{bmatrix}$.

<u>القسم الثاني: يتكون هذا القسم من ثلاث أسئلة وعلى الطالب ان يجيب عن سؤالين فقط</u>

السؤال الرابع:	٦+٧+٧=٢٠ علامة

١) بين دون حساب التكامل أن $\int_{-٢}^{٢} (\text{س}^{2} - \text{٣س})\, \text{دس} \geq \int_{٢}^{-٢} (\text{٣س} - ٥)\, \text{دس}$

٢) أجد حل النظام التالي باستخدام طريقة جاوس:

$$\text{س} - \text{ص} + \text{٤ع} = ٩$$
$$\text{٢س} + \text{٣ص} + \text{٢ع} = ٢$$
$$\text{٣ص} + \text{س} - \text{ع} = -٤$$

٣) جد $\int \sqrt{\text{س}}\, \text{لو}\sqrt{\text{س}}\, \text{دس}$

السؤال الخامس: ٨+٧+٥=٢٠ علامة

١) جد المساحة المحصورة بين منحنى $ق(س) = \frac{١}{س}$ والمستقيمين ص = س ، س = هـ ومحور السينات.

٢) إذا كان $ق(س) = س^٢ \int_{ب}^{أ} جا\frac{\pi}{٢}س \, ءس + \int_{ب}^{أ} ٢س جا\frac{\pi}{٢}س \, ءس + \int ٢س جا\frac{\pi}{٢}س \, ءس$ ، جد $ق^{\prime}(٣)$

٣) أبين ان المصفوفة س مصفوفة منفردة بالاعتماد على خصائص المصفوفات، حيث

$$س = \begin{bmatrix} ٣أ^٢ & ٣أ^٢ & ٣أ^٢ \\ ب & ١ & جـ \\ جـ+١ & ب+جـ & ب+١ \end{bmatrix}$$

السؤال السادس: ٦+٧+٧=٢٠ علامة

١) إذا كان $ق^{\prime\prime}(س) = -جاس$ ، $ق(\pi) = ٣$ جد $\int ق(س)(ق^{\prime\prime}(س) - ٤س + ١)^٥ \, ءس$

٢) إذا علمت أن $\int \frac{ظا٢س}{س} \, ءس = ١$ ، جد $\int \frac{قا^٢س}{س} \, ءس$ بدلالة أ

٣) إذا كان م س = ٥ – ٣ص، ك ص = ١٠ – س، حيث م، ك أعداداً صحيحة، أجد قيمة كل من: س، ص، علما بأن

$$|أ_{٢\times٢}| = -٢٨ \quad ، \quad |أ_{٢\times٢}||أ^{-١}_{٢\times٢}| = \frac{١}{|(أ^{-١})^{٢}|}$$

نهاية الأسئلة

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق

رياضيات / الفرع العلمي

حلول الورقة الشاملة -

السؤال الأول

رقم الفقرة	رمز الإجابة الصحيحة
1	ب
2	أ
3	ب
4	ب
5	ب
6	أ
7	ج
8	أ
9	د
10	ب

السؤال الثاني: (1)

(أ) $\int \frac{(س+1)^7}{س^9}\,دس = \int \frac{\left(س\left(1+\frac{1}{س}\right)\right)^7}{س^9}\,دس = \int \frac{\left(1+\frac{1}{س}\right)^7 \cancel{س^7}}{\cancel{س^7}\, س^2}\,دس$

نفرض $ص = 1 + \frac{1}{س} \Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{-1}{س^2} \Leftarrow دس = -س^2\,دص$

$\int \frac{(س+1)^7}{س^9}\,دس = \int \frac{ص^7}{\cancel{س^2}} \times -\cancel{س^2}\,دص = \frac{-ص^8}{8} + جـ$

$= -\frac{1}{8}\left(1+\frac{1}{س}\right)^8 + جـ$

(ب) $\int_0^1 \frac{س-1}{(س+1)(س-2)}\,دس$

$\frac{س-1}{(س+1)(س-2)} = \frac{أ}{س+1} + \frac{ب}{س-2}$

$(س-1) = أ(س-2) + ب(س+1)$

$س = -1: \quad -1-1 = أ(-1-2) \Leftarrow \boxed{أ = \frac{2}{3}}$

$س = 2: \quad 2-1 = ب(2+1) \Leftarrow \boxed{ب = \frac{1}{3}}$

$\int_0^1 \frac{س-1}{(س+1)(س-2)}\,دس = \int_0^1 \left(\frac{\frac{2}{3}}{س+1} + \frac{\frac{1}{3}}{س-2}\right) دس$

$= \frac{2}{3} لو_هـ|س+1| + \frac{1}{3} لو_هـ|س-2| \Big]_0^1$

$= \frac{2}{3} لو_هـ|1+1| + \frac{1}{3} لو_هـ|1-2| - \left(\frac{2}{3} لو_هـ|0+1| + \frac{1}{3} لو_هـ|0-2|\right)$

$= \frac{2}{3} لو_هـ 2 + 0 - 0 - \frac{1}{3} لو_هـ 2 = \boxed{\frac{1}{3} لو_هـ 2}$

السؤال الثاني : (3)

$$\int_{-1}^{2} (3 - 2س)\,دس = \lim_{ن \to \infty} \frac{2 - -1}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ق(أ + ر ه)$$

$$= \lim_{ن \to \infty} \frac{3}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ق(س_ر) = \lim_{ن \to \infty} \frac{3}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ق(-1 + \frac{3}{ن} ر)$$

$$= \lim_{ن \to \infty} \frac{3}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} \left(3 - 2(-1 + \frac{3}{ن} ر)\right)$$

$$= \lim_{ن \to \infty} \frac{3}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} (5 - \frac{6}{ن} ر)$$

$$= \lim_{ن \to \infty} \frac{3}{ن} \left(5ن - \frac{\cancel{6}^{\,3}}{ن} \times \frac{ن(ن+1)}{\cancel{2}}\right)$$

$$= \lim_{ن \to \infty} \frac{3}{ن} (5ن - 3ن - 3)$$

$$= \lim_{ن \to \infty} \frac{3}{ن} (2ن - 3) = \lim_{ن \to \infty} (6 - \frac{2}{ن}) = \boxed{6}$$

السؤال الثالث : (1)

$$\int س^2 ق(س)\,دس = أ س^3 - س^2 + جـ$$

معادلة المماس لمنحنى ق(س) عند $س = 1$ هي $ص = 4س - 7$ تعني

$$ق(1) = ص = 4 \times 1 - 7 = \boxed{-3}$$

$$\text{ميل المماس} = ق'(1) = \text{معامل } س = \boxed{4}$$

نشتق الطرفين : $\frac{د}{دس} \int س^2 ق(س)\,دس = \frac{د}{دس} (أ س^3 - س^2 + جـ)$

$$س^2 ق(س) = 3أ س^2 - 2س \Leftarrow ق(س) = \frac{3أ س^2}{س^2} - \frac{2س}{س^2}$$

$$\boxed{ق(س) = 3أ - \frac{2}{س}}$$

$$ق(1) = 4 \Leftarrow 3أ - \frac{2}{1} = 4 \Leftarrow \boxed{أ = 2}$$

$$\boxed{ق(س) = 6 - \frac{2}{س}}$$

س٢ (ب) $\int_{٠}^{٢} ٢س\, ق(س^٢)\, دس$

$ص = س^٢ \leftarrow دص = ٢س\, دس \leftarrow دس = \frac{دص}{٢س}$

عندما س = ٠ فإن ص = ٠

س = ٢ فإن ص = ٢^٢ = ٤

$$\int_{٠}^{٤} \cancel{٢س} \times ق(ص) \times \frac{دص}{\cancel{٢س}}$$

$$= \int_{٠}^{٤} ق(ص)\, دص$$

$$= \int_{٠}^{٤} ق(س)\, دس = ن(٤) - ن(٠)$$

$$= ٤ + ١ - (٠ + ١) = \boxed{٤}$$

س٢/ب

$$س\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix} - ٢س = \begin{bmatrix} ٦ \\ -١١ \end{bmatrix}$$

اخراج س عامل مشترك

$$س\left(\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} ٦ \\ -١١ \end{bmatrix}$$

$$س\underbrace{\begin{bmatrix} -١ & ١ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix}}_{أ} = \begin{bmatrix} ٦ \\ -١١ \end{bmatrix}$$

$|أ| = ٤ - ٢ = ١$

$$أ^{-١} = \begin{bmatrix} -٤ & -١ \\ -٢ & -١ \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} -٤ & -١ \\ -٢ & -١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٦ \\ -١١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢٤ + ١١ \\ -١٨ + ١١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٣ \\ -٧ \end{bmatrix}$$

هـ(س) = ∫ هـ'(س) دس = ∫ $(٦ - \frac{٢}{س})$ دس

هـ(س) = ٦س − ٢ لوهـ |س| + جـ

هـ(١) = −٣ ⟸ ٦×١ − ٢ لوهـ |١| + جـ = −٣

٦ − ٠ + جـ = −٣ ⟸ $\boxed{\text{جـ} = -٩}$

$\boxed{\text{هـ(س) = ٦س − ٢ لوهـ |س| − ٩}}$

السؤال الثالث: (c) ن(س) = $\begin{cases} \text{حاس} + \text{أ} & ، \ -\frac{\pi}{٢} \le \text{س} < ٠ \\ \text{ب س} + \text{جـ} & ، \ ٠ \le \text{س} \le ٤ \end{cases}$

ن($-\frac{\pi}{٢}$) = ٠ ⟸ حا $-\frac{\pi}{٢}$ + أ = ٠ ⟸ −١ + أ = ٠ ⟸ $\boxed{\text{أ} = ١}$

ن(س) متصل عند س = ٠ :

$\lim_{س \to ٠^-}$ ن(س) = $\lim_{س \to ٠^+}$ ن(س)

حا ٠ + ١ = ب × ٠ + جـ ⟸ $\boxed{\text{جـ} = ١}$

بما أن هـ(س) متصل

∴ ن'(س) = هـ(س) = $\begin{cases} \text{جتاس} & ، \ -\frac{\pi}{٢} < \text{س} < ٠ \\ \text{ب} & ، \ ٠ < \text{س} < ٤ \end{cases}$

هـ(س) متصل عند س = ٠ :

$\lim_{س \to ٠^-}$ هـ(س) = $\lim_{س \to ٠^+}$ هـ(س)

جتا ٠ = ب ⟸ $\boxed{\text{ب} = ١}$

ن(س) = $\begin{cases} \text{حاس} + ١ & ، \ -\frac{\pi}{٢} \le \text{س} < ٠ \\ \text{س} + ١ & ، \ ٠ \le \text{س} \le ٤ \end{cases}$

السؤال الرابع: ① بيّن دون حساب التكامل أن

$$\int_{-2}^{2} (س^2 - ٢س)\, دس \le \int_{2}^{-2} (٢س - ٥)\, دس$$

الحل: المطلوب إثبات أن: $\int_{-2}^{2} (س^2 - ٢س)\, دس \le - \int_{-2}^{2} (٢س - ٥)\, دس$

$$\int_{-2}^{2} (س^2 - ٢س)\, دس \le \int_{-2}^{2} (-٢س + ٥)\, دس$$

نفرض $ق(س) = (س^2 - ٢س) - (-٢س + ٥)$

$= س^2 - \cancel{٢س} + \cancel{٢س} - ٥ = س^2 - ٥$

$س^2 - ٥ = ٠ \leftarrow س = \pm\sqrt{٥}$

$+ + + \;|\; - - - - \;|\; + + +$ ($-\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٥}$)

$س^2 - ٥ \le ٠ \quad \forall\, س \in [-٢ ، ٢]$

$(س^2 - ٢س) - (-٢س + ٥) \le ٠ \quad \forall\, س \in [-٢ ، ٢]$

$(س^2 - ٢س) \le (-٢س + ٥) \quad \forall\, س \in [-٢ ، ٢]$

$\therefore \int_{-2}^{2} (س^2 - ٢س)\, دس \le \int_{-2}^{2} (-٢س + ٥)\, دس$

$\therefore \int_{-2}^{2} (س^2 - ٢س)\, دس \le \int_{2}^{-2} (٢س - ٥)\, دس$

القسم الثاني:

س٣/ (أ)

س − ص + ٤ع = ٩

٢س + ٣ص + ٢ع = ٢

س + ٣ص − ع = −٤

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ٢ & ٣ & ٢ & ٢ \\ ١ & ٣ & -١ & -٤ \end{array}\right]$$

ص٢ − ٢ص١ ← ص٢

ص٣ − ص١

ص٣ − $\frac{٤}{٥}$ص٢ ← ص٣

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ٠ & ٥ & -٦ & -١٦ \\ ٠ & ٠ & \frac{-١}{٥} & \frac{-١}{٥} \end{array}\right]$$

⇐ $\boxed{ع = ١}$ ، ٥ص − ٦ = −١٦ ⇐ $\boxed{ص = −٢}$ ⇐ س + ٢ + ٤ = ٩ ⇐ $\boxed{س = ٣}$

س ② ∫ س² لو√س دس = ∫ س² لو س$^{\frac{١}{٢}}$ دس

= ∫ $\frac{١}{٢}$ س² لوس دس

هـ = لوس   دع = $\frac{١}{٢}$ س² دس

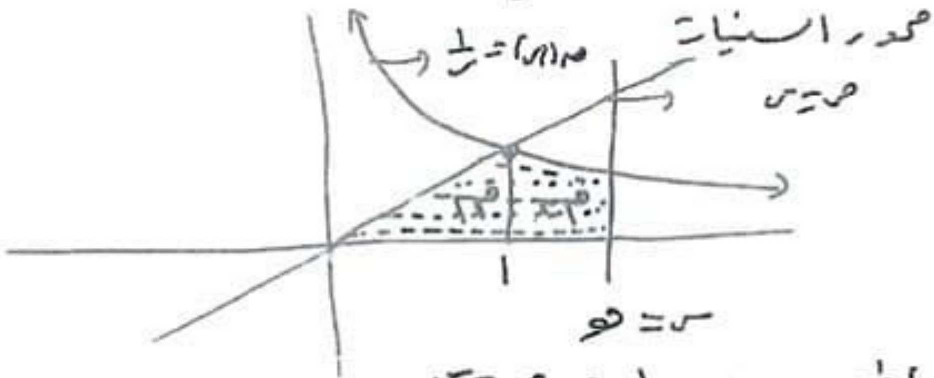
ده = $\frac{١}{س}$ دس   ع = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{س^٣}{٣}$

∫ س² لو√س دس = $\frac{١}{٦}$ س³ لوس − ∫ $\frac{١}{٦}$ × س³ × $\frac{١}{س}$ دس

= $\frac{١}{٦}$ س³ لوس − ∫ $\frac{١}{٦}$ س² دس

= $\frac{١}{٦}$ س³ لوس − $\frac{١}{٦}$ × $\frac{س^٣}{٣}$ + جـ

السؤال الخامس: (1) ق(س) = $\frac{1}{س}$ ، ص = س ، س = هـ



نجد نقطة تقاطع ق(س) = $\frac{1}{س}$ مع ص = س

$\frac{1}{س}$ = س ⟸ س² = 1 ⟵ س = ∓1

∴ س = 1

م = م1 + م2

م1 = $\int_{0}^{1}$ س دس = $\frac{س^2}{2}\Big|_{0}^{1}$ = $\boxed{\frac{1}{2}\text{ وحدة مساحة}}$

م2 = $\int_{1}^{هـ} \frac{1}{س}$ دس = لو|س| $\Big|_{1}^{هـ}$ = لو هـ − لو 1 = $\boxed{1}$ وحدة مساحة

م = م1 + م2 = $\frac{1}{2}$ + 1 = $\boxed{\frac{3}{2}}$ وحدة مساحة

---

(2) ق(س) = س² $\int_{س}^{3}$ جا $\frac{\pi}{2}$ص دص + $\int_{2}^{5}$ ٣س جا $\frac{\pi}{2}$س + $\int$ ٢س جا $\frac{\pi}{2}$س دس

قَ(س) = س² × $\frac{د}{دس}\int_{س}^{3}$ جا $\frac{\pi}{2}$ص دص + $\int_{س}^{3}$ جا $\frac{\pi}{2}$ص دص × ٢س + ٠ + ٢س جا $\frac{\pi}{2}$س

= س² × − جا $\frac{\pi}{2}$س + ٢س $\int_{س}^{3}$ جا $\frac{\pi}{2}$ص دص + ٢س جا $\frac{\pi}{2}$س

قَ(٣) = ٩ × − جا($\frac{\pi}{2}$ × ٣) + ٢ × ٣ $\int_{3}^{3}$ جا $\frac{\pi}{2}$ص دص + ٢ × ٣ جا($\frac{\pi}{2}$ × ٣)

قَ(٣) = ٩ × −١ × $\cancel{-1}$ + ٠ + ٦ × −١

= ٩ − ٦ = $\boxed{3}$

س ٣/ج

$$\begin{vmatrix} ٣أ^٢ & ٣أ^٢ & ٣أ^٢ \\ جـ & ١ & ب \\ ب+١ & جـ+ب & جـ+١ \end{vmatrix} = ٣أ^٢ \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ جـ & ١ & ب \\ ب+١ & جـ+ب & جـ+١ \end{vmatrix}$$

$$= ٣أ^٢ \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ب+جـ+١ & ب+جـ+١ & ب+جـ+١ \\ ب+١ & جـ+ب & جـ+١ \end{vmatrix} = (٣أ^٢)(جـ+ب+١) \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \\ ب+١ & جـ+ب & جـ+١ \end{vmatrix}$$

= صفر لأن الصف الأول = الصف الثاني.

السؤال السادس: (١) $قَ(س) = جاس$

$ه(س) = \int قَ(س)\,دس = \int -جاس\,دس = جتاس + ج$

$ه(\pi) = ٣ \Leftarrow جتا\pi + جـ = ٣ \Leftarrow -١ + جـ = ٣$

$\boxed{جـ = ٤}$

$\boxed{ه(س) = جتاس + ٤}$

$\int ه(س)\,(قَ(س) + ٤س + ١)^٥\,دس = \int (جتاس + ٤)(-جاس + ٤س + ١)^٥\,دس$

نفرض ص = $-جاس - ٤س + ١ \Leftarrow دس = \frac{دص}{-جتاس - ٤}$

$دس = \frac{دص}{-(جتاس + ٤)}$

$\int ه(س)\,(قَ(س) + ٤س + ١)^٥\,دس = \int (جتاس + ٤) \times ص^٥ \times \frac{دص}{-(جتاس + ٤)}$

$= -\frac{ص^٦}{٦} + ج$

$= \boxed{-\frac{١}{٦}(-جاس - ٤س + ١)^٦ + ج}$

السؤال السادس: (٢)

$$\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\text{ظا}\,٢\text{س}}{\text{س}}\,\text{دس} = \text{م}$$

نفرض $\text{ص} = ٢\text{س} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{دص}}{٢}$

عندما $\text{س} = \frac{\pi}{12}$ فإن $\text{ص} = ٢ \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

عندما $\text{س} = \frac{\pi}{6}$ فإن $\text{ص} = ٢ \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{ظا ص}}{\left(\frac{\text{ص}}{٢}\right)} \times \frac{\text{دص}}{٢} = \text{م}$$

$\text{ص} = ٢\text{س}$

$\text{س} = \frac{\text{ص}}{٢}$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{ظا ص}}{\text{ص}} \times \cancel{٢} \times \frac{\text{دص}}{\cancel{٢}} = \text{م} \Leftarrow \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{ظا ص}}{\text{ص}}\,\text{دص} = \frac{\text{م}}{٢}$$

$$\therefore \boxed{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{ظا س}}{\text{س}}\,\text{دس} = \frac{\text{م}}{٢}}$$ (بالأجزاء)

$\text{هـ} = \text{ظا س}$ ، $\text{دع} = \frac{١}{\text{س}^٢}\,\text{دس}$

$\text{دهـ} = \text{قا}^٢\text{س}\,\text{دس}$ ، $\text{ع} = \frac{-١}{\text{س}}$

$$\left.\frac{-\text{ظا س}}{\text{س}}\right|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{قا}^٢\text{س}}{\text{س}}\,\text{دس} = \frac{\text{م}}{٢}$$

$$\frac{-\text{ظا}\frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} - \frac{-\text{ظا}\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{قا}^٢\text{س}}{\text{س}}\,\text{دس} = \frac{\text{م}}{٢}$$

$$-\frac{٣}{\pi} \times \sqrt{٣} + \frac{٦}{\pi} \times \frac{١}{\sqrt{٣}} + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{قا}^٢\text{س}}{\text{س}}\,\text{دس} = \frac{\text{م}}{٢}$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{قا}^٢\text{س}}{\text{س}}\,\text{دس} = \text{م} + \frac{٣\sqrt{٣}}{\pi} - \frac{٦}{\sqrt{٣}\,\pi}$$

س٢) (أ) م س + ٣ ص = ٥
س + ك ص = -١٠

$|أ| = \begin{vmatrix} م & ٣ \\ ١ & ك \end{vmatrix} = م ك - ٣$

$|أ_س| = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ -١ & ك \end{vmatrix} = ٥ك + ٣$

$|أ_ص| = \begin{vmatrix} م & ٥ \\ ١ & -١ \end{vmatrix} = -م - ٥$

$٢|أ_ص| = -٢٨ \Leftarrow |أ_ص| = -٧$

$٥ك + ٣ = -٧ \Leftarrow \boxed{ك = -٢}$

$|أ_س||أ_ص| = |أ|^٢$

$-٧(-م-٥) = (-٢م - ٣)^٢$

$٧م + ٣٥ = ٤م^٢ + ١٢م + ٩$

$٤م^٢ + ٥م - ٢٦ = ٠$

$(٤م + ١٣)(م - ٢) = ٠$

$\boxed{م = ٢}$

$م = \frac{-١٣}{٤}$ ×

$\Leftarrow |أ_ص| = -٧$

$|أ_س| = -٧$

$|أ| = -٧$

$س = \frac{-٧}{-٧} = \boxed{١}$

$ص = \frac{-٧}{-٧} = \boxed{١}$

بسم الله الرحمن الرحيم

الامتحان التجريبي للعام الدراسي 2023-2024

وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم رام الله والبيرة
الامتحان الموحد لمحافظة رام الله والبيرة
المبحث : الرياضيات
الورقة : الثانية

الفرع : العلمي　　　　الزمن : ساعتان وخمس واربعون دقيقة

مجموع العلامات (١٠٠) علامة　　　　التاريخ : ٠٩ / ٠٥ / ٢٠٢٤

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) أسئلة منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : انقل الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة　　(٢٠ علامة)

(١) اذا كانت ح تجزئة منتظمة للفترة [أ،٢أ] وكان العنصر الخامس يساوي $\frac{١٤}{٣}$ ، أ ≠ ٠ . فما عدد عناصر التجزئة ؟

١٤　　　　١٣　　　　١٢　　　　١١

(٢) اذا كانت أ·ب = $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ، |أ| = ٢ ، ب$_{١١}$ + ب$_{٢٢}$ = ٨ فما قيمة أ$_{١١}$ + أ$_{٢٢}$ ؟

١٦　　　　٨　　　　٤　　　　٢

(٣) اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ١ & ٣ & ٤ \\ ٢ & ٥ & -١ \\ -٢ & ٩ & ١ \end{bmatrix}$ فما قيمة $\left(\sum_{هـ=١}^{٣} أ_{٢هـ}\right)^{٢}$ ؟

٢٨٩　　　　٣٦　　　　١٧　　　　٦

(٤) اذا كان $\int_{-٢}^{٤} \left(\frac{س^{٧}}{س^{٧}+٥} - ٣\right) دس = ٢$ فما قيمة $\int_{٤}^{-٢} \frac{٥}{س^{٧}+٥} دس$ ؟

٨　　　　-١　　　　١٤　　　　-٢٦

(٥) إذا كان ق(س) اقترانا متصلا بحيث $\int_{ب}^{أ} ق(س) دس = أ جا\frac{\pi}{٢}س + \pi س$ فما قيمة ق(١)؟

$-\pi$　　　　$-\frac{\pi}{٢}$　　　　$\frac{\pi}{٢}$　　　　π

(٦) اذا كانت م = $\int جتا^{٤}\frac{١}{٢}س دس$ ، ن = $\int جا^{٤}\frac{١}{٢}س دس$ فما قيمة ن − م ؟

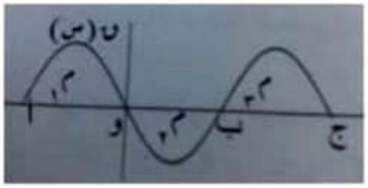
جاس+جـ　　　　−جاس+جـ　　　　جا$\frac{١}{٢}$س+جـ　　　　−٢جا$\frac{١}{٢}$س+جـ

(٧) اذا كان $\int_{٠}^{ب} ٢\left[\frac{١}{٢}س\right] دس = ١٨$ فما قيمة الثابت ب حيث ب > ٠ ؟

١٤　　　　٨　　　　٨,٦　　　　٧

٨) اذا كان $\int_{أ}^{ب} ق(س)\,دس = ٧$ ، $\int_{و}^{ج} ق(س)\,دس = ٢$ وكان $م_١ + م_٢ + م_٣ = ٣٠$ فما قيمة $م_٢$ ؟

٢١   ١٤   ٩   ٧



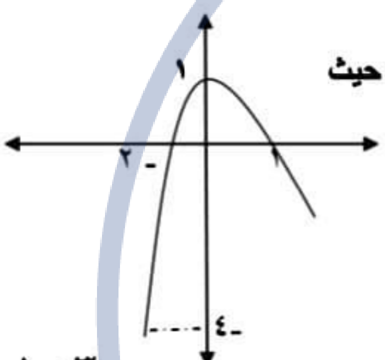
٩) إذا كان ق (س) معرفا على [٠،٢] وكانت $\sigma_ن$ تجزئة نونية على [٠،٢] حيث

$م(\sigma_ن، ق) = \frac{٣ن - ١}{١ - ٢ن} - \frac{١}{٢}$ فما قيمة $\int_{-٢}^{٠} (٢ق(س+٢) - ٥)\,دس$

−٣   −٤   −١٢   −١٤

١٠) الشكل المجاور يمثل منحنى ق (س) ، ما قيمة الثوابت أ،ب على الترتيب حيث

$أ \le \int_{-٢}^{١} (ق^٢(س) - ٢)\,دس \le ب$ ؟



−٣،٦   −٦،٤٢   −٦،٢٢   −٣،١٠

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) إستخدم تعريف التكامل المحدود لحساب $\int_{-١}^{٤} (٥ - ٢س)\,دس$ معتبرا $س_ر^* = س_ر$ (٧ علامات)

ب) اذا كان ميل المماس لمنحنى ص = ق(س) عند اي نقطة عليه (س،ص) هو $\frac{جا^٤ س}{جتا^٢ س}$ جد قاعدة الاقتران ق(س) علما بانه يمر بالنقطة (٠،١) (٦ علامات)

ج) اذا كان $ت(س) = \begin{cases} ٢س^٢ - جس & ، ١ \le س < ٢ \\ أس^٣ - بس & ، ٢ \le س \le ٥ \end{cases}$ هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل ق(س) اوجد

١) الثوابت أ،ب،ج

٢) $\int_{-١}^{١} (ق(س+٢) + ٤)\,دس$ (٧ علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

(أ) اذا كان $ن(س) = \frac{ب س}{س+٢}$ ، س ∈ [–١ ، ٨] وكانت $\sigma_ه = \{-١ ، ٠ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٨\}$ تجزئة للفترة [–١ ، ٨] اوجد قيمة الثابت ب بحيث م $\left(\sigma_ه ، ن(س)\right) = \frac{٥٦}{١٠}$ معتبرا $س^*_ر = س_{ر-١}$ (٦ علامات)

(ب) جد التكاملات الاتية : ١) $\int \frac{جاس}{١ + ٣جاس - جا^٢س} \, ءس$ ٢) $\int_١^٢ \frac{ءس}{س^٢ \sqrt{س^٢ + ١}}$ (٨ علامات)

(ج) استخدم طريقة جاوس في حل النظام الاتي :

$$س - ص + ع = ٦$$
$$٢ص + س = ٣ - ع$$
$$ع - ص = ٢س$$

(٦ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من ثلاثة اسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

(أ) اذا كان $ن'(س)$ يقع في الربع الاول وكان $ن(س) < ٠$ لكل س ∈ [١ ، ٢]

اثبت ان $\int_١^٢ \left(-ن(س) + \frac{لو_ه س}{ن'(س)} \right) ءس < ٠$ (٧ علامات)

ب) جد $\int \frac{١}{(١ - س ظاس)^٢} \, ءس$ (٦ علامات)

(ج) اذا كان $\int_٠^{\frac{\pi}{٢}} \frac{جا٢س}{س+١} \, ءس = أ$ ، فما قيمة $\int_٠^{\pi} \frac{جاس}{(س+٢)^٢} \, ءس$ بدلالة أ (٧ علامات)

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

أ) عند حل النظام بلستخدام قاعدة كريمر وجد أن : $أ_س \times \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{vmatrix} ٤ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} \times أ_ص = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ، وكان

$أ_س + أ_ص = \begin{bmatrix} ٦ & ٤ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ جد قيمة كلا من س، ص ؟ (٦ علامات)

ب) إذا علمت أن $\int_{0}^{1} هـ^{-ص} \times ق(ص)\, دص = ٤$، وكان $ق(١) = ٠$ ، $ق(٠) = ٢$. احسب

$\int_{١}^{هـ} \frac{١}{س^{٢}}\, ق'(لو_{هـ} س)\, دس$ (٧ علامات)

ج) اذا كان $\frac{أ}{٢} \leq \int_{0}^{٣} \frac{دس}{\sqrt{س^{٢}+١٦}+١} \leq ب - ١$ اوجد أ،ب دون اجراء التكامل (٧علامات)

السؤال السادس : (٢٠علامة)

أ) اذا كان $\int_{١}^{٣} (٢ق(س) + ٧هـ(س))\, دس = ٢٤$ ، $\int_{١}^{٣} ٣هـ(س)\, دس = -٣٠$ ، $\int_{٨}^{٣} ٤ق(س)\, دس = -٤٠$.

احسب $\int_{٥}^{١٢} (٥ق(س-٤) - ٢س + ١)\, دس$ (٧علامات)

(ب) احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = لو_{هـ} س$ والمستقيمان $س + ص = ١$، $ص = ١$
(٧ علامات)

ج) استخدم خصائص المحددات لاثبات ان $\begin{vmatrix} ١ & -١ & ب \\ ١-ب & ب & ب-١ \\ ب & -ب & ١ \end{vmatrix} = ١ - ب^{٢}$ (٦ علامات)

************** انتهت الأسئلة **************

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم رام الله و البيرة
الاختبار الموحد لمديرية رام الله و البيرة
الفرع العلمي/الورقة الثانية

State of Palestine
دولة فلسطين

الإسم: **الإجابة النموذجية**
المبحث: الرياضيات
التاريخ: ٩ / ٥ /٢٠٢٤ م
مجموع العلامات: (١٠٠) علامة   الزمن: ٢:٤٥ ساعة

امتحان التجريبي للفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤

[redacted] **أنقل الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة في كلٍ مما يلي:** [redacted]

رقم الفرع	الإجابة الصحيحة
١)	١٣
٢)	١٦
٣)	٣٦
٤)	١٤
٥)	$-\pi$
٦)	−جاس+جـ
٧)	٧
٨)	٧
٩)	−١٤
١٠)	−٤٢٦

[redacted]

أ) إستخدم تعريف التكامل المحدود لحساب $\int_{-١}^{٤} (٥ - ٢\text{س})\,\text{ءس}$ معتبرا $\text{س}_{\text{ر}}^{*} = \text{س}_{\text{ر}}$ (٧ علامات)

$$\text{ق}(\text{س}) = ٥ - ٢\text{س} ،\ \forall\ \text{س} \in [-١ ، ٤]$$

$$\text{ل} = \frac{\text{ب} - \text{أ}}{\text{ن}} = \frac{٤ - -١}{\text{ن}} = \frac{٥}{\text{ن}}$$

$$\text{س}_{\text{ر}}^{*} = \text{س}_{\text{ر}} = -١ + \frac{٥}{\text{ن}}\text{ر}$$

$$\text{ق}(\text{س}_{\text{ر}}) = ٥ - ٢\left(-١ + \frac{٥}{\text{ن}}\text{ر}\right) = ٥ + ٢ - \frac{١٠}{\text{ن}}\text{ر} = ٧ - \frac{١٠}{\text{ن}}\text{ر}$$

$$\text{م}(\sigma_{\text{ن}} ، \text{ق}) = \sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} \frac{\text{ب} - \text{أ}}{\text{ن}}\,\text{ق}(\text{س}_{\text{ر}}) = \frac{٥}{\text{ن}} \sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} \left(٧ - \frac{١٠}{\text{ن}}\text{ر}\right)$$

$$= \frac{٥}{\text{ن}} \left(\sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} ٧ - \frac{١٠}{\text{ن}} \sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} \text{ر} \right)$$

$$= \frac{٥}{\text{ن}} \left(٧\text{ن} - \frac{١٠}{\text{ن}} \left(\frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٢} \right) \right) = ١٠ - \frac{٢٥}{\text{ن}}$$

$$\therefore \int_{-١}^{٤} (٥ - ٢\text{س})\,\text{ءس} = \lim_{\text{ن} \to \infty} \text{م}(\sigma_{\text{ن}} ، \text{ق})$$

$$= \lim_{\text{ن} \to \infty} \left(١٠ - \frac{٢٥}{\text{ن}} \right)$$

$$\boxed{= ١٠}$$

ب) اذا كان ميل المماس لمنحنى $\text{ص} = \text{ق}(\text{س})$ عند اي نقطة عليه (س،ص) هو $\frac{\text{جا}^{٤}\text{س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$ جد قاعدة الاقتران ق(س)

علما بانه يمر بالنقطة (٠،١) (٦ علامات)

$$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{جا}^{٤}\text{س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} = \frac{(\text{جا}^{٢}\text{س})^{٢}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} = \frac{(١ - \text{جتا}^{٢}\text{س})^{٢}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} = \frac{١ - ٢\text{جتا}^{٢}\text{س} + \text{جتا}^{٤}\text{س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} = \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} - ٢ + \text{جتا}^{٢}\text{س}$$

$\text{ق}'(\text{س}) = \text{قا}^{٢}\text{س} - ٢ + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}\text{جتا}٢\text{س}$ بتكامل الطرفين $\int \text{ق}'(\text{س})\,\text{ءس} = \int \left(\text{قا}^{٢}\text{س} - ٢ + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}\text{جتا}٢\text{س}\right)\text{ءس}$

$$\text{ق}(\text{س}) = \text{ظاس} - ٢\text{س} + \frac{١}{٢}\text{س} + \frac{١}{٤}\text{جا}٢\text{س} + \text{جـ} = \text{ظاس} - \frac{٣}{٢}\text{س} + \frac{١}{٤}\text{جا}٢\text{س} + \text{جـ}$$

لكن $\text{ق}(٠) = ١ \Leftarrow \text{جـ} = ١$

$$\text{ق}(\text{س}) = \text{ظاس} - \frac{٣}{٢}\text{س} + \frac{١}{٤}\text{جا}٢\text{س} + ١$$

يمكن الحل بطرق اخرى

ج) اذا كان $ت(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} - جـ س & ، ١ \le س < ٢ \\ اس^{٣} - ب س & ، ٢ \le س \le ٥ \end{cases}$ هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل ق(س) اوجد

١) الثوابت ا،ب،جـ

٢) $\int_{-١}^{١} \left(ق(س+٢)+٤\right) دس$ (٧ علامات)

الحل :- ١) $ت(١) = ٠ \Leftarrow ٢ \times ١ - جـ \times ١ = ٠ \Leftarrow \boxed{جـ = ٢}$

ت(س) متصل عند س = ٢ $\Leftarrow \lim_{س \to ٢^{+}} ت(س) = \lim_{س \to ٢^{-}} ت(س) \Leftarrow \boxed{٨ا - ٢ب = ٤}$

كذلك $ت'(س) = ق(س) = \begin{cases} ٤س - ٢ & ، ١ < س < ٢ \\ ٣اس^{٢} - ب & ، ٢ < س < ٥ \end{cases}$

ق(س) متصل عند س = ٢ $\Leftarrow \lim_{س \to ٢^{+}} ق(س) = \lim_{س \to ٢^{-}} ق(س) \Leftarrow \boxed{١٢ا - ب = ٦} \Leftarrow \boxed{ا = \frac{١}{٢} ، ب = ٠}$

٢) $\int_{-١}^{١} \left(ق(س+٢)+٤\right) دس = \int_{-١}^{١} \left(ق(س+٢)\right) دس + \int_{-١}^{١} ٤ دس$

نفرض

$ص = س + ٢ \Leftarrow دص = دس \Leftarrow س = -١ \Leftarrow ص = ١ \Leftarrow س = ١ \Leftarrow ص = ٣$

$\int_{-١}^{١} \left(ق(س+٢)+٤\right) دس = \int_{١}^{٣} \left(ق(ص)\right) دص + \int_{-١}^{١} ٤ دس = ت(٣) - ت(١) + ٨ = \frac{٢٧}{٢} - ٠ + ٨ = \boxed{\frac{٤٣}{٢}}$

(ا) اذا كان $ق(س) = \frac{ب س}{س+٢}$ ، س $\in [-١، ٨]$ وكانت $\sigma_{٠} = \{-١، ٠، ٢، ٣، ٦، ٨\}$ تجزئة للفترة $[-١، ٨]$ اوجد قيمة الثابت ب بحيث $م(\sigma_{٠}، ق(س)) = \frac{٥٦}{١٠}$ معتبرا $س^{*}_{ر} = س_{ر}$ (٦ علامات)

الفترات الجزئية	طول الفترة الجزئية	$س^{*}_{ر}$	$ق(س^{*}_{ر})$	$م(\sigma_{٠}، ق(س))$ = الطول × $ق(س^{*}_{ر})$
$[-١، ٠]$	١	-١	$-ب$	$-ب$
$[٠، ٢]$	٢	٠	٠	٠
$[٢، ٣]$	١	٢	$\frac{ب}{٢}$	$\frac{ب}{٢}$
$[٣، ٦]$	٣	٣	$\frac{٣ب}{٥}$	$\frac{٩ب}{٥}$
$[٦، ٨]$	٢	٦	$\frac{٣ب}{٤}$	$\frac{٦ب}{٤}$

$م(\sigma_{٠}، ق(س)) = \frac{٥٦}{١٠} = -ب + ٠ + \frac{ب}{٢} + \frac{٩ب}{٥} + \frac{٦ب}{٤} = \frac{٢٨ب}{١٠} \Leftarrow \boxed{ب = ٢}$

(ب) جد التكاملات الآتية : ١) $\int \frac{\text{جتاس}}{١+٣\text{جاس}-\text{جتا٢س}}\,\text{ءس}$ ٢) $\int_{١}^{٢} \frac{\text{ءس}}{\text{س}^{٢}\sqrt{\text{س}^{٢}+١}}$ (٨ علامات)

$$١)\ \int \frac{\text{جتاس}}{١+٣\text{جاس}-\text{جتا٢س}}\,\text{ءس} = \int \frac{\text{جتاس}}{١+٣\text{جاس}-(١-٢\text{جا}^{٢}\text{س})}\,\text{ءس} = \int \frac{\text{جتاس}}{٢\text{جا}^{٢}\text{س}+٣\text{جاس}}\,\text{ءس}$$

نفرض $\text{ع} = \text{جاس} \Leftarrow \text{ءع} = \text{جتاس ءس} \Leftarrow \text{ءس} = \frac{\text{ءع}}{\text{جتاس}}$

$$\int \frac{\text{جتاس}}{٢\text{ع}^{٢}+٣\text{ع}} \cdot \frac{\text{ءع}}{\text{جتاس}} = \int \frac{١}{\text{ع}(٢\text{ع}+٣)}\,\text{ءع}$$ كسور جزئية

$$\frac{١}{\text{ع}(٢\text{ع}+٣)} = \frac{\text{أ}}{\text{ع}} + \frac{\text{ب}}{٢\text{ع}+٣} \Leftarrow ١ = \text{أ}(٢\text{ع}+٣)+\text{ب ع}$$

$\text{ع} = ٠ \Leftarrow \text{أ} = \frac{١}{٣}$

$\text{ع} = -\frac{٣}{٢} \Leftarrow \text{ب} = -\frac{٢}{٣}$

$$= \int \frac{\frac{١}{٣}}{\text{ع}}\,\text{ءع} + \int \frac{\frac{-٢}{٣}}{٢\text{ع}+٣}\,\text{ءع} = \frac{١}{٣}\text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ع} - \frac{٢}{٣}\times\frac{١}{٢}\text{لو}_{\text{هـ}}(٢\text{ع}+٣)+\text{جـ}$$

$$= \frac{١}{٣}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جاس}| - \frac{١}{٣}\text{لو}_{\text{هـ}}|(٣+٢\text{جاس})|+\text{جـ} = \frac{١}{٣}\text{لو}_{\text{هـ}}\left|\left(\frac{\text{جاس}}{٣+٢\text{جاس}}\right)\right|+\text{جـ}$$

$$٢)\ \int_{١}^{٢} \frac{\text{ءس}}{\text{س}^{٢}\sqrt{\text{س}^{٢}+١}} = \int_{١}^{٢} \frac{\text{ءس}}{\text{س}^{٢}\sqrt{\text{س}^{٢}(\text{س}^{-٢}+١)}} = \int_{١}^{٢} \frac{\text{ءس}}{\text{س}^{٣}\sqrt{\text{س}^{-٢}+١}}$$

نفرض $\text{ع} = ١+\text{س}^{-٢} \Leftarrow \text{ءع} = -٢\text{س}^{-٣}\,\text{ءس}$

$\text{س} = ١ \Leftarrow \text{ع} = ٢$

$\text{س} = ٢ \Leftarrow \text{ع} = \frac{٥}{٤}$

$$\int_{١}^{٢} \frac{١}{\text{س}^{٣}\sqrt{\text{ع}}} \times \frac{\text{ءع}}{-٢\text{س}^{-٣}} = \frac{-١}{٢}\int_{٢}^{\frac{٥}{٤}} \frac{١}{\sqrt{\text{ع}}}\,\text{ءع} = \frac{-١}{٢}\times ٢\sqrt{\text{ع}}\,\Big|_{٢}^{\frac{٥}{٤}} = \sqrt{٢} - \frac{\sqrt{٥}}{٢}$$

(ج) استخدم طريقة جاوس في حل النظام الاتي :
$$س - ص + ع = ٦$$
$$٢ص + س = ٣ - ع$$
$$ع - ص = ٢س$$
(٦ علامات)

الحل

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ١ & ٢ & ١ & ٣ \\ ٢ & ١ & -١ & ٠ \end{array}\right] \xrightarrow[ص_٣ - ٢ص_١]{ص_٢ - ص_١} \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ٠ & -٣ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ٣ & -٣ & -١٢ \end{array}\right] \xrightarrow[ص_٣ + ص_٢]{}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ٠ & -٣ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ٠ & -٣ & ٩ \end{array}\right]$$

$$-٣ع = -٩ \Leftarrow \boxed{ع = ٣} \quad ، \quad -٣ص = ٣ \Leftarrow \boxed{ص = -١}$$

$$س - ص + ع = ٦ \Leftarrow س - -١ + ٣ = ٦ \Leftarrow \boxed{س = ٢}$$

(أ) اذا كان منحنى ق $'$(س) يقع في الربع الاول وكان ق(س) $>$ ٠ لكل س $\in$ [١،٢]

اثبت ان $\int_{١}^{٢} \left(-ق(س) + \frac{لــوهـ س}{ق'(س)} \right) ءس < ٠$ (٧علامات)

ق $'$(س) يقع في الربع الاول تعني ق $'$(س) $>$ ٠ ، ق(س) $<$ ٠ $\Leftarrow$ $-$ق(س) $>$ ٠ ، لــوهـ س $>$ ٠ $\forall$ س $\in$]١،٢]

$$\frac{لــوهـ س}{ق'(س)} = \left(\frac{+}{+}\right) = + > ٠ \quad ، \forall س \in [١،٢] \ldots\ldots (١)$$

$$ق(س) < ٠ \Leftarrow -ق(س) > ٠ ، \ldots\ldots (٢)$$

نجمع (١) مع (٢)

$$-ق(س) + \frac{لــوهـ س}{ق'(س)} = (+) + \left(\frac{+}{+}\right) = + > ٠ \quad ، \forall س \in [١،٢]$$

حسب خاصية المقارنة $\int_{١}^{٢} \left(-ق(س) + \frac{لــوهـ س}{ق'(س)} \right) ءس > ٠ \Leftarrow \int_{١}^{٢} \left(-ق(س) + \frac{لــوهـ س}{ق'(س)} \right) ءس < ٠$

ب) جد $\int \frac{١}{(١ - \text{س ظتاس})^{٢}} \, \text{دس}$ **(٦ علامات)**

$$\int \frac{١}{(١ - \text{س ظتاس})^{٢}} \, \text{دس} = \int \frac{١}{\left(\text{ظتاس}\left(\frac{١}{\text{ظتاس}} - \text{س}\right)\right)^{٢}} \, \text{دس} = \int \frac{١}{\text{ظتا}^{٢}\text{س}\,(\text{ظاس} - \text{س})^{٢}} \, \text{دس} \quad \text{عامل مشترك}$$

نفرض ان $\text{ع} = \text{ظاس} - \text{س} \Leftarrow \text{دع} = (\text{قا}^{٢}\text{س} - ١)\,\text{دس} \Leftarrow \text{دس} = \frac{\text{دع}}{(\text{قا}^{٢}\text{س} - ١)} = \frac{\text{دع}}{\text{ظا}^{٢}\text{س}}$

اذن $\int \frac{١}{\text{ظتا}^{٢}\text{س}\,(\text{ظاس} - \text{س})^{٢}} \, \text{دس} = \int \frac{\text{ظا}^{٢}\text{س}}{\text{ع}^{٢}} \times \frac{\text{دع}}{\text{ظا}^{٢}\text{س}} = \int \text{ع}^{-٢}\,\text{دع} = \frac{-١}{\text{ع}} + \text{جـ} = \frac{-١}{(\text{ظاس} - \text{س})} + \text{جـ}$

ج) اذا كان $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جا٢س}}{\text{س} + ١} \, \text{دس} = \text{أ}$ ، فما قيمة $\int_{٠}^{\pi} \frac{\text{جتاس}}{(\text{س} + ٢)^{٢}} \, \text{دس}$ بدلالة أ **(٧ علامات)**

نفرض $\text{ع} = \text{٢س} \Leftarrow \text{دع} = \text{٢دس} \Leftarrow \text{س} = \frac{\text{ع}}{٢}$

$\text{س} = ٠ \Leftarrow \text{ع} = ٠$

$\text{س} = \frac{\pi}{٢} \Leftarrow \text{ع} = \pi$

$$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جا٢س}}{\text{س} + ١} \, \text{دس} = \text{أ} \Leftarrow \int_{٠}^{\pi} \frac{\text{جاع}}{\frac{\text{ع}}{٢} + ١} \times \frac{\text{دع}}{٢} = \text{أ} \Leftarrow \boxed{\int_{٠}^{\pi} \frac{\text{جاع}}{\text{ع} + ٢} \, \text{دع} = \text{أ}}$$

$\int_{٠}^{\pi} \frac{\text{جتاس}}{(\text{س} + ٢)^{٢}} \, \text{دس}$ اجزاء $\quad \text{ق} = \text{جتاس} \quad \text{ده} = (\text{س} + ٢)^{-٢}\,\text{دس}$

$\text{دق} = -\text{جاس} \quad \text{هـ} = \frac{-١}{\text{س} + ٢}$

$$\int_{٠}^{\pi} \frac{\text{جتاس}}{(\text{س} + ٢)^{٢}} \, \text{دس} = \left.\frac{-\text{جتاس}}{\text{س} + ٢}\right|_{٠}^{\pi} - \int_{٠}^{\pi} \frac{\text{جاس}}{\text{س} + ٢} \, \text{دس} = \boxed{\frac{١}{٢ + \pi} + \frac{١}{٢} - \text{أ}}$$

[redacted]

أ) عند حل النظام باستخدام قاعدة كريمر وجد أن : $\text{أ}_{\text{س}} \times \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{vmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} \times \text{أ}_{\text{س}} = \begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$ ، وكان

$\text{أ}_{\text{س}} + \text{أ}_{\text{ص}} = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ جد قيمة كلا من س،ص ؟ **(٦ علامات)**

$$\text{أ}_{\text{س}} \times \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{vmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} \times \text{أ}_{\text{س}} = \begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} \Leftarrow ٣\text{م}_{٢}\text{أ}_{\text{س}} - ٢\text{أ}_{\text{س}} = \begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{\text{أ}_{\text{س}} = \begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}} \Leftarrow |\text{أ}_{\text{س}}| = ٣$$

$$أس + أص = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} \Leftarrow أص = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} \Leftarrow |أص| = -٢$$

وبالتالي ينتج ان $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} \Leftarrow |أ| = ٩ - ١٠ = -١$

$$س = \frac{|أس|}{|أ|} = \frac{٣}{-١} = -٣ \text{ ، } ص = \frac{|أص|}{|أ|} = \frac{-٢}{-١} = ٢$$

ب) **إذا علمت أن** $\int_{٠}^{١} هـ^{-ص} \times ق(ص)\, دص = ٤$، وكان $ق(١) = ٠$ ، $ق(٠) = ٢$. احسب

$$\int_{١}^{هـ} \frac{١}{س^{٢}} ق'\left(لو_{هـ} س\right) دس$$ **(٧ علامات)**

نفرض $ص = لو_{هـ} س \Leftarrow دص = \frac{١}{س} دس \Leftarrow \boxed{دس = س\, دص} \Leftarrow \boxed{س = هـ^{ص}}$

$س = ١ \Leftarrow ص = ٠$

$س = هـ \Leftarrow ص = ١$

$$\int_{١}^{هـ} \frac{١}{س^{٢}} ق'\left(لو_{هـ} س\right) دس = \int_{٠}^{١} \frac{١}{س^{٢}} ق'(ص)\, س\, دص = \int_{٠}^{١} \frac{١}{هـ^{ص}} ق'(ص)\, دص$$ اجزاء

$ق = هـ^{-ص}$ $\quad$ $دهـ = ق'(ص)\, دص$

$دق = -هـ^{-ص}$ $\quad$ $هـ = ق(ص)$

$$\int_{٠}^{١} \frac{١}{هـ^{ص}} ق'(ص)\, دص = هـ^{-ص} ق(ص) \Big|_{٠}^{١} + \int_{٠}^{١} هـ^{-ص} \times ق(ص)\, دص = هـ^{-١} ق(١) - هـ^{٠} ق(٠) + ٤ = ٠ - ٢ + ٤ = ٢$$

ج) اذا كان $\frac{أ}{٢} \le \int_{٠}^{٣} \frac{دس}{\sqrt{س^{٢}+١٦}+١} \le ب - ١$ اوجد أ،ب دون اجراء التكامل **(٧علامات)**

$٠ \le س \le ٣$

$٠ \le س^{٢} \le ٩$

$١٦ \le س^{٢} + ١٦ \le ٢٥$

$٤ \le \sqrt{س^{٢}+١٦} \le ٥$

$٥ \le \sqrt{س^{٢}+١٦} + ١ \le ٦$

$\frac{١}{٦} \le \frac{١}{\sqrt{س^{٢}+١٦}+١} \le \frac{١}{٥}$

$\int_{٠}^{٣} \frac{١}{٦} دس \le \int_{٠}^{٣} \frac{١}{\sqrt{س^{٢}+١٦}+١} دس \le \int_{٠}^{٣} \frac{١}{٥} دس$

$\frac{١}{٢} \le \int_{٠}^{٣} \frac{١}{\sqrt{س^{٢}+١٦}+١} دس \le \frac{٣}{٥}$

اذن $\frac{أ}{٢} = \frac{١}{٢} \Leftarrow \boxed{أ = ١}$ ،، $ب - ١ = \frac{٣}{٥} \Leftarrow \boxed{ب = \frac{٨}{٥}}$

[redacted]

أ) اذا كان $\int_{١}^{٣} (٢ق(س) + ٧هـ(س))\,دس = ٢٤$ ، $\int_{١}^{٣} ٣هـ(س)\,دس = -٣٠$ ، $\int_{٨}^{٣} ٤ق(س)\,دس = -٤٠$.

احسب $\int_{٥}^{١٢} (٥ق(س-٤) - ٢س + ١)\,دس$ (٧علامات)

$$\int_{١}^{٣} ٣هـ(س)\,دس = -٣٠ \Leftarrow \int_{١}^{٣} هـ(س)\,دس = \frac{-٣٠}{٣} = -١٠$$

$$\int_{٨}^{٣} ٤ق(س)\,دس = -٤٠ \Leftarrow \int_{٨}^{٣} ق(س)\,دس = \frac{-٤٠}{٤} = -١٠$$

$$\int_{١}^{٣} (٢ق(س) + ٧هـ(س))\,دس = ٢٤ \Leftarrow \int_{١}^{٣} ٢ق(س)\,دس + ٧\times -١٠ = ٢٤ \Leftarrow \int_{١}^{٣} ٢ق(س)\,دس = ٩٤$$

$$\int_{١}^{٣} ق(س)\,دس = \frac{٩٤}{٢} = ٤٧$$

$$\int_{١}^{٨} ق(س)\,دس = \int_{١}^{٣} ق(س)\,دس + \int_{٣}^{٨} ق(س)\,دس = ٤٧ + ١٠ = ٥٧$$

المطلوب $\int_{٥}^{١٢} (٥ق(س-٤) - ٢س + ١)\,دس = \int_{٥}^{١٢} \left(٥ق(س-٤)\,دس + \int_{٥}^{١٢} -٢س\,دس + \int_{٥}^{١٢} ١ \right) دس$

نفرض ص = س − ٤ $\Leftarrow$ دص = دس $\Leftarrow$ س = ٥ $\leftarrow$ ص = ١ $\Leftarrow$ س = ١٢ $\leftarrow$ ص = ٨

$$\int_{١}^{٨} \left(٥ق(ص)\,دص + \int_{٥}^{١٢} -٢س\,دس + \int_{٥}^{١٢} ١ \right) دس = (٥\times٥٧) - س^{٢} \Big|_{٥}^{١٢} + ١(١٢-٥) = ١٧٣$$

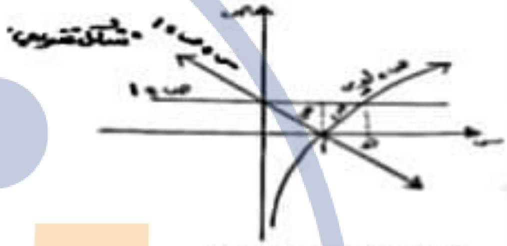
(ب) احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = لـو$_{هـ}$ س والمستقيمان س + ص = ١، ص = ١

(٧ علامات)

$$م_{١} = \int_{٠}^{١} (١ - (١ - س)) ءس = \frac{س^{٢}}{٢} \Big|_{٠}^{١} = \frac{١}{٢}$$

$$م_{٢} = \int_{١}^{هـ} (١ - لـو_{هـ} س) ءس = س \Big|_{١}^{هـ} - \left(س لـو_{هـ} س \Big|_{١}^{هـ} - \int_{١}^{هـ} س \times \frac{١}{س} ءس \right) = هـ - ٢$$

$$م = م_{١} + م_{٢} = هـ - \frac{٣}{٢}$$



لـو$_{هـ}$ س = ١ ← س = هـ

ج) استخدم خصائص المحددات لاثبات ان
$$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ب \\ ١-ب & ب & ب-١ \\ ب & -ب & ١ \end{vmatrix} = ١ - ب^{٢}$$
(٦ علامات)

$$ع_{١} \xrightarrow{+} ع_{٢} \quad \begin{vmatrix} ١ & -١ & ب \\ ١-ب & ب & ب-١ \\ ب & -ب & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & -١ & ب \\ ٠ & ب & ب-١ \\ ٠ & -ب & ١ \end{vmatrix}$$
تبديل الصف الاول مع الصف الثاني

$$-\begin{vmatrix} ١ & ب & ب-١ \\ ٠ & -١ & ب \\ ٠ & -ب & ١ \end{vmatrix} \underline{-ب ص_{٢} + ص_{٣}} -\begin{vmatrix} ١ & ب & ب-١ \\ ٠ & -١ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١-ب^{٢} \end{vmatrix} = ١ - ب^{٢}$$

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين		الورقة الثانية
وزارة التربية والتعليم العالي		مدة الامتحان: ساعتان ونصف
تربية شمال الخليل		التاريخ: ٢ / ٥ /٢٠٢٤م
المبحث: الرياضيات	الفرع العلمي/ الورقة الثانية	مجموع العلامات (١٠٠)علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً.

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر البديل الصحيح، ثم انقله الى دفتر الاجابة:

١) إذا كانت $\begin{bmatrix} \text{س}^{٢}-\text{ص}^{٢} & ٣ \\ \text{س} & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ٢+\text{ص} & ٥ \end{bmatrix}$، فما قيمة المقدار $-(\text{س}+\text{ص})$ ؟

(٨) (−٨) (٤) (−٤)

٢) ما قيمة $\int_{١}^{\text{هـ}} \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}\ \text{ءس}$؟

(١) (٢) ($\text{هـ}^{٢}$) ($\text{هـ}^{٢}-١$)

٣) إذا كان أ،ب مصفوفتين مربعتين غير منفردتين من نفس الرتبة، ما العبارة الصحيحة دائماً فيما يلي؟

$|(٢\text{أ})^{-١}| = \frac{١}{٤}|\text{أ}^{-١}|$ $\frac{|\text{ب}|}{|\text{أ}|} = |(\text{ب}^{-١}\times \text{أ})^{-١}|$

$(\text{أ}-\text{ب})^{-١} = \text{ب}^{-١}-\text{أ}^{-١}$ $|(٢\text{ب})^{-١}| = ٤|\text{ب}|$

٤) إذا كان ق(س) = ٥ معرفاً في الفترة [١،٢] وكانت $\sigma_{\text{ن}}$ تجزئة منتظمة للفترة [١،٢] فما قيمة $\text{م}(\sigma_{\text{ن}}،\text{ق})$؟

(٥) (١٠) (٢٠) (٥٠)

٥) إذا كان العنصر العاشر في التجزئة المنتظمة $\sigma_{١٠}$ للفترة [جـ، ١+٣جـ] يساوي (١٫٦)، فما قيمة جـ؟

(٦) (٧) (٨) (١١)

٦) إذا كان $\text{ت}(\text{س}) = \int_{\text{س}}^{٠}(٢-٢\text{ص})\,\text{ءص}$، فما قيمة $\int_{٤}^{٦}\frac{\text{ت}'(\text{س})}{\text{س}-١}\,\text{ءس}$؟

(٤) (٣) (٢) (٠)

٧) إذا كانت $ب = \begin{bmatrix} س & -٣ \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $ب^{-١} = \begin{bmatrix} س & ٥ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة س؟

(−٥)   (−٣)   (٢)   (٤)

٨) ما قيمة الثابت ب الموجبة التي تجعل مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $ص_١ = س^٢ - ب^٢$ ، $ص_٢ = ب^٢ - س^٢$ تساوي ٧٢ وحدة مساحة؟

(٢)   (٣)   (٤)   (٦)

٩) إذا كان $\int_{-٢}^{١} ٢ق(س)\,دس = ٦$ ، $\int_{٤}^{١} ق(٢-س)\,دس = ٥$ ، فما قيمة $\int_{١}^{٢} ق(س)\,دس$؟

(٨) $\left(\frac{٧}{٣}\right)$ (−٨) $\left(\frac{-١٣}{٢}\right)$

١٠) إذا كان $ت(ن) = ٢ن + ٥$ ، ت(ن) يمثل تسارع الجسم ، ن الزمن بالثواني ، فما قيمة المقدار $ع(٥) - ع(٢)$ ؟

(٥٠)   (٣٦)   (٢٠)   (٥)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) أوجد باستخدام تعريف التكامل المحدود $\int_{٢}^{٤} (١ - ٢س)\,دس$ ؟ (٧ علامات)

ب) إذا كان $ق''(س) = قا^٢ س$ وكان $ق'\left(\frac{\pi}{٤}\right) = -١$ ، $ق\left(\frac{\pi}{٢}\right) = ٤$ ، جد قاعدة الاقتران ق(س)؟ (٦ علامات)

ج) حل النظام التالي من المعادلات الخطية باستخدام طريقة جاوس : (٧ علامات)

$٢س + ٣ص - ع = ٢$ ، $س - ص + ع = ٣$ ، $٤س - ص = ٣$

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) اقتراناً قابلاً للتكامل على [١،٣] وكان $ت(س) = \begin{cases} أس - ب + ١ & ، ١ \le س < ٢ \\ بس^٢ - أس & ، ٢ \le س \le ٣ \end{cases}$

هو الاقتران المكامل للاقتران ق(س).

١) جد الثابتين أ،ب ؟   ٢) $\int_{١}^{٣} ق(س)\,دس$؟ (٧ علامات)

ب) إذا كان $ب = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ ، $ص^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ جد المصفوفة س حيث $(ب ص + س ص)^{-١} = ص$؟ (٦ علامات)

ج) جد $\int ظاس\, جتاس\, هـ^{س}\,دس$ ؟ (٧ علامات)

تابع أسئلة مبحث : الرياضيات

الفرع: العلمي　　الورقة: الثانية　　لعام ٢٠٢٤

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط.

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س) = |س| ، هـ(س) = ٢ − س^{٢}؟ (٧ علامات)

ب) بيّن باستخدام خصائص المحددات أن
$$\begin{vmatrix} ١ & ب+جـ & أ \\ ١ & أ+ب & جـ \\ ١ & أ+جـ & ب \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٨ & ٧ & ١٥ \\ ١٠ & ١٥ & ٥ \\ ١٥ & ٧ & ٧ \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} ٢ & ٦ \\ ٥ & ١٥ \end{vmatrix}$$ ؟ (٦ علامات)

ج) إذا كان هـ(س) اقتران أصلي للاقتران ق(س) المتصل، حيث س زاوية حادة ،
$\int$ (جاس + جتاس) هـ(س) ءس = جاس ق(س) + π ، جد $\int$ ق^{٢}(س) ءس؟ (٧ علامات)

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) عند حل المعادلتين ن ص + ٣س = ٩ ، ٥س − ل ص = −٤ ، ن،ل عددان حقيقيان لا يساويان صفراً، إذا كانت |أ| = $\begin{vmatrix} ٩ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix}$ ، جد س،ص؟ (٧ علامات)

ب) قذفت كرة رأسياً إلى أعلى من قمة برج ارتفاعه ٤٥ متراً عن سطح الأرض، وكانت السرعة في اللحظة ن تساوي (−١٠ن + ٤٠) م/ث، جد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى سطح الارض؟ (٦ علامات)

ج) بدون حساب التكامل أثبت أن: $\int_{٠}^{١}$ (١ + هـ$^{-س^{٢}}$) ءس < ٣ ؟ (٧ علامات)

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) كوّن مصفوفة مربعة من الرتبة ٣ بحيث تعطى مدخلاتها حسب العلاقة
$$س_{ي هـ} = \begin{cases} ٢ي − ٥ ، & ي \le هـ \\ ي^{٢} + هـ ، & ي > هـ \end{cases}$$ ثم جد $\sum_{ي=١}^{٣}$ س$_{ي٣}$؟ (٧ علامات)

ب) إذا كانت $\sigma_{٨}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ب] والعنصر الثالث فيها يساوي ٢ وكانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ب] والعنصر الخامس فيها يساوي ٤، جد قيم أ،ب؟ (٦ علامات)

ج) إذا كان $\int_{٢}^{ب} \frac{٤}{س^{٢} − ١}$ ءس = ٢ لو$_{هـ}$ $\left(\frac{٣}{٢}\right)$ فما قيمة الثابت ب حيث ب > ١؟ (٧ علامات)

انتهت الاسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين		الورقة الثانية
وزارة التربية والتعليم العالي		مدة الامتحان: ساعتان ونصف
تربية شمال الخليل		التاريخ: ٢ / ٥ /٢٠٢٤م
المبحث: الرياضيات	الفرع العلمي/ الورقة الثانية	مجموع العلامات (١٠٠)علامة

الإجابة النموذجية

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

1	2	3	4	5
(−٤)	(١)	$\frac{\|ب\|}{\|أ\|} = \|(ب^{-1} \times أ)^{-1}\|$	(٥)	(٧)
6	**7**	**8**	**9**	**10**
(٤)	(٤)	(٣)	(−٨)	(٣٦)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) أوجد باستخدام تعريف التكامل المحدود $\int_{٢}^{٤} (١ - ٢س)\,ءس$ ؟ (٧ علامات)

$$م(ن، ق) = \frac{٢}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ق(س_ر) = \frac{٢}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} (١ - ٢س_ر)$$

$$= \frac{٢}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} \left(١ - ٢(٢ + \frac{٢}{ن}ر)\right) = \frac{٢}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} \left(-٣ - \frac{٤}{ن}ر\right)$$

$$= \frac{٢}{ن}\left(-٣ن - \frac{٤}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢}\right)$$

$$= -٦ - ٤\left(١ + \frac{١}{ن}\right) ، \quad \int_{٢}^{٤} (١ - ٢س)\,ءس = \lim_{ن \to \infty} \left(-٦ - ٤\left(١ + \frac{١}{ن}\right)\right)$$

$$= -٦ - ٤ = \boxed{-١٠}$$

ب) إذا كان $ق''(س) = قتا^٢س$ وكان $ق'\left(\frac{\pi}{٤}\right) = -١$، $ق\left(\frac{\pi}{٢}\right) = ٤$، جد قاعدة الاقتران $ق(س)$؟

(٦ علامات)

$$ق'(س) = \int قتا^٢س\,ءس = -ظتاس + جـ_١ \quad لكن \quad ق'\left(\frac{\pi}{٤}\right) = -١ \leftarrow جـ_١ = ٠$$

$$ق(س) = \int -ظتاس\,ءس = -لو_هـ|جاس| + جـ_٢ \quad لكن \quad ق\left(\frac{\pi}{٢}\right) = ٤ \leftarrow جـ_٢ = ٤$$

$$\therefore ق(س) = -لو_هـ|جاس| + ٤$$

ب) إذا كان ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ص$^{-1}$ = $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ جد المصفوفة س حيث (ب ص + س ص)$^{-1}$ = ص ؟

(٦ علامات)

نأخذ النظير الضربي للطرفين

ب ص + س ص = ص$^{-1}$ ← (ب + س) ص = ص$^{-1}$) × ص$^{-1}$

← ب + س = (ص$^{-1}$)^{2} ← س = (ص$^{-1}$)^{2} − ب

س = $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ← س = $\begin{bmatrix} -١ & -٣ \\ -١ & -١ \end{bmatrix}$

ج) جد $\int$ ظاس جتاس هـ^{س} ءس ؟

(٧ علامات)

= $\int \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ جتاس هـ^{س} ءس = $\int$ جاس هـ^{س} ءس

اجزاء: ص = جاس ، ءص = جتاس ءس

ءع = هـ^{س} ءس ، ع = هـ^{س} ⟸ $\int$ جاس هـ^{س} ءس = جاس هـ^{س} − $\int$ جتاس هـ^{س} ءس

اجزاء: ص = جتاس ، ءص = −جاس

ءع = هـ^{س} ءس ، ع = هـ^{س}

$\int$ جاس هـ^{س} ءس = جاس هـ^{س} − (جتاس هـ^{س} + $\int$ جاس هـ^{س} ءس)

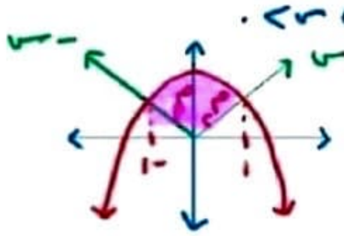
$\int$ جاس هـ^{س} ءس = $\frac{1}{2}$ (جاس − جتاس) هـ^{س} + جـ

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س) = |س| ، هـ(س) = ٢ − س^{2} ؟

(٧ علامات)

نجد نقاط التقاطع هـ(س) = ق(س) لكن ق(س) = $\begin{cases} -\text{س} ، & \text{س} \le 0 \\ \text{س} ، & \text{س} > 0 \end{cases}$



عندما س ≤ ٠ ، ٢ − س^{2} = −س ← س = −١

عندما س > ٠ ، ٢ − س^{2} = س ← س = ١

م$_{ك}$ = ٢م$_{1}$ = ٢ $\int_{0}^{1}$ ((٢ − س^{2}) − (س)) ءس

= ٢ (٢س − $\frac{س^{3}}{3}$ − $\frac{س^{2}}{2}$) $\Big|_{0}^{1}$ = ٢ (٢ − $\frac{1}{3}$ − $\frac{1}{2}$) = ٢ × $\frac{7}{6}$ = $\frac{7}{3}$ وحدة مربعة

ج) حل النظام التالي من المعادلات الخطية باستخدام طريقة جاوس : (٧ علامات)

٢س + ٣ص − ع = ٢ ، س − ص + ع = ٣ ، ٤س − ص = ٣

نرتب النظام: س − ص + ع = ٣ ، ٢س + ٣ص − ع = ٢ ، ٤س − ص = ٣ ، م =

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & 0 & 3 \end{array}\right]$$

−٢ص١ + ص٢ ← ص٢

−٤ص١ + ص٣ ← ص٣

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -3 & -4 \\ 0 & 3 & -4 & -9 \end{array}\right]$$

$-\frac{3}{5}$ × ص٢ + ص٣ ← ص٣

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{11}{5} & -\frac{33}{5} \end{array}\right]$$

$-\frac{11}{5}$ع = $-\frac{33}{5}$ ⇐ ع = ٣ ، ٥ص − ٣ع = −٤ ، س − ص + ع = ٣

ص = ١ ، س = ١

حل النظام {(١، ١، ٣)}

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) اقتراناً قابلاً للتكامل على [١،٣] وكان ت(س) = { أس − ب + ١ ، ١ ≤ س < ٢ ؛ بس^2 − أس ، ٢ ≤ س ≤ ٣ }

هو الاقتران المكامل للاقتران ق(س).

١) جد الثابتين أ، ب ؟ ٢) $\int_{1}^{3}$ ق(س) دس ؟ (٧ علامات)

ت(١) = ٠ ← أ − ب + ١ = ٠ ← أ − ب = −١ ...①

ت(س) متصل على [١،٣] ← نها ت = نها ت ← ٤أ − ٥ب = −١ ...②
(س ← ٢⁻) (س ← ٢⁺)

①× −٥ + ② ⇐ أ = −٤ ، ب = −٣

∴ ت(س) = { −٤س + ٤ ، ١ ≤ س < ٢ ؛ −٣س^2 + ٤س ، ٢ ≤ س ≤ ٣ }

$\int_{1}^{3}$ ق(س) دس = ت(٣) − ت(١) = −٢٧ + ١٢ = −١٥

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) عند حل المعادلتين نص + ٣س = ٩ ، ٥س − ل ص = −٤ ، ن، ل عددان حقيقيان لا يساويان صفراً، إذا كانت $|\text{أ}_{\text{س}}| = \begin{vmatrix} ٩ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix}$ ، جد س، ص؟ (٧ علامات)

٣س + ن ص = ٩
٥س − ل ص = −٤

$$\begin{bmatrix} ٣ & \text{ن} \\ ٥ & -\text{ل} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ \\ -٤ \end{bmatrix}$$

$$|\text{أ}_{\text{س}}| = \begin{vmatrix} ٩ & \text{ن} \\ -٤ & -\text{ل} \end{vmatrix} \leftarrow \text{ن} = ٢ \text{ ، } \text{ل} = ٣$$

$$|\text{أ}| = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ ٥ & -٣ \end{vmatrix} = -١٩ \text{ ، } |\text{أ}_{\text{س}}| = -١٩ \text{ ، } |\text{أ}_{\text{ص}}| = -٥٧$$

$$\text{س} = \frac{|\text{أ}_{\text{س}}|}{|\text{أ}|} = ١ \text{ ، } \text{ص} = \frac{|\text{أ}_{\text{ص}}|}{|\text{أ}|} = ٣$$

ب) قذفت كرة رأسياً إلى أعلى من قمة برج ارتفاعه ٤٥ متراً عن سطح الأرض، وكانت السرعة في اللحظة ن تساوي (−١٠ن + ٤٠) م/ث، جد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى سطح الارض؟ (٦ علامات)

ف(ن) = ∫ع(ن) دن ← ف(ن) = ∫(−١٠ن + ٤٠) دن ← ف(ن) = −٥ن² + ٤٠ن + جـ
نكن ف(٠) = ٤٥ ← جـ = ٤٥

∴ ف(ن) = −٥ن² + ٤٠ن + ٤٥
ف(ن) = ٠ ← −٥ن² + ٤٠ن + ٤٥ = ٠
ن² − ٨ن − ٩ = ٠
(ن − ٩)(ن + ١) = ٠
ن = ٩ ✓ ، ن = −١ ✗

ج) بدون حساب التكامل أثبت أن: $\int_{٠}^{١} (١ + \text{هـ}^{-\text{س}^٢})\, \text{دس} < ٣$ ؟ (٧ علامات)

طريقة ① بناء متباينة

٠ ≤ س ≤ ١
٠ ≤ س² ≤ ١ تربيع
−١ ≤ −س² ≤ ٠ × −١
$\text{هـ}^{-١} \le \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \le ١$ نفع الأساس هـ
$١ + \text{هـ}^{-١} \le ١ + \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \le ٢$ +١
$\int_{٠}^{١} (١ + \text{هـ}^{-\text{س}^٢})\, \text{دس} \le \int_{٠}^{١} ٢\, \text{دس} = ٢ < ٣$ تكامل
#

طريقة ② القيم القصوى

نفرض ق(س) = $١ + \text{هـ}^{-\text{س}^٢}$ ، [٠، ١]
ق(س) متصل على [٠، ١]
ق'(س) = $-٢\text{س}\, \text{هـ}^{-\text{س}^٢}$ ،]٠، ١[
ق'(س) = ٠ ← س = ٠ ∉]٠، ١[
اشارة ق' −−−−
ق(٠) = ٢ عظمى مطلقة
∴ ق(س) ≤ ٢ ، ∀س ∈ [٠، ١]
$\int_{٠}^{١} \text{ق(س)}\, \text{دس} \le ٢ < ٣$ #

ب) بيّن باستخدام خصائص المحددات أن $\begin{vmatrix} 1 & ب+جـ & أ \\ 1 & أ+ب & جـ \\ 1 & أ+جـ & ب \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 7 & 15 \\ 10 & 15 & 5 \\ 15 & 7 & 7 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 15 \end{vmatrix}$ ؟ (٦ علامات)

الايمن = $\begin{vmatrix} 1 & ب+جـ & أ \\ 1 & أ+ب & جـ \\ 1 & أ+جـ & ب \end{vmatrix} \xrightarrow{ع_2+ع_3 \to ع_2} \begin{vmatrix} 1 & أ+ب+جـ & أ \\ 1 & أ+ب+جـ & جـ \\ 1 & أ+ب+جـ & ب \end{vmatrix}$ اخراج (أ+ب+جـ) عامل مشترك من ع٢ $\begin{vmatrix} 1 & 1 & أ \\ 1 & 1 & جـ \\ 1 & 1 & ب \end{vmatrix}$ = صفر

الايسر = $\begin{vmatrix} 8 & 7 & 15 \\ 10 & 15 & 5 \\ 15 & 7 & 7 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 2 & \boxed{6} \\ 5 & \boxed{15} \end{vmatrix}$ ٣ عامل مشترك $= \begin{vmatrix} 8 & 7 & 15 \\ 10 & 15 & 5 \\ 15 & 7 & 7 \end{vmatrix} \times ٣ \times$ صفر = صفر

∴ الايمن = الايسر

ج) إذا كان هـ(س) اقتران أصلي للاقتران ق(س) المتصل، حيث س زاوية حادة ،

$\int$(جاس+جتاس)هـ′(س)ءس =جاس ق(س)+π ، جد $\int$ق٢(س)ءس؟

(٧ علامات)

$\int$(جاس + جتاس) هـ′(س) دس = جاس ق(س) + π

نشتق الطرفين ، ق(س) = هـ′(س)

(جاس + جتاس) ق(س) = جاس ق′(س) + جتاس ق(س)

جاس ق(س) = جاس ق′(س) نقسم على جاس لأن س زاوية حادة

ق(س) = ق′(س) ... ①

$\int$ ق٢(س) دس = $\int$ ق(س) ق′(س) دس بالتعويض ع = ق(س)

$\frac{دع}{ق′(س)}$ = دس

= $\int$ ع دع

= ½ ع٢ + جـ

= ½ ق٢(س) + جـ

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) كوّن مصفوفة مربعة من الرتبة ٣ بحيث تعطى مدخلاتها حسب العلاقة

$س_{يه} = \begin{cases} ٢ي - ٥ & ، ي \le هـ \\ ي^{٢} + هـ & ، ي > هـ \end{cases}$ ، ثم جد $\sum_{ي=١}^{٣} س_{ي٣}$ ؟ (٧ علامات)

$$س_{٣\times٣} = \begin{bmatrix} س_{١١} & س_{١٢} & س_{١٣} \\ س_{٢١} & س_{٢٢} & س_{٢٣} \\ س_{٣١} & س_{٣٢} & س_{٣٣} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٣ & -٣ & -٣ \\ ٥ & -١ & -١ \\ ١٠ & ١١ & ١ \end{bmatrix}$$

$$\sum_{ي=١}^{٣} س_{ي٣} = س_{١٣} + س_{٢٣} + س_{٣٣} = -٣ + -١ + ١ = -٣$$

ب) إذا كانت $\sigma_{٨}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ب] والعنصر الثالث فيها يساوي ٢، وكانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ب] والعنصر الخامس فيها يساوي ٤، جد قيم أ،ب؟ (٦ علامات)

$س_{٢} = أ + \frac{ب-أ}{٨} \times ٢ \leftarrow ٢ = أ + \frac{ب-أ}{٤} \leftarrow ٨ = ٤أ + ب - أ \leftarrow ٣أ + ب = ٨$ — ①

$س_{٤} = أ + \frac{ب-أ}{١٢} \times ٤ \leftarrow ٤ = أ + \frac{ب-أ}{٣} \leftarrow ١٢ = ٣أ + ب - أ \leftarrow ٢أ + ب = ١٢$ — ②

① - ② $\leftarrow أ = -٤ ، ب = ٢٠$

ج) إذا كان $\int_{٢}^{ب} \frac{٤}{س^{٢}-١} دس = ٢ لو_{هـ} \left(\frac{٣}{٢}\right)$ فما قيمة الثابت ب حيث ب > ٢؟ (٧ علامات)

$\frac{٤}{س^{٢}-١} = \frac{ل}{س-١} + \frac{م}{س+١} \leftarrow ٤ = ل(س+١) + م(س-١)$

عند $س = -١ \leftarrow م = -٢$

عند $س = ١ \leftarrow ل = ٢$

$\int_{٢}^{ب} \frac{٤}{س^{٢}-١} دس = \left(٢ لو_{هـ}|س-١| - ٢ لو_{هـ}|س+١|\right)\Big|_{٢}^{ب}$

$\Leftarrow ٢لو_{هـ}\left|\frac{ب-١}{ب+١}\right| - ٢لو_{هـ}\left|\frac{١}{٣}\right| = ٢لو_{هـ}\frac{٣}{٢}$

$لو_{هـ}\frac{ب-١}{ب+١} - لو_{هـ}\frac{١}{٣} = لو_{هـ}\frac{٣}{٢} \leftarrow ٣ \times \frac{ب-١}{ب+١} = \frac{٣}{٢} \leftarrow ب = ٣$

انتهت الاجابة

دولـــة فـلـسـطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية ضواحي القدس – الرام
المبحث: الرياضيات
الورقة : الثانية

الصف الثاني عشر علمي
اليوم: الخميس
التاريخ: ١٩\٥\٢٠٢٤
الزمن: ساعتان و٤٥ دقيقة

الاختبار التجريبي الموحد
مجموع العلامات ١٠٠ علامة

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الاول : **(٢٠ علامة)**

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربع بدائل، اختر البديل الصحيح، ثم أنقله الى دفتر الإجابة.

١ - إذا كان $\begin{bmatrix} 7 & 2^{س+1} \\ س^2 - 13 & \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 32 \\ 3 & ك \end{bmatrix}$ ،جد قيمة/قيم س ؟

٤
- ٤ ، ٤
-٤
٣ ، -٣

٢ - اذا كان $\int_{2}^{ن} \left([5س + ن] - [4 + 5س]\right) \, دس = 15$ ، حيث ن $\in$ $ص^+$، جد قيمة الثابت ن ؟

-١
١
٤
٧

٣ - إذا كانت ٣٦س + ص = ٢جـ^2 + جـ إحدى المعادلتين الخطيتين بمتغيرين، وعند استخدام طريقة كريمر لحل النظام وجد أن $|2أ_س| = -1\left|\frac{1}{3}أ_ص\right|$ ، وكان $|أ^{-1}| = \frac{1}{3}$ ، جد قيمة/قيم الثابت جـ؟

١
٣
$\frac{3}{2}$ ، -1
$-\frac{3}{2}$ ، ١

٤ - جد ناتج $\int \frac{1}{(جا^4س - جتا^4س)^2} \, دس$ ؟

ظا٢س + جـ
٢ظاس + جـ
$\frac{1}{2}$ظاس + جـ
$\frac{1}{2}$ظا٢س + جـ

٥ - إذا كان $\int_{0}^{1} \left(\frac{5}{2} + 4ق(س)\right) دس = \int_{1}^{0} \left(2س + \frac{ق(س)}{2}\right) دس$ ، فما قيمة $\int_{1}^{0} ق(س) \, دس$ ؟

٧
$^-1$
$^-\frac{3}{7}$
$\frac{7}{9}$

٦ - إذا كان س ل(س) = س^2 + $\int_{س}^{2} ق(ص) \, دص$ ، ق(س)، متصل على ح، ق(٢) = ٨، فما قيمة $ل'(2)$؟

-٢
٣
-٣
٢

٧- إذا كان ﻫ(س) = ٦س ، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة على الفترة $[٠، أ]$ بحيث أن

$م(\sigma_{ن}، ق) = ٦ + \dfrac{٣أن^{٣} - ٤ن}{ن^{٣}}$ فما قيمة / قيم الثابت أ ؟

- ١
- $\sqrt{٢}$
- ٢
- ١، $\sqrt{٢}$

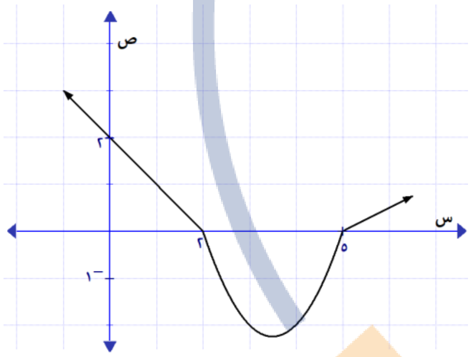
٨- إذا كان م ≤ ق(س) ≤ ن ، وكان $٦ \le \int_{-١}^{٣} (ق(س) + ٥)\, دس \le ٢٠$ ، فإن قيم الثابتين م، ن على الترتيب تساوي:

- ٧ ، ١١
- -١ ، ١٠
- -٤ ، صفر
- -١ ، صفر

٩- إذا كان $\sigma_{١٠} = \{أ، -١، ...، ١٥، ب\}$ ، تجزئة نونية منتظمة على الفترة [أ، ب]، جد العنصر الثامن في هذه التجزئة ؟

- ٥
- ٩
- ١١
- ١٣

١٠- معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) فإن



$\int_{٠}^{٥} ق(س)\, دس + \int_{٠}^{٥} |ق(س)|\, دس$ يساوي:

- ٤
- ٧
- ٥
- ٣

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) باستخدام تعريف التكامل جد قيمة $\int_{٠}^{٢} ٢س + \left[\dfrac{س}{٣} - ٤\right] دس$ ؟ (٨ علامات)

ب) إذا كان $(أ + أب)^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ٨ \end{bmatrix}$ ، وكان $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ جد قيمة المصفوفة ب ؟ (٦ علامات)

جـ) إذا كان $\int_{٢}^{أ} \left(\dfrac{٤}{س^{٢} - ١}\right) دس = ٢ لـو_{ﻫ} \dfrac{٣}{٢}$ ، بحيث أ > ١ فما قيمة الثابت أ؟ (٦ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) إقترانا متصلا على [أ، ٤] وكان ت(س) هو الاقتران المكامل للإقتران ق(س) بحيث،

$ت(س) = \begin{cases} ٤ - س^{٢} & ، أ \le س < ب \\ \dfrac{٢}{س} + جـ & ، ب \le س \le ٤ \end{cases}$ (٨ علامات)

جد:

١- قيمة الثوابت أ، ب، جـ ؟

٢- $\int_{٠}^{٣} ٢ق(س)\, دس$ ؟

(٧ علامات)

ب) جد المساحة المحصورة بين المنحنيات $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ٢$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = ٤ - \text{س}$ ، $\text{ك}(\text{س}) = ١$ ومحور الصادات.

ج) دون إجراء التكامل أثبت أن $\displaystyle\int_{-١}^{١} \frac{١}{\sqrt{(٧\text{س}^{٢} + ٩)}}\, \text{ءس} < ١$. (٥ علامات)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن <u>سؤالين</u> <u>فقط</u> منها.

<u>السؤال الرابع:</u> **(٢٠ علامة)**

أ) جد قيمة التكاملات التالية: (٧ علامات)

١- $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{٢}}^{\pi} \sqrt{\left(\text{جتا}^{٢}\text{س} + \frac{\text{جا}٢\text{س جتاس}}{٢}\right)}\, \text{ءس}$

ب) إذا كان $\text{م}(\text{س}) = \text{س لــو}_{\text{هـ}}\text{س}$ ، إقترانا أصليا للإقتران $\text{ق}(\text{س})$ وكان

$\displaystyle\int_{١}^{\text{هـ}} \left(٤\text{ق}(\text{س}) + \text{هـ}\right) \text{ءس} + \int_{٩}^{\text{هـ}^{٢}} \left(\frac{\text{أ}}{\text{هـ} - ٣}\right) \text{ءس} = ٣ + \text{هـ}$ ، جد قيمة الثابت أ؟ (٦ علامات)

ج) جد مجموعة حل النظام الآتي باستخدام جاوس. (٧ علامات)

$$\begin{aligned} \text{س} - \text{ص} + \text{ع} &= ٦ \\ \text{س} + ٢\text{ص} + \text{ع} &= ٣ \\ \text{ص} + ٢\text{س} &= \text{ع} \end{aligned}$$

<u>السؤال الخامس:</u> **(٢٠ علامة)**

أ) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \frac{٢(\text{س}+\text{ك})}{\text{ك}}$ ، وكانت $\sigma_{٤}$ تجزئة رباعية للفترة $[٠ ، ١٠\text{ك}]$، حيث $\sigma_{٤} = \{٠، \text{ك}، ٣\text{ك}، ٧\text{ك}، ١٠\text{ك}\}$، حيث $\text{ك} > ٠$، جد قيمة الثابت ك حيث $\text{م}(\sigma_{٤}، \text{ق}) = ٢٧٠$ عندما $\text{س}^{*}_{\text{ر}} = \text{س}_{\text{ر}-١}$ ؟ (٦ علامات)

ب) إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الإقتران $\text{ق}(\text{س})$ عند أي نقطة عليه يعطى بالعلاقة $\frac{\text{س}^{٥}}{(\sqrt{\text{س}} - ١)^{٧}}$ ، جد قاعدة الإقتران $\text{ق}(\text{س})$ علما بأنه يمر بالنقطة $(١ ، ٣)$؟ (٧ علامات)

ج) جد قيمة $\int_{-١}^{١} |س| \text{لـو}_{هـ} (س^{٢} + ١) \, دس$ ؟ (٧ علامات)

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

(٦ علامات)

أ) جسم يتحرك في خط مستقيم، من نقطة تبعد (٥) أمتار عن نقطة الأصل (و)، ومبتعدا عنها، بسرعة ابتدائية تساوي (١٠) م/ث، وبتسارع ثابت مقداره ت(ن) = (أ) م/ث^{٢}، فاذا علمت أن الجسم قد توقف عن الحركة بعد (٥) ثواني من إنطلاقه، جد المسافة التي قطعها الجسم خلال حركته؟

ب) اذا كان $\int_{٠}^{١} \left(\frac{هـ^{س}}{(س+١)^{٢}} \right) دس = (أ+١)$ ، أثبت أن (٨ علامات)

$$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \left(\frac{جتاس \, هـ^{جاس}}{(جاس + ١)} \right) دس = \frac{هـ + ٢أ}{٢}$$

ج) باستخدام خواص المحددات أثبت أن (٦ علامات)

$$\begin{vmatrix} ١ & ١- & ب \\ ١ - ب & ب & ب - ١ \\ ب & - ب & ١ \end{vmatrix} = ١ - ب^{٢} .$$

انتهت الأسئلة

اليوم : الاثنين االتاريخ : ٩ /٥ / ٢٠٢٤ مدة الامتحان :ساعتان وخمس واربعون دقيقة مجموع العلامات :(١٠٠) علامة	الامتحان التجريبي الموحد (الاجابة النموذجية)	دولة فلسطين وزارة التربية والتعليم العالي مديرية التربية والتعليم . ضواحي القدس الفرع العلمي المبحث : الرياضيات الورقة الثانية

السؤال الاول :

١)

$$٢^{\text{س}+١} = ٣٢$$

$$٢^{\text{س}+١} = ٢^{٥}$$

$$\text{س} + ١ = ٥$$

$$\boxed{\text{س} = ٤}$$

$$\text{س}^{٢} - ١٣ = ٣$$

$$\text{س}^{٢} = ١٦$$

$$\text{س} = \pm ٤$$

س = -٤ مرفوضة لأنها لا تحقق المعادلة الأسية

٢)

$$\int_{٢}^{\text{ن}} \left([٥\text{س} + \text{ن}] - [٤ + ٥\text{س}] \right) ء\text{س} = ١٥$$

$$\int_{٢}^{\text{ن}} \left(\cancel{[٥\text{س}]} + \text{ن} - ٤ - \cancel{[٥\text{س}]} \right) ء\text{س} = ١٥$$

$$(\text{ن} - ٤)(\text{ن} - ٢) = ١٥$$

$$\text{ن}^{٢} - ٦\text{ن} + ٨ = ١٥$$

$$\text{ن}^{٢} - ٦\text{ن} - ٧ = ٠$$

$$(\text{ن} - ٧)(\text{ن} + ١) = ٠$$

$$\text{ن} = ٧ \in \text{ص}^{+}$$

$$\text{ن} = -١ \notin \text{ص}^{+}$$

٣)

$$\left|\text{٢ أ}_{\text{س}}\right| = ١ - \left|\frac{١}{٣}\text{أ}_{\text{ص}}\right|$$

$$٤\left|\text{أ}_{\text{س}}\right| = ١ - \frac{١}{٩}\left|\text{أ}_{\text{ص}}\right|$$

$$٤\left|\text{أ}_{\text{س}}\right| + \frac{١}{٩}\left|\text{أ}_{\text{ص}}\right| = ١ \quad ..... (١)$$

$$\left|\text{أ}^{-١}\right| = \frac{١}{٣} \leftarrow \left|\text{أ}\right| = ٣$$

$$\text{س} = \frac{\left|\text{أ}_{\text{س}}\right|}{\left|\text{أ}\right|} \leftarrow \text{س} = \frac{\left|\text{أ}_{\text{س}}\right|}{٣}$$

$$\left|\text{أ}_{\text{س}}\right| = ٣\,\text{س}$$

$$\text{ص} = \frac{\left|\text{أ}_{\text{ص}}\right|}{\left|\text{أ}\right|} \leftarrow \text{ص} = \frac{\left|\text{أ}_{\text{ص}}\right|}{٣}$$

$$\left|\text{أ}_{\text{ص}}\right| = ٣\,\text{ص}$$

نعوض في المعادلة (١)

$$٤\left|\text{أ}_{\text{س}}\right| + \frac{١}{٩}\left|\text{أ}_{\text{ص}}\right| = ١$$

$$٤ \times ٣\text{س} + \frac{١}{٩} \times ٣\,\text{ص} = ١$$

$$٣ \times \left(١٢\text{س} + \frac{١}{٣}\text{ص} = ١\right)$$

$$٣٦\text{س} + \text{ص} = ٣$$

$$\text{ص} = ٣٦\text{س} - ٣ \quad ..... (٢)$$

نعوض المعادلة (٢) بالمعادلة $٣٦\text{س} + \text{ص} = ٢\text{جـ}^{٢} + \text{جـ}$

$$٣٦\text{س} + ٣ - ٣٦\text{س} = ٢\text{جـ}^{٢} + \text{جـ}$$

$$٣ = ٢\text{جـ}^{٢} + \text{جـ}$$

$$٢\text{جـ}^{٢} + \text{جـ} - ٣ = ٠$$

$$(٢\text{جـ} + ٣)(\text{جـ} - ١) = ٠$$

$$\text{جـ} = \frac{-٣}{٢} \quad / \quad \text{جـ} = ١$$

٤)

$$\int \frac{1}{\left(\text{جا}^{4}\,\text{س} - \text{جتا}^{4}\,\text{س}\right)^{2}}\ \text{ءس} =$$

$$\int \frac{1}{\left(\left(\text{جا}^{2}\,\text{س} + \text{جتا}^{2}\,\text{س}\right)\left(\text{جا}^{2}\,\text{س} - \text{جتا}^{2}\,\text{س}\right)\right)^{2}}\ \text{ءس} =$$

$$\int \frac{1}{\left(\left(\text{جا}^{2}\,\text{س} - \text{جتا}^{2}\,\text{س}\right)\right)^{2}}\ \text{ءس} =$$

$$\int \frac{1}{\left(-\text{جتا}\left(2\text{س}\right)\right)^{2}}\ \text{ءس} =$$

$$\int \text{قا}^{2}\left(2\text{س}\right)\ \text{ءس} = \frac{1}{2}\,\text{ظا}\left(2\text{س}\right) + \text{جـ}$$

٥)

$$\int_{0}^{1}\left(\frac{5}{2} + 4\,\text{ن}(\text{س})\right)\text{ءس} = \int_{1}^{0}\left(2\text{س} + \frac{\text{ن}(\text{س})}{2}\right)\text{ءس}$$

$$\frac{5}{2}\left(1-0\right) + 4\int_{0}^{1}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس} = \text{س}^{2}\Big|_{1}^{0} - \frac{1}{2}\int_{0}^{1}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس}$$

$$\frac{5}{2} + 4\int_{0}^{1}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس} = \left(0-1\right) - \frac{1}{2}\int_{0}^{1}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس}$$

$$4\int_{0}^{1}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس} + \frac{1}{2}\int_{0}^{1}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس} = -1 - \frac{5}{2}$$

$$\frac{9}{2}\int_{0}^{1}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس} = \frac{-7}{2}$$

$$\int_{0}^{1}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس} = \frac{-7}{9} \quad \rightarrow \quad \int_{1}^{0}\text{ن}(\text{س})\,\text{ءس} = \frac{7}{9}$$

$$س\,ل(س) = س^{٢} - \int_{٢}^{س} ن(ص)\,ء\,ص$$

٦) $$٢\,ل(٢) = ٢^{٢} - \int_{٢}^{٢} ن(ص)\,ء\,ص$$

$$\boxed{ل(٢) = ٢}$$

نشتق

$$س\,ل'(س) + ل(س) = ٢س - ن(س)$$

$$٢\,ل'(٢) + ل(٢) = ٢ \times ٢ - ن(٢)$$

$$٢\,ل'(٢) + ٢ = ٤ - ٨$$

$$٢\,ل'(٢) = -٤ - ٢$$

$$٢\,ل'(٢) = -٦ \Leftarrow ل'(٢) = -٣$$

٧)

$$\int_{٠}^{أ} ٦س\,ء\,س = ٣س^{٢} \Big|_{٠}^{أ} = ٣أ^{٢}$$

$$\int_{٠}^{أ} ٦س\,ء\,س = \lim_{ن \to \infty} م(\sigma_{ن}، ن)$$

$$٣أ^{٢} = \lim_{ن \to \infty} ٦ + \frac{٣أن^{٣} - ٤ن}{ن^{٣}}$$

$$٣أ^{٢} = ٦ + ٣أ$$

$$أ^{٢} - أ - ٢ = ٠$$

$$(أ - ٢)(أ + ١) = ٠$$

$$أ = ٢ \checkmark \quad / \quad أ = -١ \;\text{✗}$$

٨)

$$م \le ق(س) \le ن$$

$$م + ٥ \le ق(س) + ٥ \le ن + ٥$$

$$\int_{-١}^{٣} (م+٥)\, ءس \le \int_{-١}^{٣} (ق(س)+٥)\, ءس \le \int_{-١}^{٣} (ن+٥)\, ءس$$

$$٤(م+٥) \le \int_{-١}^{٣} (ق(س)+٥)\, ءس \le ٤(ن+٥)$$

معطى ان $١٦ \le \int_{-١}^{٣} (ق(س)+٥)\, ءس \le ٢٠$

$$\boxed{\begin{array}{l} ١٦ = ٤(م+٥) \quad \leftarrow \quad م = -١ \\ ٢٠ = ٤(ن+٥) \quad \leftarrow \quad ن = ٠ \end{array}}$$

٩)

$$س_١ = -١ \leftarrow -١ = أ + \frac{ب-أ}{١٠} \times ١$$

$$\boxed{٩أ + ب = -١٠ \quad ..... \quad (١)}$$

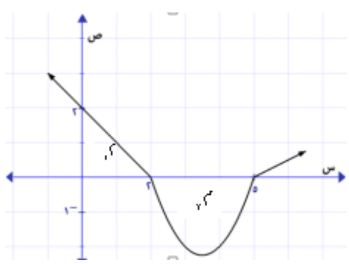
$$س_٩ = ١٥ \leftarrow ١٥ = أ + \frac{ب-أ}{١٠} \times ٩$$

$$\boxed{١٥٠ = أ + ٩ب \quad ..... \quad (٢)}$$

بحل المعادلتين: أ $= -٣$ / ب $= ١٧$

العنصر الثامن : $س_٧ = -٣ + \frac{١٧+٣}{١٠} \times ٧ = ١١$

١٠)



$$\int_{٠}^{٥} ق(س)\, ءس + \int_{٠}^{٥} |ق(س)|\, ءس \quad \Leftarrow \quad \boxed{\int_{٠}^{٥} |ق(س)|\, ءس = م_١ + م_٢}$$

$$\int_{٠}^{٥} ق(س)\, ءس + \int_{٠}^{٥} |ق(س)|\, ءس = \int_{٠}^{٢} ق(س)\, ءس + \int_{٢}^{٥} ق(س)\, ءس + م_١ + م_٢$$

$$= \int_{٠}^{٢} ق(س)\, ءس + \cancel{\int_{٢}^{٥}} ق(س)\, ءس + \int_{٠}^{٢} ق(س)\, ءس - \cancel{\int_{٢}^{٥}} ق(س)\, ءس$$

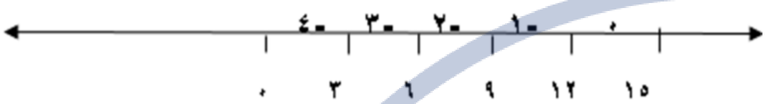
$$= \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٢ + \left| \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٢ \right|$$

$$= ٤$$

رقم الفقرة	الاجابة الصحيحة
١	٤
٢	٧
٣	$\frac{-٣}{٢}$ ، ١
٤	$\frac{١}{٢}$ ظا ٢ س + جـ
٥	$\frac{٧}{٩}$
٦	−٣
٧	٢
٨	−١، ٠
٩	١١
١٠	٤

السؤال الثاني(أ) :

$$\int_{٠}^{٢} \left(٢\text{س} + \left[\frac{\text{س}}{٣} - ٤ \right] \right) \text{ءس}$$



$$\text{ل} = \frac{١}{\left|\frac{١}{٣}\right|} = ٣$$

$$\int_{٠}^{٢} (٢\text{س} - ٤)\,\text{ءس}$$

$$\text{س}^*_{\text{ر}} = \text{س}_{\text{ر}}$$

$$\text{س}_{\text{ر}} = \frac{٢}{\text{ن}}\text{ر}$$

$$\int_{٠}^{٢} (٢\text{س} - ٤)\,\text{ءس} = \underset{\text{ن} \to \infty}{\text{نهـا}}\ \text{م}(\sigma_{\text{ن}}\text{، ن})$$

$$= \underset{\text{ن} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٢}{\text{ن}} \sum_{١}^{\text{ن}} \text{ق}\left(\text{س}_{\text{ر}} = \frac{٢}{\text{ن}}\text{ر}\right)$$

$$\int_{٠}^{٢} (٢\text{س} - ٤)\,\text{ءس} = \underset{\text{ن} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٢}{\text{ن}} \sum_{١}^{\text{ن}} \left(٢ \times \frac{٢}{\text{ن}}\text{ر} - ٤ \right)$$

$$= \underset{\text{ن} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٢}{\text{ن}} \left(\frac{٤}{\text{ن}} \times \frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٢} - ٤\text{ن} \right)$$

$$= \underset{\text{ن} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٢}{\text{ن}} \left(-٢\text{ن} + ٢ \right)$$

$$= \underset{\text{ن} \to \infty}{\text{نهـا}} \left(-٤ + \frac{٤}{\text{ن}} \right)$$

$$\boxed{\int_{٠}^{٢} ٢\text{س} - ٤\ \text{ءس} = -٤}$$

السؤال الثاني (ب):

$$(\text{أ} + \text{أ ب})^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٨ & ٥ \end{bmatrix}$$

$$\left((\text{أ} + \text{أ ب})^{-١}\right)^{-١} = \left(\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٨ & ٥ \end{bmatrix}\right)^{-١}$$

$$(\text{أ} + \text{أ ب}) = \frac{١}{(١٥ - ١٦)} \begin{bmatrix} ٥ & -٢ \\ -٨ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$\text{أ} \times (\text{م}_٢ + \text{ب}) = \begin{bmatrix} -٥ & ٢ \\ ٨ & -٣ \end{bmatrix}$$

$$\text{أ}^{-١} \times \text{أ} \times (\text{م}_٢ + \text{ب}) = \text{أ}^{-١} \times \begin{bmatrix} -٥ & ٢ \\ ٨ & -٣ \end{bmatrix}$$

$$(\text{م}_٢ + \text{ب}) = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -٥ & ٢ \\ ٨ & -٣ \end{bmatrix}$$

$$\text{م}_٢ + \text{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & -٣ \\ ١٤ & -٥ \end{bmatrix}$$

$$\text{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & -٣ \\ ١٤ & -٥ \end{bmatrix} - \text{م}_٢$$

$$\text{ب} = \begin{bmatrix} ٧ & -٣ \\ ١٤ & -٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$\text{ب} = \begin{bmatrix} ٧ & -٣ \\ ١٤ & -٦ \end{bmatrix}$$

السؤال الثاني (ج) :

$$\int_{2}^{\text{أ}} \left(\frac{4}{\text{س}^2-1}\right) \text{ءس} = 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} \frac{3}{2}$$

$$\int_{2}^{\text{أ}} \frac{4}{(\text{س}+1)(\text{س}-1)} \text{ءس} = 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} \frac{3}{2}$$

$$\int_{2}^{\text{أ}} \left(\frac{\text{ب}}{\text{س}-1} + \frac{\text{جـ}}{\text{س}+1}\right) \text{ءس} = 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} \frac{3}{2}$$

نجد قيمة ب ، جـ :

$$4 = \text{ب}(\text{س}+1) + \text{جـ}(\text{س}-1)$$

$$\text{س} = 1 \leftarrow 4 = 2\text{ب} \leftarrow \text{ب} = 2$$

$$\text{س} = -1 \leftarrow 4 = -2\text{جـ} \leftarrow \text{جـ} = -2$$

$$\int_{2}^{\text{أ}} \frac{2}{\text{س}-1} + \frac{-2}{\text{س}+1} \text{ءس} = 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} \frac{3}{2}$$

$$\left(2 \text{ لو}_{\text{هـ}} |\text{س}-1| - 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} |\text{س}+1|\right)\Big|_{2}^{\text{أ}} = 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} \frac{3}{2}$$

$$\left(2 \text{ لو}_{\text{هـ}} |\text{أ}-1| - 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} |\text{أ}+1|\right) - \left(2 \text{ لو}_{\text{هـ}} |2-1| - 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} |2+1|\right) = 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} \frac{3}{2}$$

$$2 \text{ لو}_{\text{هـ}} |\text{أ}-1| - 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} |\text{أ}+1| + 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} 3 = 2 \text{ لو}_{\text{هـ}} \frac{3}{2}$$

$$\text{لو}_{\text{هـ}} 3 \times \frac{\text{أ}-1}{\text{أ}+1} = \text{لو}_{\text{هـ}} \frac{3}{2}$$

$$3 \times \frac{\text{أ}-1}{\text{أ}+1} = \frac{3}{2}$$

$$2\text{أ} - 2 = \text{أ} + 1$$

$$\boxed{\text{أ} = 3}$$

السؤال الثالث (أ) الفرع (١):

بما أن $\text{ق}(\text{س})$ **اقتران متصل اذن** $\text{ت}'(\text{س}) = \text{ق}(\text{س})$ **على**] أ، ٤ [

$$\text{ت}(\text{س}) = \begin{cases} ٤ - \text{س}^{٢} \text{ ، } \text{أ} \leq \text{س} < ١ \\ \frac{٢}{\text{س}} + \text{جـ} \text{ ، } ١ \leq \text{س} \leq ٤ \end{cases}$$

$$\text{ت}'(\text{س}) = \text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} -٢\text{س} \text{ ، } \text{أ} < \text{س} < \text{ب} \\ \frac{-٢}{\text{س}^{٢}} \text{ ، } \text{ب} < \text{س} < ٤ \\ \text{غ . م} \text{ ، } \text{س} = \text{أ} \text{ ، } ٤ \end{cases}$$

$\text{ت}(\text{أ}) = ٠ \leftarrow ٤ - \text{أ}^{٢} = ٠ \leftarrow \boxed{\text{أ}^{٢} = ٤}$

$\boxed{\text{أ} = -٢}$ ✓ / $\boxed{\text{أ} = ٢}$ ✗

أ < ١ لذلك ترفض القيمة ٢

$\lim\limits_{\text{س} \to ١^{-}} ٤ - \text{س}^{٢} = \lim\limits_{\text{س} \to ١^{+}} \frac{٢}{\text{س}} + \text{جـ}$

$\boxed{٤ - ١^{٢} = \frac{٢}{١} + \text{جـ} \Leftarrow \text{جـ} = ١}$

$\text{ت}'(\text{ب})^{-} = \text{ت}'(\text{ب})^{+}$

$-٢\text{ب} = \frac{-٢}{\text{ب}^{٢}}$

$-٢\text{ب}^{٣} = -٢ \Leftarrow \boxed{\text{ب} = ١}$

السؤال الثالث (أ) الفرع (٢):

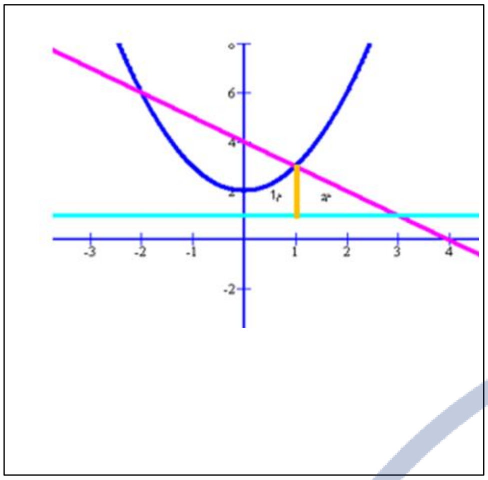
$$\int_{٠}^{٣} ٢\text{ق}(\text{س})\, \text{ءس} = ٢\text{ت}(\text{س}) \Big|_{٠}^{٣}$$

$$= ٢\left(\text{ت}(٣) - \text{ت}(٠)\right)$$

$$= ٢\left(\left(\tfrac{٢}{٣} + ١\right) - (٤ - ٠)\right)$$

$$= \frac{-١٤}{٣}$$

السؤال الثالث (ب) :



نجد نقاط التقاطع بين المنحنيات :

$$\text{س}^{٢} + ٢ = ٤ - \text{س}$$

$$\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢ = ٠$$

$$(\text{س} + ٢)(\text{س} - ١) = ٠$$

$$\text{س} = -٢ \ / \ \text{س} = ١$$

$$٤ - \text{س} = ١ \leftarrow \text{س} = ٣$$

$$\text{س}^{٢} + ٢ = ١ \leftarrow \text{س}^{٢} = -١ \ \text{✗}$$

$$\text{م} = \text{م}_{١} + \text{م}_{٢}$$

$$= \int_{٠}^{١} \left((\text{س}^{٢} + ٢) - ١ \right) \text{ءس} + \int_{١}^{٣} \left((٤ - \text{س}) - ١ \right) \text{ءس}$$

$$= \left[\frac{\text{س}^{٣}}{٣} + \text{س} \right]_{٠}^{١} + \left[٣\text{س} - \frac{\text{س}^{٢}}{٢} \right]_{١}^{٣}$$

$$= \left(\frac{١}{٣} + ١ \right) + \left(٩ - \frac{٩}{٢} \right) - \left(٣ - \frac{١}{٢} \right)$$

$$= \frac{٤}{٣} + ٢ = \frac{١٠}{٣}$$

السؤال الثالث (ج):

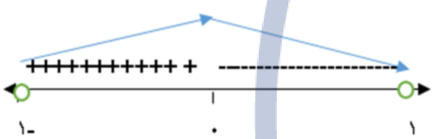
$$\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{(7\text{س}^{2}+9)}}\,\text{ءس} < 1$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{1}{\sqrt{(7\text{س}^{2}+9)}}$$ ق(س) اقتران نسبي متصل لأنه ليس لمقامه أصفار

$$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{-14\text{س}}{2\sqrt{7\text{س}^{2}+9}\,(7\text{س}^{2}+9)}$$

$-14\text{س} = 0 \leftarrow \text{س} = 0 \in\,]-1 ، 1[$

$7\text{س}^{2}+9 = 0 \leftarrow \text{س}^{2} = \frac{-9}{7}$ ✗



ق(−١) قيمة صغرى مطلقة وقيمتها = $\frac{1}{4}$

ق(١) قيمة صغرى مطلقة وقيمتها = $\frac{1}{4}$

ق(٠) قيمةعظمى مطلقة وقيمتها = $\frac{1}{3}$

$$\therefore\ \frac{1}{4} \le \frac{1}{\sqrt{(7\text{س}^{2}+9)}} \le \frac{1}{3}$$

$$\int_{-1}^{1}\frac{1}{4}\,\text{ءس} \le \int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{(7\text{س}^{2}+9)}}\,\text{ءس} \le \int_{-1}^{1}\frac{1}{3}\,\text{ءس}$$

$$\frac{1}{4}\big(1-(-1)\big) \le \int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{(7\text{س}^{2}+9)}}\,\text{ءس} \le \frac{1}{3}\big(1-(-1)\big)$$

$$\frac{1}{2} \le \int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{(7\text{س}^{2}+9)}}\,\text{ءس} \le \frac{2}{3}$$

بما أن $\int_{-١}^{١} \frac{١}{\sqrt{(٧\text{س}^{٢} + ٩)}}\, \text{ء س}$ محصور بين القيمتين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ $\therefore \int_{-١}^{١} \frac{١}{\sqrt{(٧\text{س}^{٢} + ٩)}}\, \text{ء س} < ١$

حل آخر :

$$-١ \le \text{س} \le ١$$

$$٠ \le \text{س}^{٢} \le ١$$

$$٠ \le ٧\text{س}^{٢} \le ٧$$

$$٩ \le ٧\text{س}^{٢} + ٩ \le ١٦$$

$$٣ \le \sqrt{٧\text{س}^{٢} + ٩} \le ٤$$

$$\frac{١}{٤} \le \frac{١}{\sqrt{٧\text{س}^{٢} + ٩}} \le \frac{١}{٣}$$

$$\frac{١}{٤} \le \frac{١}{\sqrt{(٧\text{س}^{٢} + ٩)}} \le \frac{١}{٣}$$

$$\int_{-١}^{١} \frac{١}{٤}\, \text{ء س} \le \int_{-١}^{١} \frac{١}{\sqrt{(٧\text{س}^{٢} + ٩)}}\, \text{ء س} \le \int_{-١}^{١} \frac{١}{٣}\, \text{ء س}$$

$$\frac{١}{٢} \le \int_{-١}^{١} \frac{١}{\sqrt{(٧\text{س}^{٢} + ٩)}}\, \text{ء س} \le \frac{٢}{٣}$$

السؤال الرابع (أ):

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^{٢}\text{س} + \frac{\text{جا ٢س جتاس}}{٢}}\ \text{ءس}$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^{٢}\text{س} + \frac{\text{٢جاس جتا}^{٢}\text{س}}{٢}}\ \text{ءس}$$

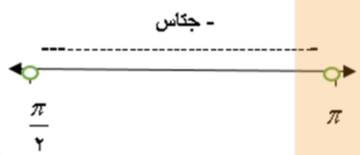
$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^{٢}\text{س}\left(١ + \text{جاس}\right)}\ \text{ءس}$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^{٢}\text{س}}\ \sqrt{\left(١ + \text{جاس}\right)}\ \text{ءس}$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left|\text{جتاس}\right| \sqrt{\left(١ + \text{جاس}\right)}\ \text{ءس}$$

جتاس = ٠

$$\text{س} = \frac{\pi}{٢} ، \frac{٣\pi}{٢} \quad \notin \quad]\frac{\pi}{٢} ، \pi[$$



$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\text{جتاس} \sqrt{\left(١ + \text{جاس}\right)}\ \text{ءس}$$

ع = ١ + جاس

$$\frac{\text{ءع}}{\text{ءس}} = \text{جتاس}$$

$$\text{ءس} = \frac{\text{ءع}}{\text{جتاس}}$$

$$\int -\text{جتاس} \sqrt{\text{ع}}\ \frac{\text{ءع}}{\text{جتاس}}$$

$$= -\int \sqrt{\text{ع}}\ \text{ءع}$$

$$= \frac{-٢}{٣}\ \text{ع}^{\frac{٣}{٢}} + \text{جـ}$$

$$= \frac{-٢}{٣} \sqrt{\left(١ + \text{جاس}\right)^{٣}} + \text{جـ}$$

وعليه

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\text{جتاس} \sqrt{\left(١ + \text{جاس}\right)}\ \text{ءس} = \frac{-٢}{٣} \sqrt{\left(١ + \text{جاس}\right)^{٣}}\ \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$= \frac{-٢}{٣} \sqrt{\left(١ + \text{جا}\,\pi\right)^{٣}} - \frac{-٢}{٣} \sqrt{\left(١ + \text{جا}\,\frac{\pi}{٢}\right)^{٣}}$$

$$= \frac{-٢}{٣} \sqrt{١} - \frac{-٢}{٣} \sqrt{٨}$$

$$= \frac{٤\sqrt{٢} - ٢}{٣}$$

السؤال الرابع (ب) :

$\text{م}(\text{س}) = \text{س}\ \text{لو}_{\text{ه}}\ \text{س}$ اقتران اصلي للاقتران $\text{ن}(\text{س}) \longleftarrow\ \therefore \text{ن}(\text{س}) = \text{م}'(\text{س})$

$$\int_{١}^{\text{ه}} \left(٤\,\text{ن}(\text{س}) + \text{ه}\right) \text{ءس} + \int_{٩}^{\text{ه}^{٢}} \frac{\text{أ}}{\text{ه} - ٣}\, \text{ءس} = ٣ + \text{ه}$$

$$٤\,\text{م}(\text{س})\Big|_{١}^{\text{ه}} + \text{ه}(\text{ه} - ١) + \frac{\text{أ}}{\text{ه} - ٣}\left(\text{ه}^{٢} - ٩\right) = ٣ + \text{ه}$$

$$٤\left(\text{م}(\text{ه}) - \text{م}(١)\right) + \text{ه}^{٢} - \text{ه} + \frac{\text{أ}}{\text{ه} - ٣}(\text{ه} - ٣)(\text{ه} + ٣) = ٣ + \text{ه}$$

$$٤ \times \left(\text{ه}\ \text{لو}_{\text{ه}}\ \text{ه} - ١\ \text{لو}_{\text{ه}}\ ١\right) + \text{ه}^{٢} - \text{ه} + \text{أ}(\text{ه} + ٣) = ٣ + \text{ه}$$

$$٤ \times (\text{ه} - ٠) + \text{ه}^{٢} - \text{ه} + \text{أ}(\text{ه} + ٣) = ٣ + \text{ه}$$

$$\text{أ} = \frac{٣ - \text{ه}^{٢} - ٢\text{ه}}{٣ + \text{ه}} = \frac{(-\text{ه} + ١)(\text{ه} + ٣)}{٣ + \text{ه}} = (-\text{ه} + ١)$$

السؤال الرابع (ج):

$\text{س} - \text{ص} + \text{ع} = ٦$

$\text{س} + ٢\text{ص} + \text{ع} = ٣$

$٢\text{س} + \text{ص} - \text{ع} = ٠$

$$\overline{\text{أ}} = \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ١ & ٢ & ١ & ٣ \\ ٢ & ١ & -١ & ٠ \end{array}\right]$$

$$\text{ص}_{٢} - \text{ص}_{١} \Leftarrow \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ٠ & ٣ & ٠ & -٣ \\ ٢ & ١ & -١ & ٠ \end{array}\right]$$

$$\text{ص}_{٣} - ٢\text{ص}_{١} \Leftarrow \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ٠ & ٣ & ٠ & -٣ \\ ٠ & ٣ & -٣ & -١٢ \end{array}\right]$$

$$\text{ص}_{٣} - \text{ص}_{٢} \Leftarrow \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ٠ & ٣ & ٠ & -٣ \\ ٠ & ٠ & -٣ & -٩ \end{array}\right]$$

$-٣\text{ع} = -٩ \Leftarrow \text{ع} = ٣$

$٣\text{ص} = -٣ \Leftarrow \text{ص} = -١$

$\text{س} + ١ + ٣ = ٦ \Leftarrow \text{س} = ٢$

السؤال الخامس (أ):

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{٢(\text{س}+\text{ك})}{\text{ك}}$$

$$\sigma_{٤} = \{ ٠ ، \text{ك} ، ٣\text{ك} ، ٧\text{ك} ، ١٠\text{ك} \}$$

الفترات الجزئية هي : $[٠ ، \text{ك}] ، [\text{ك} ، ٣\text{ك}] ، [٣\text{ك} ، ٧\text{ك}] ، [٧\text{ك} ، ١٠\text{ك}]$

$$\text{م}(\sigma_{\text{ن}} ، \text{ق}) = \sum_{١}^{\text{ن}} (\text{س}_{\text{ر}} - \text{س}_{\text{ر}-١})\, \text{ق}(\text{س}^{*}_{\text{ر}}) \quad (\text{س}^{*}_{\text{ر}} = \text{س}_{\text{ر}-١})$$

$$\text{م}(\sigma_{٤} ، \text{ق}) = \sum_{١}^{٤} (\text{س}_{\text{ر}} - \text{س}_{\text{ر}-١})\, \text{ق}(\text{س}^{*}_{\text{ر}}) \quad (\text{س}^{*}_{\text{ر}} = \text{س}_{\text{ر}-١})$$

$$٢٧٠ = (\text{ك} \times \text{ق}(٠) + ٢\text{ك} \times \text{ق}(\text{ك}) + ٤\text{ك} \times \text{ق}(٣\text{ك}) + ٣\text{ك} \times \text{ق}(٧\text{ك}))$$

$$٢٧٠ = \text{ك} \times ٢ + ٢\text{ك} \times ٤ + ٤\text{ك} \times ٨ + ٣\text{ك} \times ١٦$$

$$٢٧٠ = ٩٠\text{ك}$$

$$\text{ك} = ٣$$

السؤال الخامس ب :

$$\text{م}_{\text{ع}} = \frac{\text{س}^{٥}}{(\sqrt{\text{س}} - ١)^{٧}}$$

$$\text{م}_{\text{م}} = \frac{-١}{\text{م}_{\text{ع}}} \leftarrow$$

$$\text{ق}'(\text{س}) = \text{م}_{\text{م}} = \frac{-(\sqrt{\text{س}} - ١)^{٧}}{\text{س}^{٥}}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \int \text{ق}'(\text{س})\, \text{ء}\text{س}$$

$$= \int \frac{-(\sqrt{\text{س}} - ١)^{٧}}{\text{س}^{٥}}\, \text{ء}\text{س}$$

$$= \int \frac{-(\sqrt{\text{س}})^{٧} \left(١ - \frac{١}{\sqrt{\text{س}}}\right)^{٧}}{\text{س}^{٥}}\, \text{ء}\text{س}$$

$$ع = ١ - \frac{١}{\sqrt{س}}$$

$$\frac{دع}{دس} = \frac{-١}{٢\,س^{\frac{٣}{٢}}}$$

$$دس = -٢\,س^{\frac{٣}{٢}}\,دع$$

$$ق(س) = \int -\,س^{\frac{-٣}{٢}} \times ع^{٧} \times -٢\,س^{\frac{٣}{٢}}\,دع$$

$$= \frac{-\,ع^{٨}}{٤} + جـ$$

$$ق(س) = -\frac{\left(١ - \frac{١}{\sqrt{س}}\right)^{٨}}{٤} + جـ$$

$$ق(١) = ٣ \Leftarrow ٣ = \frac{(٠)^{٨}}{٤} + جـ$$

$$جـ = ٣$$

$$ق(س) = -\frac{\left(١ - \frac{١}{\sqrt{س}}\right)^{٨}}{٤} + ٣$$

السؤال الخامس (ج):

$$\int_{-١}^{١} |س|\, لو_{هـ}(س^{٢}+١)\,دس$$

$$\int_{-١}^{٠} -س\, لو_{هـ}(س^{٢}+١)\,دس + \int_{٠}^{١} س\, لو_{هـ}(س^{٢}+١)\,دس$$

$$ع = س^{٢} + ١$$

$$\frac{دع}{دس} = ٢س$$

$$دس = \frac{دع}{٢س}$$

$$ع|_{س=-١} = ٢ \quad / \quad ع|_{س=٠} = ١ \quad / \quad ع|_{س=١} = ٢$$

$$\int_{٢}^{١} -\text{س لوهـ(ع)}\,\frac{\text{دع}}{\text{٢س}} + \int_{١}^{٢} \text{س لوهـ(ع)}\,\frac{\text{دع}}{\text{٢س}}$$

$$= \int_{١}^{٢} \frac{١}{٢}\,\text{لوهـ(ع) دع} + \int_{١}^{٢} \frac{١}{٢}\,\text{لوهـ(ع) دع}$$

$$= \int_{١}^{٢} \text{لوهـ(ع) دع}$$

$\text{ن} = \text{لوهـ ع}$ $\qquad$ $\text{دص} = \text{دع}$

$\frac{\text{دن}}{\text{دع}} = \frac{١}{\text{ع}}$ $\qquad \times \qquad$ $\int \text{دص} = \int \text{دع}$

$\text{دن} = \frac{\text{دع}}{\text{ع}}$ $\qquad - \int \qquad$ $\text{ص} = \text{ع}$

$$\int_{١}^{٢} \text{لوهـ(ع) دع} = \text{ع لوهـ(ع)}\Big|_{١}^{٢} - \int_{١}^{٢} \text{دع}$$

$$= \left(\text{٢ لوهـ(٢)} - \text{١ لوهـ(١)}\right) - (٢ - ١)$$

$$= \text{٢ لوهـ(٢)} - ١$$

حل آخر :

$\text{ن} = \text{لوهـ}(\text{س}^{٢} + ١)$ $\qquad$ $\text{دع} = -\text{س دس}$

$\text{دن} = \frac{\text{٢س دس}}{\text{س}^{٢} + ١}$ $\qquad$ $\text{ع} = \frac{-\text{س}^{٢}}{٢}$

أيضا

$\text{ن} = \text{لوهـ}(\text{س}^{٢} + ١)$ $\qquad$ $\text{دع} = \text{س دس}$

$\text{دن} = \frac{\text{٢س دس}}{\text{س}^{٢} + ١}$ $\qquad$ $\text{ع} = \frac{\text{س}^{٢}}{٢}$

$$\int_{-١}^{٠} -\text{س لوهـ}(\text{س}^{٢}+١)\,\text{دس} + \int_{٠}^{١} \text{س لوهـ}(\text{س}^{٢}+١)\,\text{دس} =$$

$$\left(\frac{-\text{س}^{٢}}{٢}\,\text{لوهـ}(\text{س}^{٢}+١) - \int_{-١}^{٠} \frac{-\text{س}^{٣}}{\text{س}^{٢}+١}\,\text{دس}\right) + \left(\frac{\text{س}^{٢}}{٢}\,\text{لوهـ}(\text{س}^{٢}+١) - \int_{٠}^{١} \frac{\text{س}^{٣}}{\text{س}^{٢}+١}\,\text{دس}\right)$$

باجراء قسمة طويلة ينتج :

$$\begin{array}{r|l} & \text{س} \\ \hline \text{س}^{٢} + ١ & \text{س}^{٣} \\ & \text{س}^{٣} + \text{س} \\ \hline & -\text{س} \end{array}$$

$$\left(\frac{-\text{س}^{٢}}{٢}\,\text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{٢}+١)+\int_{-١}^{٠}\text{س}+\frac{-\text{س}}{\text{س}^{٢}+١}\,\text{ءس}\right)+\left(\frac{\text{س}^{٢}}{٢}\,\text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{٢}+١)-\int_{٠}^{١}\text{س}+\frac{-\text{س}}{\text{س}^{٢}+١}\,\text{ءس}\right)$$

$$=\left.\left(\frac{-\text{س}^{٢}}{٢}\,\text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{٢}+١)+\frac{\text{س}^{٢}}{٢}-\frac{١}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{٢}+١)\right)\right|_{-١}^{٠}+\left.\left(\frac{\text{س}^{٢}}{٢}\,\text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{٢}+١)-\frac{\text{س}^{٢}}{٢}+\frac{١}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{٢}+١)\right)\right|_{٠}^{١}$$

$$=٠-\left(\frac{-١}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}(٢)+\frac{١}{٢}-\frac{١}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}(٢)\right)+\left(\frac{١}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}(٢)-\frac{١}{٢}+\frac{١}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}(٢)\right)-٠$$

$$=\ ٢\text{لـو}_{\text{هـ}}(٢)-١$$

<u>السؤال السادس (أ):</u>

$\text{ع}(٠)=١٠$ ، $\text{ف}(٠)=٥$

$\text{ت}=\text{أ}$ ، $\text{ع}(٥)=٠$

$\text{ع}=\int \text{ت}\,\text{ءن}=\int \text{أ}\,\text{ءن}$

$\text{ع}=\text{أ}\text{ن}+\text{جـ}$

$\text{ع}(٠)=١٠ \Leftarrow ١٠=\text{أ}\times٠+\text{جـ}$

$\text{جـ}=١٠ \Leftarrow \text{ع}=\text{أ}\text{ن}+١٠$

$\text{ع}(٥)=٠ \Leftarrow ٠=٥\text{أ}+١٠$

$\text{أ}=-٢ \Leftarrow \text{ع}=-٢\text{ن}+١٠$

$\text{ف}=\int \text{ع}\,\text{ءن}$

$\text{ف}=\int -٢\text{ن}+١٠\,\text{ءن}$

$\text{ف}=-\text{ن}^{٢}+١٠\text{ن}+\text{ء}$

$\text{ف}(٠)=٥ \Leftarrow \text{ء}=٥$

$\text{ف}=-\text{ن}^{٢}+١٠\text{ن}+٥$

$\text{ف}|_{\text{ن}=٥}=-٢٥+٥٠+٥$

$\text{ف}=٣٠$ م

المسافة التي قطعها الجسم خلال حركته = ف(٥) – بعده عن نقطة الاصل لحظة الانطلاق.

المسافة المقطوعة هي :

$\text{ف}(٥)-٥\ =\ ٢٥$ م

السؤال السادس (ب):

$$\int_{0}^{\pi} \frac{\text{جتا س هـ}^{\text{جا س}}}{\text{جا س} + ١} \, \text{ء س} =$$

$$\text{ق} = \frac{١}{\text{جا س} + ١} \qquad \text{ء ع} = \text{جتا س هـ}^{\text{جا س}} \, \text{ء س}$$

$$\text{ء ق} = \frac{-\text{جتا س ء س}}{(\text{جا س} + ١)^{٢}} \qquad \text{ع} = \text{هـ}^{\text{جا س}}$$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جتا س هـ}^{\text{جا س}}}{\text{جا س} + ١} \, \text{ء س} = \left. \frac{\text{هـ}^{\text{جا س}}}{\text{جا س} + ١} \right|_{0}^{\frac{\pi}{٢}} - \int_{0}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{-\text{جتا س هـ}^{\text{جا س}}}{(\text{جا س} + ١)^{٢}} \, \text{ء س} =$$

$$\text{ص} = \text{جا س}$$

$$\text{ء س} = \frac{\text{ء ص}}{\text{جتا س}}$$

$$\text{س} = ٠ \leftarrow \text{ص} = ٠$$

$$\text{س} = \frac{\pi}{٢} \leftarrow \text{ص} = ١$$

$$= \left(\frac{\text{هـ}}{٢} - ١\right) - \int_{0}^{١} \frac{-\cancel{\text{جتا}}\text{ س هـ}^{\text{ص}}}{(\text{ص} + ١)^{٢}} \, \frac{\text{ء ص}}{\cancel{\text{جتا}}\text{ س}}$$

$$= \left(\frac{\text{هـ}}{٢} - ١\right) + \int_{0}^{١} \frac{\text{هـ}^{\text{ص}} \, \text{ء ص}}{(\text{ص} + ١)^{٢}}$$

$$= \left(\frac{\text{هـ}}{٢} - ١\right) + (\text{أ} + ١)$$

$$= \frac{\text{هـ} + ٢\text{أ}}{٢}$$

<u>السؤال السادس (ج):</u>

$$\begin{vmatrix} ١ & -١ & \text{ب} \\ ١-\text{ب} & \text{ب} & \text{ب}-١ \\ \text{ب} & -\text{ب} & ١ \end{vmatrix} = ١-\text{ب}^{٢} \;\Leftarrow\; \text{ص}_{٢}+\text{ص}_{٣} \Leftarrow \begin{vmatrix} ١ & -١ & \text{ب} \\ ١ & ٠ & \text{ب} \\ \text{ب} & -\text{ب} & ١ \end{vmatrix}$$

$$\text{ص}_{٢}-\text{ص}_{١} \Leftarrow \begin{vmatrix} ١ & -١ & \text{ب} \\ ٠ & ١ & ٠ \\ \text{ب} & -\text{ب} & ١ \end{vmatrix} \;\Leftarrow\; \text{ص}_{٣}-\text{ب}\,\text{ص}_{١} \Leftarrow \begin{vmatrix} ١ & -١ & \text{ب} \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١-\text{ب}^{٢} \end{vmatrix}$$

تحولت المصفوفة لمثلثية علوية وبالتالي

$$\begin{vmatrix} ١ & -١ & \text{ب} \\ ١-\text{ب} & \text{ب} & \text{ب}-١ \\ \text{ب} & -\text{ب} & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & -١ & \text{ب} \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١-\text{ب}^{٢} \end{vmatrix}$$

المحدد = $\begin{vmatrix} ١ & -١ & \text{ب} \\ ١-\text{ب} & \text{ب} & \text{ب}-١ \\ \text{ب} & -\text{ب} & ١ \end{vmatrix} = \left(١\times١\times١\right)-\text{ب}^{٢}$

$= ١-\text{ب}^{٢}$

وهو المطلوب.

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم / محافظة طولكرم

الامتحان الموحد في مبحث الرياضيات
للصف الثاني الثانوي العلمي (التوجيهي)
الـــورقة الثانية

التاريخ: ٩ / ٥ / ٢٠٢٤م
مدة الامتحان : ساعتان وخمس واربعون دقيقة
مجموع العلامات : (١٠٠ علامة)

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة ستة أسئلة ، اجب عن خمسة اسئلة منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠)فقرات من نوع اختيار من متعدد ، ومن اربعة بدائل ،اختر البديل الصحيح ، ثم انقله الى دفتر الاجابة :

١)اذا كان م(س) ، هـ (س) اقترانين اصليين مختلفين للاقتران ق(س) فان $\int \text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{هـ}^{(\text{م(س)}-\text{هـ(س)})}\ \text{ءس}$ **. يمثل اقترانا :**

ثابتا   خطيا   تربيعيا   لوغاريتميا

٢) اذا كان ن(س) اقتران معرف على [−١، ٢] و كانت $\sigma_{\text{ن}}$ **تجزئه منتظمة للفترة [−١، ٢]، بحيث**

$\text{م}(\sigma_{\text{ن}}، \text{ن}) = ٨ - \left(\dfrac{\text{ن}(٢-٦\text{ن})}{٣-٢\text{ن}^٢}\right)$ ، **جد** $\int_{٢}^{-١} (٢\text{ن(س)}+١)\ \text{ءس}$؟

-١٧   -٢٥   -١٩   -١٣

٣) جد $\int_{-١}^{١} \dfrac{\text{س}^٢ - ٤}{\sqrt{\text{س}^٢ - ٤\text{س} + ٤}}\ \text{ءس}$؟

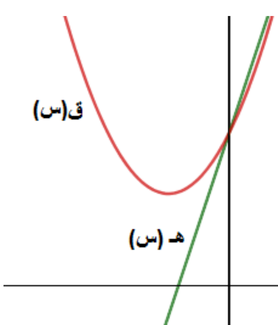
-٥   ٤   -٤   ٥

٤) اذا كانت $\text{أ}_{١\times٣}$، $\text{ب}_{٢\times١}$، $\text{جـ}_{٢\times٣}$ **، أي العمليات التالية يمكن اجراؤها على المصفوفات أ،ب،جـ ؟**

أ×ب+جـ   أ×جـ+ ب   ب×أ+أ   ب×أ+جـ

٥) معتمدا على الشكل المجاور اذا كان هـ(س) = ٣س + ٥ و كان $\bar{\text{ن}}$**(س) = ٢س + ٢ ، جد ن(٢)؟**

٥   ٤   ٩   ١٣



٦) $\dfrac{\text{ء}}{\text{ءس}}\left(\int \text{جتا}٢\text{س} - ٢\text{جتا}^٢\text{س}\ \text{ءس}\right)$ **يساوي**

١   -١   ٢   صفر

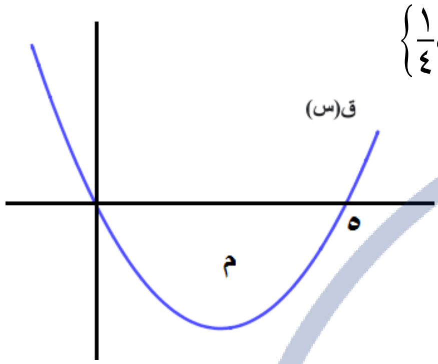
٧) اذا كانت س،ص مصفوفتين غير منفردتين من الرتبة ن × ن ، حيث $\left|٢\text{س}\text{ص}^{-١}\right| = ٨، |\text{س}| = ٣، |\text{ص}| = ١٢$ **، جد قيمة ن ؟**

٣٢   ١٦   ٥   ٣

لاحظ الصفحة التالية   **يتبع صفحة (٢).............**

٨) عند حل نظام من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س،ص بطريقة كريمر ، وجد أن $أ_{س} . أ_{ص} = \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٨ & -١٢ \end{bmatrix}$ ، $س.ص = ٤$، جد $|أ|$ ؟

$\{-٢،٢\}$ $\{-٤،٤\}$ $\{-٨،٨\}$ $\{-\frac{١}{٤}،\frac{١}{٤}\}$



٩) في الشكل المجاور اذا كانت المساحة (م) المحصورة بين منحنى ق(س) و محور السينات تساوي ٨ وحدة مربعة جد $\int_{٠}^{٥} (١ - ق(س))\, دس$ ؟

-٣ ٩ -١٣ ١٣

١٠)اذا كان $\int_{س}^{١} ق(ص)\, دص = س^{٢} + أس - ٤$ ، جد ق(٤) ؟

-١٣ -٢١ ١٣ ٢١

السؤال الثاني (٢٠ علامة) :

أ) باستخدام تعريف التكامل المحدود جد $\int_{-١}^{٣} (٥ - ٤س)\, دس$ ؟ (٦علامات)

ب) اذا كان ميل العمودي لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة تقع عليه تعطى بالقاعدة $\frac{س^{٢}}{لـــو_{هـ} س}$ ، جد معادلة الاقتران ق(س) علماً بأنه يمر بالنقطة (١ ، ٢) ؟ (٧ علامات)

جـ) اذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$ ، ب مصفوفة من الرتبة الثانية بحيث $ب_{يهـ} = \begin{cases} -٢ ، & ي = هـ \\ هـ - ٣ي + ٢ ، & ي \neq هـ \end{cases}$ ،

جد المصفوفة س بحيث $س = ٣ب(أ - م)$؟ (٧علامات)

السؤال الثالث (٢٠ علامة) :

أ) ليكن $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - س & ٠ \le س < ٣ \\ ٢س^{٢} - ٢س & ٣ \le س \le ٥ \end{cases}$ ، جد ما يلي

١) ت(س) على الفترة [٠ ، ٥] . ٢) $\int_{١}^{٤} ق(س)\, دس$. (٨علامات)

ب) اذا كانت $\sigma_{٣٠}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ب] و كان الفرق بين مثلي العنصر الثالث عشر و العنصر الخامس عشر يساوي ٧ جد قيمة ب ؟ (٥ علامات)

لاحظ الصفحة التالية يتبع صفحة (٣)........................

ج) حل نظام المعادلات التالي باستخدام طريقة جاوس؟ **(٧ علامات)**

$\boxed{٢س - ص + ٤ع = ٣}$ ، $\boxed{٣س + ٣ص - ٢ع = ٢}$ ، $\boxed{س - ٣ع = -٧}$

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عن اثنين منها

السؤال الرابع (٢٠ علامة) :

أ) اذا كان $\int_{٠}^{١}\left(\frac{٥}{٢} - ٤ق(س)\right)دس = \int_{١}^{٠}\left(٢س + \frac{ق(س)}{٢}\right)دس$ ، $\int_{٥}^{٣}(٢ق(س-٢))\,دس = ٢٠$، جد $\int_{٠}^{٣}ق(س)\,دس$ ؟

(٧ علامات)

ب) جد $\int_{لـو_هـ ٣}^{لـو_هـ ٨}\sqrt{١ + هـ^{س}}\;دس$ ؟ **(٧ علامات)**

جـ) اذا كانت $ب^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة س ان امكن علما بان $(س^{-١}ب)^{-١} = ب^{٩}$ ؟ **(٦ علامات)**

السؤال الخامس (٢٠ علامة):

أ) جد $\int س^{٥}(س^{١٠} + س^{٦})^{\frac{١}{٣}}\,دس$. **(٧ علامات)**

ب) احسب المساحة المحصورة بين $ق(س) = ١ - س^{٢}$ و محور الصادات و المستقيم $س + ص = ٥$ و المستقيم $ص = س - ١$؟ **(٧ علامات)**

جـ)باستخدام خصائص المحددات اثبت أن $\begin{vmatrix} أ & ب & ب \\ ب & أ & ب \\ ب & ب & أ \end{vmatrix} = (أ + ٢ب)(أ - ب)^{٢}$ ؟ **(٦ علامات)**

السؤال السادس (٢٠ علامة):

أ) دون إيجاد التكامل اثبت أن $\frac{\pi}{٢} \leq \int_{٠}^{\frac{٣\pi}{٢}}\frac{١}{\sqrt{٥جا^{٢}س + ٤}}\,دس \leq \frac{٣\pi}{٤}$ ؟ **(٧علامات)**

ب) جد $\int \frac{جتا^{٣}س}{(٣جاس + جتاس)^{٥}}\,دس$ **(٦ علامات)**

جـ) اذا كان $\int_{٠}^{٢}\sqrt{س^{٤} + ٩}\,دس = أ$ ، جد بدلالة أ **قيمة** $\int_{٠}^{٢}\frac{س^{٤}}{\sqrt{س^{٤} + ٩}}\,دس$. **(٧ علامات)**

انتهت الأسئلة

الاجابة النموذجية للامتحان التجريبي طولكرم ٢٠٢٣-٢٠٢٤ الورقة الثانية

السؤال الاول

رقم الفقرة	البديل الصحيح
١	خطيا
٢	-١٣
٣	-٤
٤	ب × أ + جـ
٥	١٣
٦	-١
٧	٥
٨	{−٤،٤}
٩	١٣
١٠	-٢١

السؤال الثاني:

$$\int_{-١}^{٣}(٥-٤\text{س})\,\text{ءس} \text{ ، } \text{س}^{*}_{\text{ر}}=\text{س}_{\text{ر}} \text{ ، } \text{ق(س)}=٥-٤\text{س} \text{ ، } [-١،٣]$$

أ) $$\text{ل}=\frac{٣--١}{\text{ن}}=\frac{٤}{\text{ن}} \text{ ، } \text{س}^{*}_{\text{ر}}=\text{س}_{\text{ر}}=-١+\frac{٤}{\text{ن}}\text{ر}$$

$$\text{ق}(\text{س}^{*}_{\text{ر}})=\text{ق}\left(-١+\frac{٤}{\text{ن}}\text{ر}\right)=٥-٤\left(-١+\frac{٤}{\text{ن}}\text{ر}\right)=٥+٤-\frac{١٦}{\text{ن}}\text{ر}=٩-\frac{١٦}{\text{ن}}\text{ر}$$

$$\text{م}(\sigma_{\text{ن}}\text{،ق})=\frac{٤}{\text{ن}}\sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}}\text{ق}(\text{س}^{*}_{\text{ر}})=\frac{٤}{\text{ن}}\sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}}\left(٩-\frac{١٦}{\text{ن}}\text{ر}\right)=\frac{٤}{\text{ن}}\left(٩\text{ن}-\frac{\overset{٨}{\cancel{١٦}}}{\cancel{\text{ن}}}\times\frac{\cancel{\text{ن}}(\text{ن}+١)}{\cancel{٢}}\right)$$

$$=\frac{٤}{\text{ن}}(٩\text{ن}-٨\text{ن}-٨)=\frac{٤}{\text{ن}}\times\text{ن}+\frac{٤}{\text{ن}}\times-٨=٤-\frac{٣٢}{\text{ن}}\Leftarrow\int_{-١}^{٣}(٥-٤\text{س})\,\text{ءس}=\lim_{\text{س}\to\infty}\left(٤-\frac{٣٢}{\text{ن}}\right)=٤$$

ب) $$\text{ق}'(\text{س})=\frac{-١}{\text{م}_{\text{ع}}}=\frac{-\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{\text{س}^{٢}}\Leftarrow\text{ق(س)}=\int-\overset{\text{ق}}{\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}\,.\,\overset{\text{ءهـ}}{\text{س}^{-٢}\,\text{ءس}}$$

$$\text{ق}=-\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} \qquad \text{ءهـ}=\text{س}^{-٢}\,\text{ءس}$$

$$\text{ءق}=\frac{-١}{\text{س}}\,\text{ءس} \qquad \xrightarrow{\int} \qquad \text{هـ}=\frac{-١}{\text{س}}$$

$$\text{ق(س)}=\frac{\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{\text{س}}-\int\frac{١}{\text{س}^{٢}}\,\text{ءس}=\frac{\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{\text{س}}+\frac{١}{\text{س}}+\text{جـ}$$

$$\because \text{ق}(١)=٢\Leftarrow ٢=\frac{\text{لو}_{\text{هـ}}١}{١}+١+\text{جـ}\Leftarrow\text{جـ}=١\Leftarrow\text{ق(س)}=\frac{\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{\text{س}}+\frac{١}{\text{س}}+١$$

$$\text{ب}=\begin{bmatrix}\text{ب}_{١١} & \text{ب}_{٢١}\\ \text{ب}_{١٢} & \text{ب}_{٢٢}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-٢ & ٢-٣+٢\\ ١-٦+٢ & -٢\end{bmatrix}\Leftarrow\text{ب}=\boxed{\begin{bmatrix}-٢ & ١\\ -٣ & -٢\end{bmatrix}}$$

ج) $$\text{س}=٣\begin{bmatrix}-٢ & ١\\ -٣ & -٢\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}٦ & ٣\\ -١ & ٤\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}١ & ٠\\ ٠ & ١\end{bmatrix}\right)=٣\begin{bmatrix}-٢ & ١\\ -٣ & -٢\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٥ & ٣\\ -١ & ٣\end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow\text{س}=٣\begin{bmatrix}-١١ & -٣\\ -١٣ & -١٥\end{bmatrix}\quad\Leftarrow\quad\text{س}=\boxed{\begin{bmatrix}-٣٣ & -٩\\ -٣٩ & -٤٥\end{bmatrix}}$$

السؤال الثالث:-أ) $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - س ، & ٠ \le س < ٣ \\ ٢س^{٢} - ٢س ، & ٣ \le س \le ٥ \end{cases} \Rightarrow ت(س) = \begin{cases} \int س^{٢} - س . ءس ، & ٠ \le س < ٣ \\ \int ٢س^{٢} - ٢س . ءس ، & ٣ \le س \le ٥ \end{cases}$

$ت(س) = \begin{cases} \frac{س^{٣}}{٣} - \frac{س^{٢}}{٢} + جـ ، & ٠ \le س < ٣ \\ \frac{٢س^{٣}}{٣} - س^{٢} + ء ، & ٣ \le س \le ٥ \end{cases} \Rightarrow ت(٠) = ٠ \rightarrow \boxed{جـ = ٠}$

ت(س) متصل اذن

$\underset{س \to ٣^{-}}{نهـا} ت(س) = \underset{س \to ٣^{+}}{نهـا} ت(س) \Rightarrow \frac{٢٧}{٣} - \frac{٩}{٢} = \frac{٢ \times ٢٧}{٣} - ٩ + ء \rightarrow \frac{٩}{٢} = ٩ + ء \rightarrow \boxed{ء = \frac{-٩}{٢}}$

اذن ١) $ت(س) = \begin{cases} \frac{س^{٣}}{٣} - \frac{س^{٢}}{٢} ، & ٠ \le س < ٣ \\ \frac{٢س^{٣}}{٣} - س^{٢} - \frac{٩}{٢} ، & ٣ \le س \le ٥ \end{cases}$

٢) $\int_{١}^{٤} ق(س) ءس = ت(٤) - ت(١) = (\frac{٢(٤)^{٣}}{٣} - ٤^{٢} - \frac{٩}{٢}) - (\frac{١}{٣} - \frac{١}{٢}) = \frac{١٢٨}{٣} - ١٦ - \frac{٩}{٢} - \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢}$

$= \frac{١٢٧}{٣} - ١٦ - ٤ = \frac{١٢٧}{٣} - ٢٠ = \frac{١٢٧}{٣} - \frac{٦٠}{٣} = \frac{٦٧}{٣}$

ب) $س_{ر} = أ + \frac{ب - أ}{ن} ر \Rightarrow ٢س_{١٢} - س_{١٤} = ٧ \Rightarrow \left(٢ + \frac{ب-٢}{٣٠} \times ١٢\right) - \left(٢ + \frac{ب-٢}{٣٠} \times ١٤\right) = ٧$

$٤ + \frac{ب-٢}{١٥} \times ١٢ - ٢ - \frac{٧(ب-٢)}{١٥} = ٧ \Rightarrow (ب-٢)\left(\frac{١٢}{١٥} - \frac{٧}{١٥}\right) = ٥$

$(ب-٢)\left(\frac{١٢-٧}{١٥}\right) = ٥ \Rightarrow (ب-٢)\frac{٥}{١٥} = ٥ \Rightarrow (ب-٢)\frac{١}{٣} = ٥ \Rightarrow ب = ١٥ + ٢ \Rightarrow \boxed{ب = ١٧}$

السؤال الثالث فرع ج

$$\overline{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ٢ & -١ & ٤ & ٣ \\ ٣ & ٣ & -٢ & ٢ \\ ١ & ٠ & -٣ & -٧ \end{array}\right] \Leftarrow ص_١ \Leftrightarrow ص_٣ \Leftarrow \overline{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & -٣ & -٧ \\ ٣ & ٣ & -٢ & ٢ \\ ٢ & -١ & ٤ & ٣ \end{array}\right]$$

$$\begin{cases} ص_٢ \leftarrow -٣ \times ص_١ + ص_٢ \\ ص_٣ \leftarrow -٢ \times ص_١ + ص_٣ \end{cases} \Leftarrow \overline{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & -٣ & -٧ \\ ٠ & ٣ & ٧ & ٢٣ \\ ٠ & -١ & ١٠ & ١٧ \end{array}\right] \Leftarrow ص_٣ \leftarrow ٣ \times ص_٣ + ص_٢ \Leftarrow \overline{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & -٣ & -٧ \\ ٠ & ٣ & ٧ & ٢٣ \\ ٠ & ٠ & ٣٧ & ٧٤ \end{array}\right]$$

$$\boxed{\begin{array}{c} ٣٧ع = ٧٤ \\ \boxed{ع = ٢} \end{array}} \Leftarrow \boxed{\begin{array}{c} ٣ص + ٧ع = ٢٣ \\ ٣ص + ١٤ = ٢٣ \\ ٣ص = ٩ \leftarrow \boxed{ص = ٣} \end{array}} \Leftarrow \boxed{\begin{array}{c} س - ٣ع = -٧ \\ س - ٦ = -٧ \\ \boxed{س = -١} \end{array}}$$

القسم الثاني

السؤال الرابع: - أ) $\int_{٠}^{١} \left(\frac{٥}{٢} - ٤ق(س)\right) دس = \int_{١}^{٠} \left(٢س - \frac{ق(س)}{٢}\right) دس$

$$\Leftarrow \int_{٠}^{١} \frac{٥}{٢} دس - ٤\int_{٠}^{١} ق(س) دس = -\int_{٠}^{١} ٢س دس - \int_{٠}^{١} \frac{ق(س)}{٢} دس$$

$$\Leftarrow \int_{٠}^{١} \frac{٥}{٢} دس + \int_{٠}^{١} ٢س دس = ٤\int_{٠}^{١} ق(س) دس - \int_{٠}^{١} \frac{ق(س)}{٢} دس \Leftarrow \frac{٥}{٢}(١ - ٠) + س^{٢} \Big|_{٠}^{١} = \frac{٧}{٢} \int_{٠}^{١} ق(س) دس$$

$$\Leftarrow \frac{٥}{٢} + ١ = \frac{٧}{٢} \int_{٠}^{١} ق(س) دس \Leftarrow \frac{٧}{٢} = \frac{٧}{٢} \int_{٠}^{١} ق(س) دس \Leftarrow \boxed{\int_{٠}^{١} ق(س) دس = ١}$$

الان: $\int_{٥}^{٣} ٢ق(س - ٢) دس = ٢٠$ نفرض $ص = س - ٢ \Leftarrow دص = دس$ عندما $\begin{array}{l} س = ٥ \leftarrow ص = ٣ \\ س = ٣ \leftarrow ص = ١ \end{array}$

$$\Leftarrow \int_{٣}^{١} ٢ق(ص) دص = ٢٠ \Leftarrow \int_{٣}^{١} ق(س) دس = ١٠$$

$$\Leftarrow \boxed{\int_{٠}^{٣} ق(س) دس = \int_{٠}^{١} ق(س) دس + \int_{١}^{٣} ق(س) دس = ١ + -١٠ = -٩}$$

تابع السؤال الرابع

ب) $\int_{\text{لوهـ}٣}^{\text{لوهـ}٨} \sqrt{١+\text{هـ}^{\text{س}}}\,\text{ءس}$ ، نفرض $\text{ص} = \sqrt{١+\text{هـ}^{\text{س}}} \Leftarrow \text{ص}^{٢} = ١+\text{هـ}^{\text{س}} \Leftarrow \text{ءس} = \frac{٢\text{ص}\,\text{ءص}}{\text{هـ}^{\text{س}}}$

عندما $\text{س} = \text{لوهـ}\,٨ \leftarrow \text{ص} = \sqrt{٩} = ٣$

$\text{س} = \text{لوهـ}\,٣ \leftarrow \text{ص} = \sqrt{٤} = ٢$ $\Leftarrow \int_{\text{لوهـ}٣}^{\text{لوهـ}٨} \sqrt{١+\text{هـ}^{\text{س}}}\,\text{ءس} = \int_{٢}^{٣} \text{ص} \times \frac{٢\text{ص}\,\text{ءص}}{\text{ص}^{٢}-١}$

$\int_{٢}^{٣} \text{ص} \times \frac{٢\text{ص}\,\text{ءص}}{\text{ص}^{٢}-١} = \int_{٢}^{٣} ٢\left(\frac{\text{ص}^{٢}-١+١}{\text{ص}^{٢}-١}\right) = \int_{٢}^{٣} ٢\left(١+\frac{١}{\text{ص}^{٢}-١}\right)\text{ءص} = \int_{٢}^{٣} ٢+\frac{٢}{\text{ص}^{٢}-١}\,\text{ءص}$ ، او القسمة الطويلة

$\int \frac{٢}{\text{ص}^{٢}-١}\,\text{ءص} \Leftarrow \frac{٢}{\text{ص}^{٢}-١} = \frac{\text{أ}}{\text{ص}-١} + \frac{\text{ب}}{\text{ص}+١} \Leftarrow ٢ = \text{أ}(\text{ص}+١)+\text{ب}(\text{ص}-١)$

عندما $\text{ص} = ١ \leftarrow \text{أ} = ١ \Leftarrow \text{ص} = -١ \leftarrow \text{ب} = -١$

$\int_{٢}^{٣} \frac{٢}{\text{ص}^{٢}-١}\,\text{ءص} = \int_{٢}^{٣} ٢+\frac{١}{\text{ص}-١}+\frac{-١}{\text{ص}+١}\,\text{ءص} = ٢\text{ص}+\text{لوهـ}|\text{ص}-١|-\text{لوهـ}|\text{ص}+١|\,\Big|_{٢}^{٣}$

$= (٦+\text{لوهـ}٢-\text{لوهـ}٤)-(٤+\text{لوهـ}١-\text{لوهـ}٣) \Leftarrow ٢+\text{لوهـ}٢-\text{لوهـ}٤+\text{لوهـ}٣ = ٢+\text{لوهـ}\frac{٢\times٣}{٤} = ٢+\text{لوهـ}\frac{٣}{٢}$

السؤال الرابع فرع ج

$(\text{س}^{-١}\text{ب})^{-١} = \text{ب}^{٩} \Leftarrow \text{ب}^{-١}\times(\text{س}^{-١})^{-١} = \text{ب}^{٩} \Leftarrow \text{ب}\times\text{ب}^{-١}\times\text{س} = \text{ب}\times\text{ب}^{٩} \Leftarrow \text{س} = \text{ب}^{١٠}$

نجد المصفوفة $\text{ب} \Leftarrow \text{ب} = (\text{ب}^{-١})^{-١} \Leftarrow |\text{ب}^{-١}| = ١ \Leftarrow \text{ب} = \frac{١}{١}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{\text{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}}$

$\text{ب}^{٢} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٤ & ١ \end{bmatrix}$

$\text{ب}^{٣} = \text{ب}\times\text{ب}^{٢} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٤ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٦ & ١ \end{bmatrix}$

$\text{ب}^{\text{ن}} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢\times\text{ن} & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow \text{ب}^{١٠} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢٠ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{\text{س} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢٠ & ١ \end{bmatrix}}$

السؤال الخامس:-

أ) $\int س^{٥}(س^{١٠}+س^{٦})^{\frac{١}{٣}}ءس=\int س^{٥}(س^{٦}(س^{٤}+١))^{\frac{١}{٣}}ءس=\int س^{٥}س^{٢}(س^{٤}+١)^{\frac{١}{٣}}ءس$

$\Leftarrow\int س^{٥}(س^{١٠}+س^{٦})^{\frac{١}{٣}}ءس=\int س^{٧}(س^{٤}+١)^{\frac{١}{٣}}ءس$

نفرض $ص=س^{٤}+١\Leftarrow ص-١=س^{٤}\Leftarrow \frac{ءص}{٤س^{٣}}=ءس\Leftarrow$

$=\int س^{٥}(س^{١٠}+س^{٦})^{\frac{١}{٣}}ءس=\int س^{٧}(س^{٤}+١)^{\frac{١}{٣}}ءس=\int \cancel{س^{٧}}^{\,س^{٤}}ص^{\frac{١}{٣}}\times\frac{ءص}{\cancel{٤س^{٣}}}=\frac{١}{٤}\int س^{٤}ص^{\frac{١}{٣}}ءص$

$\frac{١}{٤}\int(ص-١)ص^{\frac{١}{٣}}ءص=\frac{١}{٤}\int ص^{\frac{٤}{٣}}-ص^{\frac{١}{٣}}ءص=\frac{١}{٤}\times\left(\frac{٣}{٧}ص^{\frac{٧}{٣}}-\frac{٣}{٤}ص^{\frac{٤}{٣}}\right)+جـ$

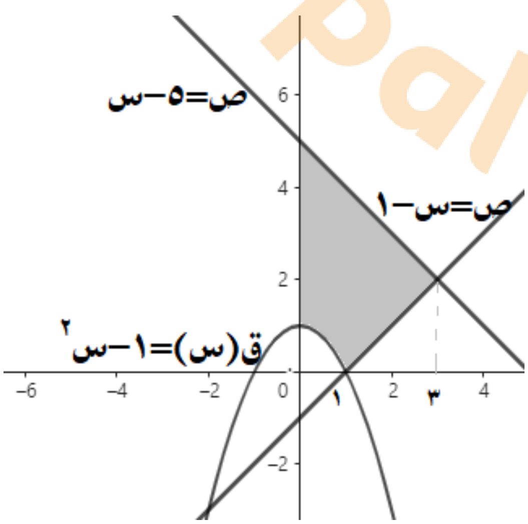
$=\frac{٣}{٢٨}(س^{٤}+١)^{\frac{٧}{٣}}-\frac{٣}{١٦}(س^{٤}+١)^{\frac{٤}{٣}}+جـ$

ب)نجد نقاط التقاطع

$ق=ص\Leftarrow ١-س^{٢}=٥-س\Leftarrow س^{٢}-س+٤=٠$ لا تحلل اذا لا يتقاطعان

$١-س^{٢}=س-١\Leftarrow س^{٢}+س-٢=٠\Leftarrow(س+٢)(س-١)=٠\Leftarrow س=-٢ ✗،\boxed{س=١}$

$ص=ص\Leftarrow ٥-س=س-١\Leftarrow ٦=٢س\Leftarrow\boxed{س=٣}$



المساحة المطلوبة =

$م=\int_{٠}^{١}(٥-س)-(١-س^{٢})ءس+\int_{١}^{٣}(٥-س)-(س-١)ءس$

$م=\int_{٠}^{١}(٤-س+س^{٢})ءس+\int_{١}^{٣}(٦-٢س)ءس$

$م=٤س-\frac{س^{٢}}{٢}+\frac{س^{٣}}{٣}\Big|_{٠}^{١}+٦س-س^{٢}\Big|_{١}^{٣}$

$م=(٤-\frac{١}{٢}+\frac{١}{٣}-٠)+(١٨-٩)-(٦-١)$

$م=\frac{٧}{٢}+\frac{١}{٣}+٩-٥=\frac{٧}{٢}+\frac{١}{٣}+٤\Leftarrow م=\boxed{\frac{٤٧}{٦}}$

السؤال الخامس :-

ج) $$\begin{vmatrix} أ & ب & ب \\ ب & أ & ب \\ ب & ب & أ \end{vmatrix} = (أ+٢ب)(أ-ب)^{٢} \Leftarrow ص_{١} \leftarrow ص_{١}+ص_{٢}+ص_{٣} \Leftarrow \begin{vmatrix} أ+٢ب & أ+٢ب & أ+٢ب \\ ب & أ & ب \\ ب & ب & أ \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} أ+٢ب & أ+٢ب & أ+٢ب \\ ب & أ & ب \\ ب & ب & أ \end{vmatrix} \xrightarrow[ص_{١}]{(أ+٢ب)} \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ب & أ & ب \\ ب & ب & أ \end{vmatrix}$$

$$(أ+٢ب)\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ب & أ & ب \\ ب & ب & أ \end{vmatrix} \xrightarrow[ص_{٣} \leftarrow ص_{٣} - ب ص_{١} + ص_{٣}]{ص_{٢} \leftarrow ص_{٢} - ب ص_{١} + ص_{٢}} (أ+٢ب)\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٠ & أ-ب & ٠ \\ ٠ & ٠ & أ-ب \end{vmatrix}$$

$$(أ+٢ب)\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٠ & أ-ب & ٠ \\ ٠ & ٠ & أ-ب \end{vmatrix} = (أ+٢ب)(أ-ب)^{٢}$$

السؤال السادس:-

أ) $\because$ س $\in \left[٠ ، \frac{٣\pi}{٢}\right] \Leftarrow ٠ \le س \le \frac{٣\pi}{٢} \Leftarrow -١ \le جاس \le ١$

$\Leftarrow ٠ \le جا^{٢}س \le ١ \Leftarrow ٠ \le ٥جا^{٢}س \le ٥ \Leftarrow ٤ \le ٥جا^{٢}س + ٤ \le ٩$

$\Leftarrow \sqrt{٤} \le \sqrt{٥جا^{٢}س+٤} \le \sqrt{٩} \Leftarrow ٢ \le \sqrt{٥جا^{٢}س+٤} \le ٣ \Leftarrow \frac{١}{٣} \le \frac{١}{\sqrt{٥جا^{٢}س+٤}} \le \frac{١}{٢}$

$\Leftarrow \int_{٠}^{\frac{٣\pi}{٢}} \frac{١}{٣} دس \le \int_{٠}^{\frac{٣\pi}{٢}} \frac{١}{\sqrt{٥جا^{٢}س+٤}} دس \le \int_{٠}^{\frac{٣\pi}{٢}} \frac{١}{٢} دس \Leftarrow \boxed{\frac{\pi}{٢} \le \int_{٠}^{\frac{٣\pi}{٢}} \frac{١}{\sqrt{٥جا^{٢}س+٤}} دس \le \frac{٣\pi}{٤}}$

السؤال السادس:-

ب) $$\int \frac{\text{جتا}^{٣}\text{س}}{(\text{٣جاس}+\text{جتاس})^{٥}}\,\text{ءس} = \int \frac{\text{جتا}^{٣}\text{س}}{(\text{جتاس}(\text{٣ظاس}+١))^{٥}}\,\text{ءس} = \int \frac{\text{جتا}^{٣}\text{س}}{\text{جتا}^{٥}\text{س}(\text{٣ظاس}+١)^{٥}}\,\text{ءس}$$

$$\int \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{س}(\text{٣ظاس}+١)^{٥}}\,\text{ءس} = \int \frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{(\text{٣ظاس}+١)^{٥}}\,\text{ءس} \Leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{ص} = \text{٣ظاس}+١ \\ \dfrac{\text{ءص}}{\text{٣قا}^{٢}\text{س}} = \text{ءس} \end{array} \right.$$

$$\Leftarrow \int \frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{\text{ص}^{٥}} \times \frac{\text{ءص}}{\text{٣قا}^{٢}\text{س}} = \frac{١}{٣}\int \text{ص}^{-٥}\,\text{ءص} = \frac{١}{٣} \times \frac{\text{ص}^{-٤}}{-٤} + \text{جـ}$$

$$\Leftarrow \frac{-١}{١٢\,\text{ص}^{٤}} + \text{جـ} = \boxed{\frac{-١}{١٢(\text{٣ظاس}+١)^{٤}} + \text{جـ}}$$

ج) $$\int_{٠}^{٢} \sqrt{\text{س}^{٤}+٩}\,\text{ءس} = \text{أ} \Leftarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{ع} = \sqrt{\text{س}^{٤}+٩} & \text{ءهـ} = \text{ءس} \\ \text{ءع} = \dfrac{\text{٢س}^{٣}}{\sqrt{\text{س}^{٤}+٩}}\,\text{ءس} & \text{هـ} = \text{س} \end{array} \right.$$

$$\text{أ} = \text{س}\sqrt{\text{س}^{٤}+٩} - \int \frac{\text{٢س}^{٤}}{\sqrt{\text{س}^{٤}+٩}}\,\text{ءس}\,\Big|_{٠}^{٢}$$

$$\text{أ} = ٢\sqrt{١٦+٩} - ٠\sqrt{٠+٩} - ٢\int_{٠}^{٢} \frac{\text{٢س}^{٤}}{\sqrt{\text{س}^{٤}+٩}}\,\text{ءس}$$

$$\text{أ} = ١٠ - ٢\int_{٠}^{٢} \frac{\text{٢س}^{٤}}{\sqrt{\text{س}^{٤}+٩}}\,\text{ءس} \Leftarrow ٢\int_{٠}^{٢} \frac{\text{٢س}^{٤}}{\sqrt{\text{س}^{٤}+٩}}\,\text{ءس} = ١٠ - \text{أ}$$

$$\Leftarrow \boxed{\int_{٠}^{٢} \frac{\text{٢س}^{٤}}{\sqrt{\text{س}^{٤}+٩}}\,\text{ءس} = ٥ - \frac{\text{أ}}{٢}}$$

انتهت الاجابات

وزارة التربية والتعليم العالي مديرية التربية والتعليم - قلقيلية التاريخ : ١٩/ ٥/ ٢٠٢٤ الزمن : ٢:٤٥	الورقة الثانية ٢٠٢٤ / ٢٠٢٣	المبحث: الرياضيات الصف :الثاني عشر العلمي مجموع العلامات : ١٠٠

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة اجب عن خمسة منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختبار من متعدد ، من أربعة بدائل ، اختر البديل الصحيح ، ثم انقله إلى دفتر الإجابة ؟

١) إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ فما المصفوفة التي تساوي $أ^{٣} - أ^{٢}$

$\left(\begin{bmatrix} ٠ & ٥ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}\right)$ $\left(\begin{bmatrix} ٠ & ٥ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}\right)$ (٢٥ ,) (و ,)

٢) إذا كان $\int (ق'(س) - أس).دس = ٢س^{٢} - جاس + ٣$ ، $ق'(\pi) = ١$، فما قيمة الثابت أ

(صفر) (٤) (−٤) (π)

٣) إذا كان $\int ق(س).دس + \int_{١}^{٥} ق(س).دس = \int^{١} -٢ص^{٢}.دص$ ما قيمة $\int_{١}^{٢} ق'(س).دس$

(١٨) (٦) (−٦) (صفر)

٤) إذا كان $\begin{vmatrix} أ & جـ \\ ب & د \end{vmatrix} = -٥$ فما قيمة $\begin{vmatrix} ٣أ & أ+جـ \\ ٣ب & ب+د \end{vmatrix}$

(−١٥) (صفر) (١٥) (−٤٥)

٥) يتحرك جسم بحيث تعطى سرعته بالعلاقة $ع(ن) = جا٢ن$ ، إذا كانت إزاحة الجسم ف(ن) عند بداية الحركة تساوي ٤ . فما قاعدة ف(ن)

(ف(ن) = جا٢ن + ٤) (ف(ن) = جا٢ن − ٤)

(ف(ن) = $\frac{١}{٢}$جا٢ن + ٤) (ف(ن) = $\frac{١}{٢}$جا٢ن − ٤)

٦) ما قيمة $\int \frac{١}{جتا^{٢}س + جا^{٢}س}.دس$

(ظاس+جـ) (ظتاس+جـ) (جاس+جـ) (−جتاس+جـ)

لاحظ الصفحة التالية

يتبع صفحة (٢) ←

٧) إذا كان $\sigma_{١٠}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١،١٩]$ فما ترتيب الحد الذي قيمته ١٤

(الثامن) (السابع) (العاشر) (التاسع)

٨) ما قيمة $\int_{٠}^{١} \sqrt{٤س^{٢} - ١٢س + ٩}\ .ءس$

(٢) $\left(\frac{١}{٢}\right)$ (-٢) $\left(\frac{-١}{٦}\right)$

٩) إذا كان $م(\sigma_{ن}، ن) = ٥ - \left(\frac{٢ن^{٢} + ٢}{ن^{٢}}\right)$ حيث $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[-١،٢]$ فما قيمة

$\int_{-٢}^{١} \left(٢م(س + ١) + ١\right).ءس$

(-٥) (٩) (١٣) (١٥)

١٠) إذا كان $م(س)$ ، $هـ(س)$ اقترانين أصليين لـ $ق(س)$ بحيث

$م(س) = أس^{٢} + ٦س - ٣$ ، $هـ(س) = بس + ١$. ما قيمة $\int_{٠}^{١} (بس + أ).ءس$

(٦) (٣) (١) (صفر)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ب $= \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٣ & ٧ \end{bmatrix}$ ، وكان $٣س - (س^{-١} . ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & -٤ \end{bmatrix}$ جد المصفوفة س. (٧علامات)

ب) ما قيمة $\int \frac{١}{٩ - س^{٢}}.ءس$ (٦علامات)

جـ) بين أن : صفر $\leq \int_{-٤}^{٤} \sqrt{١٦ - س^{٢}}\ .ءس \leq ٣٢$ (٧علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) استخدم طريقة جاوس في حل النظام التالي :

$س + ٢ص - ع = ٤$ ، $٣س - ٢ص - ع = ١$ ، $٢س + ص - ع = ٣$ (٦علامات)

ب) استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{-١}^{٢} (٦ - ٣س).ءس$ (٧علامات)

جـ) إذا كان ميل المماس لمنحنى $ق(س)$ عند أي نقطة علية يساوي $|٢س - ٤|$ ، جد قاعدة الاقتران $ق(س)$ علما بان النقطة $(٢،٥)$ تقع على منحنى الاقتران $ق(س)$ ، $س \in [٠،٤]$ (٧علامات)

يتكون هذا القسم من ثلاث أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $\text{ت}(\text{س}) = \begin{cases} \text{ب} - ٢\text{س}^٢ &، \quad \text{أ} \le \text{س} < ٢ \\ \text{أس}^٢ - ٢ &، \quad ٢ \le \text{س} \le ٣ \end{cases}$ ، $\text{أ} < ٠$

هو الاقتران المكامل للاقتران $\text{ق}(\text{س})$ في $[\text{أ}، ٣]$ اوجد : ١) قيمة الثوابت أ، ب ٢) $\int_{-١}^{\frac{١}{٢}} \text{ق}(١ - ٢\text{س}).\text{دس}$

(١٠ علامات)

ب) جد قيمة $\int \text{جا}^٣\text{س} \, \text{لـو}_{\text{هـ}}(١ + \text{جتاس}).\text{دس}$ (١٠ علامات)

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) اثبت باستخدام خصائص المحددات أن : $\begin{vmatrix} \text{أ} & -\text{أ} & \text{ب} \\ \text{ب} & -\text{ب} & \text{أ} \\ ١ - \text{ب} & \text{ب} & \text{ب} - ١ \end{vmatrix} = \text{ب}^٢ - \text{أ}^٢$ (١٠ علامات)

ب) إذا كان :

$\int_{١}^{٥} (١ + \text{ق}(\text{س})).\text{دس} = ٨$ ، $\int_{١}^{٢} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = -٢$ ، $\int_{٢}^{٥} (٢\text{هـ}(\text{س}) - ٣\text{ق}(\text{س})).\text{دس} = ٢$

ما قيمة : $\int_{٢}^{٥} \text{هـ}(\text{س}).\text{دس}$ (١٠ علامات)

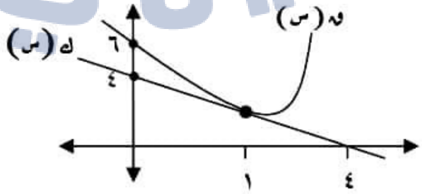
السؤال السادس : (٢٠ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^٢ - ٤$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \text{س} + ٢$ ، $\text{ل}(\text{س}) = ٢ - \text{س}$ والواقعة في الربع الأول .

(٨ علامات)

ب) في الشكل المجاور إذا كان المستقيم $\text{ك}(\text{س})$ يمس منحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س})$ وكان $\int_{٠}^{١} \frac{\text{ق}'(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}.\text{دس} = \text{لـو}_{\text{هـ}} \frac{\text{أ}}{٨}$

جد قيمة الثابت أ



(٥ علامات)

جـ) عند حل النظام $\text{ك س} + \text{ن ص} = \text{ب}$ ، $\text{ل س} + \text{ع ص} = \text{جـ}$ بطريقة كريمر وجد أن :

$\text{أ}_{\text{س}} \bullet \text{أ} = \begin{bmatrix} ٩ & ١٢ \\ ٩ & ١٥ \end{bmatrix}$ ، $\text{أ}_{\text{س}} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٧ & ٢ \end{bmatrix}$ ، وكان $\text{ك ع} - \text{ن ل} = ٣$ ، جد : س ، ص

(٧ علامات)

انتهت الأسئلة

إجابات امتحان التجريبي لمبحث الرياضيات (الورقة : الثانية)

السؤال الأول : (٢٠ علامة)

رقم الفقرة	الاجابة
١	$\begin{bmatrix} ٥ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$
٢	-٤
٣	٦
٤	-١٥
٥	$\frac{١}{٢}$ جا٢ن + ٤
٦	ظاس + جـ
٧	العاشر
٨	٢
٩	٩
١٠	٣

السؤال الثاني - ٩"

اذا كان $\text{ب} = \begin{bmatrix}5&2\\7&3\end{bmatrix}$ ، وكان $3\text{س} - (\text{س}^{-1}\cdot\text{ب})^{-1} = \begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix}$

الحل: $3\text{س} - (\text{س}^{-1}\cdot\text{ب})^{-1} = \begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix}$

$3\text{س} - \text{ب}^{-1}\cdot\text{س} = \begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix}$

$(3\text{م} - \text{ب}^{-1})\,\text{س} = \begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix}$

نجد ب^{-1} ← $\text{ب} = \begin{bmatrix}5&2\\7&3\end{bmatrix}$ ← $|\text{ب}| = 15 - 14 = 1$

$\text{ب}^{-1} = \begin{bmatrix}3&-2\\-7&5\end{bmatrix}$

$\left(3\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}3&-2\\-7&5\end{bmatrix}\right)\text{س} = \begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix}$

$\left(\begin{bmatrix}3&0\\0&3\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}3&-2\\-7&5\end{bmatrix}\right)\text{س} = \begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix}$

$\times\text{أ}^{-1}\ \underset{\text{أ}}{\begin{bmatrix}0&2\\7&-2\end{bmatrix}}\ \text{س} = \begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix}\times\text{أ}^{-1}$

$\text{أ} = \begin{bmatrix}0&2\\7&-2\end{bmatrix}$ ← $|\text{أ}| = 0 - 14 = -14$

$\text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix}\frac{2}{14}&\frac{2}{14}\\\frac{7}{14}&0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{7}&\frac{1}{7}\\\frac{1}{2}&0\end{bmatrix}$

$\text{س} = \text{أ}^{-1}\times\begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{7}&\frac{1}{7}\\\frac{1}{2}&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&2\\-4&4\end{bmatrix}$

$\text{س} = \begin{bmatrix}\frac{1}{7}-\frac{4}{7}&\frac{2}{7}+\frac{4}{7}\\\frac{1}{2}&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{3}{7}&\frac{6}{7}\\\frac{1}{2}&1\end{bmatrix}$

السؤال الثاني : ب'

ماقيمة $\int \frac{1}{٩ - \text{س}^2} \cdot \text{دس}$

الحل : $\int \frac{1}{٩ - \text{س}^2} \cdot \text{دس}$ كسور جزئية

$$\frac{1}{٩ - \text{س}^2} = \frac{1}{(٣ - \text{س})(٣ + \text{س})} = \frac{\text{أ}}{٣ - \text{س}} + \frac{\text{ب}}{٣ + \text{س}}$$

$$= \frac{\text{أ}(\text{س} + ٣) + \text{ب}(٣ - \text{س})}{(٣ - \text{س})(\text{س} + ٣)}$$

$$1 = \text{أ}(\text{س} + ٣) + \text{ب}(٣ - \text{س})$$

عندما $\text{س} = ٣ \Leftarrow 1 = ٦\text{أ} \Leftarrow \boxed{\text{أ} = \frac{1}{٦}}$

عندما $\text{س} = -٣ \Leftarrow 1 = ٦\text{ب} \Leftarrow \boxed{\text{ب} = \frac{1}{٦}}$

$$\int \frac{1}{٩ - \text{س}^2} \cdot \text{دس} = \int \frac{\frac{1}{٦}}{٣ - \text{س}} \cdot \text{دس} + \int \frac{\frac{1}{٦}}{٣ + \text{س}} \cdot \text{دس}$$

$$= \frac{1}{٦} \text{لو} |٣ - \text{س}| \times -1 + \frac{1}{٦} \text{لو} |\text{س} + ٣|$$

$$= \frac{1}{٦} \left(\text{لو}_\text{هـ} |\text{س} + ٣| - \text{لو}_\text{هـ} |٣ - \text{س}| \right)$$

$$= \frac{1}{٦} \text{لو}_\text{هـ} \left| \frac{\text{س} + ٣}{٣ - \text{س}} \right| + \text{جـ}$$

السؤال الثاني "جـ"

بين أن $٠ \le \int_{-٤}^{٤} \sqrt{١٦ - \text{س}^٢}\ .\ \text{دس} \le ٣٢$

الحل: نفرض $\text{ق(س)} = \sqrt{١٦ - \text{س}^٢}$ ، $\text{س} \in [-٤ ، ٤]$

ايجاد القيم القصوى للاقتران ق(س)

$$\text{ق}'\text{(س)} = \frac{-٢\text{س}}{٢\sqrt{١٦ - \text{س}^٢}} = \frac{-\text{س}}{\sqrt{١٦ - \text{س}^٢}}$$

ايجاد النقاط الحرجة للاقتران ق(س)

$\text{ق}'\text{(س)} = ٠$ أو $\text{ق}'\text{(س)}$ غ.م

$\text{ق}'\text{(س)} = ٠ \Leftarrow -\text{س} = ٠ \Leftarrow \text{س} = ٠ \in]-٤ ، ٤[$

$\text{ق}'\text{(س)}$ غ.م $\Leftarrow \text{س} = -٤ ، ٤$ طرفية

قيم س الحرجة $= \{-٤ ، ٠ ، ٤\}$

ق(س) متصل على $[-٤ ، ٤]$ لانه جذر تربيعي لكثير حدود موجب متصل.
ق(س) يتخذ قيم القصوى المطلقة في $[-٤ ، ٤]$

$\text{ق}(-٤) = ٠$ ، $\text{ق}(٤) = ٠$ ، $\text{ق}(٠) = ٤$

القيمة العظمى المطلقة $= ٤$
القيمة الصغرى المطلقة $= ٠$

$٠ \le \sqrt{١٦ - \text{س}^٢} \le ٤$ ، $\forall \text{س} \in [-٤ ، ٤]$

بتكامل $\int_{-٤}^{٤} ٠ .\text{دس} \le \int_{-٤}^{٤} \sqrt{١٦ - \text{س}^٢}\ .\text{دس} \le \int_{-٤}^{٤} ٤ .\text{دس}$

صفر $\le \int_{-٤}^{٤} \sqrt{١٦ - \text{س}^٢}\ .\text{دس} \le ٤(٤ - -٤) = ٤ \times ٨ = ٣٢$

$\therefore$ صفر $\le \int_{-٤}^{٤} \sqrt{١٦ - \text{س}^٢}\ .\text{دس} \le ٣٢$ #

السؤال الثالث: ٣٠

استخدم جاوس في حل النظام التالي:

س + ٢ص − ع = ٤ ، ٣ص − ٢س − ع = ١ ، ٢س + ص − ع = ٣

الحل:

$$\text{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{ص}_3 = -2\text{ص}_1 + \text{ص}_3]{\text{ص}_2 = 2\text{ص}_1 + \text{ص}_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 7 & -3 & 9 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{\text{ص}_2 = \frac{1}{7}\text{ص}_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{7} & \frac{9}{7} \\ 0 & -3 & 1 & -5 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{ص}_3 = 3\text{ص}_2 + \text{ص}_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{7} & \frac{9}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{7} & -\frac{8}{7} \end{array}\right]$$

① $-\frac{2}{7}$ ع = $-\frac{8}{7}$ ⟸ −٢ع = −٨ ⟵ $\boxed{\text{ع} = 4}$

② ص − $\frac{3}{7}$ ع = $\frac{9}{7}$

ص − $\frac{3}{7}$ × ٤ = $\frac{9}{7}$ ⟸ ص − $\frac{12}{7}$ = $\frac{9}{7}$

ص = $\frac{21}{7}$ = ٣ ⟸ $\boxed{\text{ص} = 3}$

③ س + ٢ص − ع = ٤

س + ٢×٣ − ٤ = ٤ ⟸ س + ٦ − ٤ = ٤

$\boxed{\text{س} = 2}$

حل النظام (س، ص، ع) = (٢، ٣، ٤)

السؤال الثالث "ب"

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{-1}^{2}(6-3\text{س})\,\text{دس}$

الحل: نفرض $\text{ق}(\text{س}) = 6 - 3\text{س}$ ، $\text{س} \in [-1, 2]$

نجزئ منطقة الفترة $[-1, 2]$

$$\text{ل} = \frac{\text{ب}-\text{أ}}{\text{ن}} = \frac{2--1}{\text{ن}} = \frac{3}{\text{ن}}$$

$$\text{س}^*_\text{ر} = \text{س}_\text{ر} = \text{أ} + \text{ل}\,\text{ر} = -1 + \frac{3}{\text{ن}}\text{ر}$$

$$\text{ق}(\text{س}^*_\text{ر}) = 6 - 3\left(-1 + \frac{3}{\text{ن}}\text{ر}\right) = 6 + 3 - \frac{9}{\text{ن}}\text{ر}$$

$$\text{ق}(\text{س}^*_\text{ر}) = 9 - \frac{9}{\text{ن}}\text{ر}$$

$$\text{م}(\text{ن}, \text{ق}) = \text{ل}\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ق}(\text{س}^*_\text{ر}) = \frac{3}{\text{ن}} \sum_{1}^{\text{ن}} \left(9 - \frac{9}{\text{ن}}\text{ر}\right)$$

$$= \frac{3}{\text{ن}}\left(\sum_{1}^{\text{ن}} 9 - \frac{9}{\text{ن}}\sum_{1}^{\text{ن}} \text{ر}\right)$$

$$= \frac{3}{\text{ن}}\left(9\text{ن} - \frac{9}{\cancel{\text{ن}}} \times \frac{\cancel{\text{ن}}(\text{ن}+1)}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{\text{ن}}\left(9\text{ن} - \frac{9}{2}\text{ن} - \frac{9}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{\text{ن}}\left(\frac{9}{2}\text{ن} - \frac{9}{2}\right) = \frac{27}{2} - \frac{27}{2\text{ن}}$$

$$\int_{-1}^{2}(6-3\text{س})\,\text{دس} = \lim_{\text{ن}\to\infty} \text{م}(\text{ن}, \text{ق})$$

$$= \lim_{\text{ن}\to\infty}\left(\frac{27}{2} - \frac{27}{2\text{ن}}\right) = \frac{27}{2} - 0$$

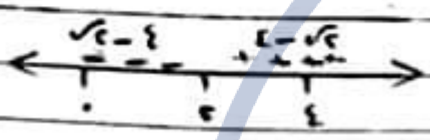
$$\therefore \int_{-1}^{2}(6-3\text{س})\,\text{دس} = \frac{27}{2}$$

السؤال الثالث

اذا كان ميل المماس لمنحنى ق(س) عند أي نقطة عليه يساوي $|٢س-٤|$ ، $س \in]٠ ، ٤[$ ، جد قاعدة الاقتران ق(س) علماً بأن النقطة (٢ ، ٥) تقع على منحنى الاقتران ق(س).

الحل: ميل المماس $= ق'(س) = |٢س-٤|$ ، $س \in]٠ ، ٤[$

اعادة تعريف $|٢س-٤| \leftarrow ٢س-٤=٠ \Leftarrow س=٢$



$$ق'(س) = \begin{cases} ٤-٢س & ، ٠<س<٢ \\ ٢س-٤ & ، ٢\leq س<٤ \end{cases}$$

$$ق(س) = \begin{cases} \int(٤-٢س)\,ءس & ، ٠<س<٢ \\ \int(٢س-٤)\,ءس & ، ٢\leq س<٤ \end{cases} = \begin{cases} ٤س-س^٢+ج_١ & ، ٠<س<٢ \\ س^٢-٤س+ج_٢ & ، ٢\leq س<٤ \end{cases}$$

لايجاد $ج_١$ ، $ج_٢$ ← ق(س) متصل عند س = ٢ ، ق(٢) = ٥

$$\lim_{س\to ٢^+} ق(س) = \lim_{س\to ٢} ق(س) = ق(٢) = ٥$$

$$\lim_{س\to ٢}(س^٢-٤س+ج_٢) = ٥ \leftarrow ٤-٨+ج_٢ = ٥$$

$$\boxed{ج_٢ = ٩}$$

$$\lim_{س\to ٢}(٤س-س^٢+ج_١) = ٥ \Leftarrow ٨-٤+ج_١ = ٥$$

$$\boxed{ج_١ = ١}$$

$$ق(س) = \begin{cases} ٤س-س^٢+١ & ، ٠<س<٢ \\ س^٢-٤س+٩ & ، ٢\leq س<٤ \end{cases}$$

السؤال الرابع "٢٠"

اذا كان ق(س) = { ب - ٢س² ، أ ≤ س < ٢
                 { أس² - ٢ ، ٢ ≤ س ≤ ٣ ، أ < ٠

جد الاقتران المكامل للاقتران ق(س) في [أ، ٣]

الحل: ١) ق(أ) = ٠ ⟸ ب - ٢أ² = ٠ ⟸ ب = ٢أ² ... ①

٢) ق(س) متصل عند س = ٢

نهـا ق(س) = نهـا ق(س) = ق(٢)
س ← ٢⁻   س ← ٢⁺

نهـا (أس² - ٢) = نهـا (ب - ٢س²)
س ← ٢   س ← ٢

٤أ - ٢ = ب - ٨ ⟸ ب = ٤أ + ٦ ... ② نعوض في ①

٢أ² = ٤أ + ٦ ⟸ ٢أ² - ٤أ - ٦ = ٠ ÷ ٢

أ² - ٢أ - ٣ = ٠ ⟸ (أ - ٣)(أ + ١) = ٠

أ = ٣ ✗ ، $\boxed{أ = -١}$

ب = ٢(-١)² = ٢ ⟸ $\boxed{ب = ٢}$

٣) $\int_{-١}^{\frac{١}{٢}}$ ق(١ - ٢س) دس

نفرض ص = ١ - ٢س ⟸ دص = -٢ دس ⟸ دس = $\frac{-١}{٢}$ دص

عندما س = -١ ⟸ ص = ٣

عندما س = $\frac{١}{٢}$ ⟸ ص = ٠

$$\int_{-1}^{\frac{1}{2}} \text{ق}(1-2\text{س}) \cdot \text{دس} = \int_{3}^{0} \text{ق}(\text{ص}) \cdot -\frac{1}{2}\,\text{دص}$$

$$= -\frac{1}{2} \int_{3}^{0} \text{ق}(\text{ص}) \cdot \text{دص}$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\text{ت}(0) - \text{ت}(3) \right)$$

$$\text{ت}(\text{س}) = \begin{cases} 2 - 2\text{س}^2 & ، \ -1 \le \text{س} < 2 \\ -\text{س}^2 - 2 & ، \ 2 \le \text{س} \le 3 \end{cases}$$

$$\int_{-1}^{\frac{1}{2}} \text{ق}(1-2\text{س}) \cdot \text{دس} = -\frac{1}{2}\left((2 - 2(0)) - (-9 - 2) \right)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(2 + 11 \right) = -\frac{13}{2}$$

السؤال الرابع "ب"

جد $\int \text{حا}^{3}\text{س} \ \text{لو}_{\text{هـ}}(1 + \text{جتا س}) \,.\, \text{ءس}$

الحل : $\text{ص} = 1 + \text{جتا س} \leftarrow \text{ءص} = -\text{حا س ءس}$

$\text{ءس} = \dfrac{\text{ءص}}{-\text{حا س}}$

$\int \text{حا}^{3}\text{س} \ \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} \ \dfrac{\text{ءص}}{-\text{حا س}} = \int -\text{حا}^{2}\text{س} \ \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} \ \text{ءص}$

$= \int (\text{جتا}^{2}\text{س} - 1) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} \ \text{ءص} = \int \left((\text{ص} - 1)^{2} - 1\right) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} \,.\, \text{ءص}$

$\boxed{\text{جتا س} = \text{ص} - 1}$

$= \int (\text{ص}^{2} - 2\text{ص} + \cancel{1} - \cancel{1}) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} \,.\, \text{ءص} = \int (\text{ص}^{2} - 2\text{ص}) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} \ \text{ءص}$

اجزاء ← $\text{هـ} = \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص}$ ، $\text{ءع} = \int (\text{ص}^{2} - 2\text{ص}) \,.\, \text{ءص}$

$\text{ءهـ} = \dfrac{1}{\text{ص}} \text{ءص}$ ، $\text{ع} = \dfrac{\text{ص}^{3}}{3} - \text{ص}^{2}$

$\therefore \int (\text{ص}^{2} - 2\text{ص}) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} \ \text{ءص} = \left(\dfrac{\text{ص}^{3}}{3} - \text{ص}^{2}\right) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} - \int \dfrac{1}{\text{ص}} \left(\dfrac{\text{ص}^{3}}{3} - \text{ص}^{2}\right) \,.\, \text{ءص}$

$= \left(\dfrac{\text{ص}^{3}}{3} - \text{ص}^{2}\right) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} - \int \left(\dfrac{\text{ص}^{2}}{3} - \text{ص}\right) \,.\, \text{ءص}$

$= \left(\dfrac{\text{ص}^{3}}{3} - \text{ص}^{2}\right) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} - \left(\dfrac{\text{ص}^{3}}{9} - \dfrac{\text{ص}^{2}}{2}\right) + \text{جـ}$

$= \left(\dfrac{\text{ص}^{3}}{3} - \text{ص}^{2}\right) \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} - \dfrac{\text{ص}^{3}}{9} + \dfrac{\text{ص}^{2}}{2} + \text{جـ}$

$= \left(\dfrac{(1 + \text{جتا س})^{3}}{3} - (1 + \text{جتا س})^{2}\right) \text{لو}_{\text{هـ}}(1 + \text{جتا س}) - \dfrac{(1 + \text{جتا س})^{3}}{9} + \dfrac{(1 + \text{جتا س})^{2}}{2} +$

مع مراعاة الحلول الأخرى

السؤال الخامس ٢٠٠م

اثبت أن $\begin{vmatrix} أ & -أ & ب \\ ب & -ب & أ \\ ١-ب & ب & ب-١ \end{vmatrix} = ب^٢ - أ^٢$

الحل :

$$= \begin{vmatrix} أ & -أ & ب \\ ب & -ب & أ \\ ١-ب & ب & ب-١ \end{vmatrix} \xrightarrow{ع_١ = ع_١ + ع_٢} = \begin{vmatrix} ٠ & -أ & ب \\ ٠ & -ب & أ \\ ١ & ب & ب-١ \end{vmatrix}$$

تبديل ص١ وص٣

ص١ ⟷ ص٣

$$= -١ \times \begin{vmatrix} ١ & ب & ب-١ \\ ٠ & -ب & أ \\ ٠ & -أ & ب \end{vmatrix} \xrightarrow{ص_٣ = \frac{-أ}{ب} ص_٢ + ص_٣} = \begin{vmatrix} ١ & ب & ب-١ \\ ٠ & -ب & أ \\ ٠ & ٠ & \frac{-أ^٢}{ب} + ب \end{vmatrix} \times -١$$

مثلثية علوية

$$\begin{vmatrix} أ & -أ & ب \\ ب & -ب & أ \\ ١-ب & ب & ب-١ \end{vmatrix} = -١ \times \begin{vmatrix} ١ & ب & ب-١ \\ ٠ & -ب & أ \\ ٠ & ٠ & ب - \frac{أ^٢}{ب} \end{vmatrix}$$

$$= -١ \times ١ \times -ب \times (ب - \frac{أ^٢}{ب}) = ب(ب - \frac{أ^٢}{ب}) = ب^٢ - أ^٢ \quad \#$$

مع مراعاة الحلول الاخرى

السؤال الخامس "ب"

إذا كان $\int_{1}^{5} (1 + ق(س)) \cdot دس = 8$ ، $\int_{1}^{2} ق(س) \cdot دس = -2$

$\int_{2}^{5} (2\,هـ(س) - 3\,ق(س)) \cdot دس = 2$ ، فما قيمة $\int_{2}^{5} هـ(س) \cdot دس$.

الحل: $\int_{1}^{5} (1 + ق(س)) \cdot دس = 8$

$= \int_{1}^{5} 1 \cdot دس + \int_{1}^{5} ق(س) \cdot دس = 8$

$(5 - 1) + \int_{1}^{5} ق(س) \cdot دس = 8$

$\underset{-4}{4} + \int_{1}^{5} ق(س) \cdot دس = \underset{-4}{8} \Leftarrow \boxed{\int_{1}^{5} ق(س) \cdot دس = 4}$

$\int_{2}^{5} (2\,هـ(س) - 3\,ق(س)) \cdot دس = 2$

$= 2\int_{2}^{5} هـ(س) \cdot دس - 3\int_{2}^{5} ق(س) \cdot دس = 2$

لإيجاد $\int_{2}^{5} ق(س) \cdot دس = \int_{2}^{1} ق(س) \cdot دس + \int_{1}^{5} ق(س) \cdot دس$.

$= 2 + 4 = 6$

$\boxed{\int_{2}^{5} ق(س) \cdot دس = 6}$

$= 2 \times \int_{2}^{5} هـ(س) \cdot دس - 3 \times 6 = 2$

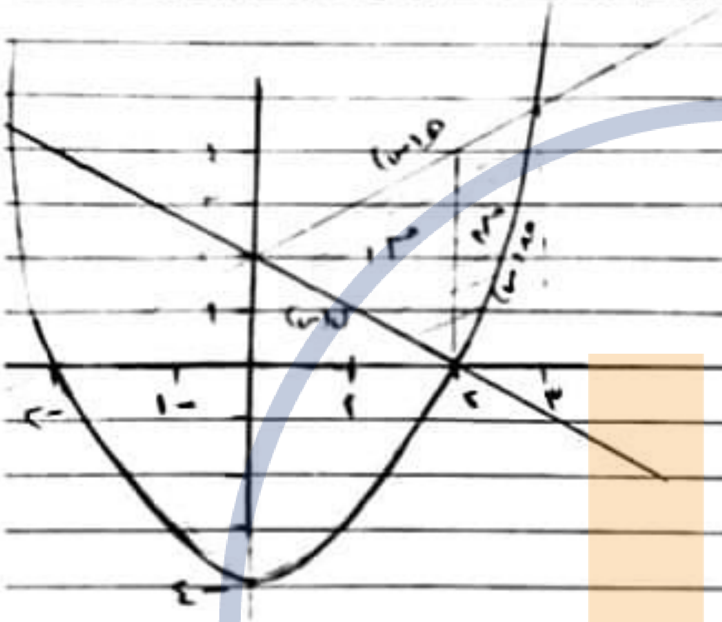
$2\int_{2}^{5} هـ(س) \cdot دس \underset{+18}{-18} = \underset{+18}{2}$

$\frac{1}{2} \times 2\int_{2}^{5} هـ(س) \cdot دس = 20 \times \frac{1}{2} \Leftarrow \int_{2}^{5} هـ(س) \cdot دس = 10$

السؤال السادس ٣٠م

جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س) = س² − ٤

هـ(س) = س + ٢ ، ل(س) = ٢ − س ، والواقعة في الربع الاول



الحل :-

ايجاد نقاط تقاطع الاقترانات .

① ق(س) = هـ(س)

س² − ٤ = س + ٢

س² − س − ٦ = ٠

(س − ٣)(س + ٢) = ٠

س = ٣ ، ~~−٢~~ ⟸ $\boxed{\text{س} = ٣}$

② ق(س) = ل(س)

س² − ٤ = ٢ − س

س² + س − ٦ = ٠

(س + ٣)(س − ٢) = ٠ ⟸ س = ~~−٣~~ ، ٢

$\boxed{\text{س} = ٢}$

③ هـ(س) = ل(س)

س + ٢ = ٢ − س ⟸ ٢س = ٠ ⟸ $\boxed{\text{س} = ٠}$

م = م١ + م٢

$\text{م}_١ = \int_٠^٢ (\text{هـ(س)} - \text{ل(س)})\,\text{دس} = \int_٠^٢ ((\text{س}+٢) - (٢-\text{س}))\,\text{دس} = \int (\text{س} + \cancel{٢} - \cancel{٢} + \text{س})\,\text{دس}$

$= \int_٠^٢ ٢\text{س}\,\text{دس} = \text{س}^٢\Big|_٠^٢ = (٢)^٢ - (٠)^٢ = ٤ \Leftarrow \boxed{\text{م}_١ = ٤}$

$\text{م}_٢ = \int_٢^٣ (\text{هـ(س)} - \text{ق(س)})\,\text{دس} = \int_٢^٣ ((\text{س}+٢) - (\text{س}^٢ - ٤))\,\text{دس}$

$= \int_٢^٣ (\text{س} + ٢ - \text{س}^٢ + ٤)\,\text{دس} = \int_٢^٣ (\text{س} - \text{س}^٢ + ٦)\,\text{دس}$

$= \left(\frac{\text{س}^٢}{٢} - \frac{\text{س}^٣}{٣} + ٦\text{س}\right)\Big|_٢^٣ = \left(\frac{٩}{٢} - \frac{٢٧}{٣} + ١٨\right) - \left(\frac{٤}{٢} - \frac{٨}{٣} + ١٢\right)$

$= \left(\frac{٩}{٢} - ٩ + ١٨\right) - \left(٢ - \frac{٨}{٣} + ١٢\right) = \frac{٩}{٢} + ٩ - ١٤ + \frac{٨}{٣} = \frac{٩}{٢} + \frac{٨}{٣} - ٥$

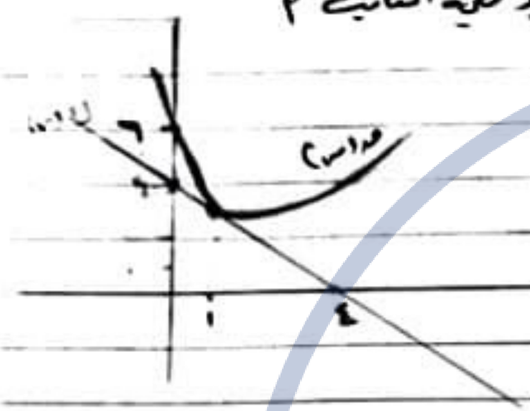
$\text{م}_٢ = \frac{١٣}{٦}$

$\text{م} = ٤ + \frac{١٣}{٦} = \boxed{\frac{٣٧}{٦}}$ وحدة مساحة .

السؤال السادس "د":

في الشكل المجاور اذا كان المستقيم ل(س) يمس منحنى الاقتران ه(س)

وكان $\int_{0}^{1} \frac{\text{ه}'(\text{س})}{\text{ه}(\text{س})} \, \text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{م}}{٨}$ ، جد قيمة الثابت م



الحل:

$$\int_{0}^{1} \frac{\text{ه}'(\text{س})}{\text{ه}(\text{س})} \, \text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{ه}(\text{س})| \Big]_{0}^{1}$$

$$\text{لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{م}}{٨} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{ه}(١)| - \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{ه}(٠)|$$

ه(١) = ؟ ، ه(٠) = ٦

لاحظ: ه(١) ← (١ ، ه(١)) نقطة التماس.

نجد معادلة الخط المستقيم ل(س) المار بالنقطتين (٤ ، ٠) ، (٠ ، ٤).

$$\text{م} = \frac{٤ - ٠}{٠ - ٤} = -١$$

معادلة الخط المستقيم هي: ص − ٠ = −١(س − ٤)

$\boxed{\text{ل}(\text{س}) = \text{ص} = ٤ - \text{س}}$

ل(١) = ه(١) = ٤ − ١ = ٣ ← $\boxed{\text{ه}(١) = ٣}$ ، ه(٠) = ٦

$$\text{لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{م}}{٨} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{ه}(١)| - \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{ه}(٠)| = \text{لو}_{\text{هـ}} ٣ - \text{لو} ٦ = \text{لو} \frac{٣}{٦} = \text{لو} \frac{١}{٢}$$

$$\Leftarrow \text{لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{م}}{٨} = \text{لو}_{\text{هـ}} \frac{١}{٢} \Leftarrow \frac{\text{م}}{٨} = \frac{١}{٢} \Leftarrow ٢\text{م} = ٨$$

$\boxed{\text{م} = ٤}$

السؤال السادس " هـ "

عند حل النظام ك س + ن ص = ب

ل س + ع ص = حـ بطريقة كريمر وجد أن :-

$$\text{م ص . م} = \begin{bmatrix} ٩ & ١٢ \\ ٩ & ١٥ \end{bmatrix} \text{ ، م س} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٧ & ٢ \end{bmatrix}$$ وكان

ك ع − ن ل = ٣ ، جد س ، ص .

الحل:

$$|\text{م ص . م}| = |\text{م ص}| \times |\text{م}| = \begin{vmatrix} ٩ & ١٢ \\ ٩ & ١٥ \end{vmatrix} = ٩\times١٥ - ٩\times١٢ = ٢٧$$

$$\boxed{|\text{م ص}| \times |\text{م}| = ٢٧}$$

$$|\text{م س}| = \begin{vmatrix} ٥ & ١ \\ ٧ & ٢ \end{vmatrix} = ١٠ - ٧ = ٣ \longleftarrow \boxed{|\text{م س}| = ٣}$$

النظام على شكل مصفوفات ⟵ م × ع = حـ

$$\begin{bmatrix} \text{ك} & \text{ن} \\ \text{ل} & \text{ع} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ب} \\ \text{حـ} \end{bmatrix}$$

$$|\text{م}| = \text{ك ع} - \text{ن ل} = ٣ \Longleftarrow \boxed{|\text{م}| = ٣}$$

$$|\text{م ص}| \times |\text{م}| = ٢٧ \Longleftarrow |\text{م ص}| \times ٣ = ٢٧$$

$$\boxed{|\text{م ص}| = ٩}$$

$$\text{س} = \frac{|\text{م س}|}{|\text{م}|} = \frac{٣}{٣} = ١ \Longleftarrow \boxed{\text{س} = ١}$$

$$\text{ص} = \frac{|\text{م ص}|}{|\text{م}|} = \frac{٩}{٣} = ٣ \Longleftarrow \boxed{\text{ص} = ٣}$$

دولة فلسطين
وزارة التربية و التعليم العالي
مديرية التربية والتعليم/نابلس
المبحث: الرياضيات
الامتحان الموحد للعام 2021/2022

مدة الامتحان : ساعتان و خمس و أربعون دقيقة
اليوم: الخميس
التاريخ: ٢٠٢١/٥/٢
مجموع العلامات : (١٠٠ علامة)
الورقة : الثانية

الفرع :العلمي

ملاحظة :عدد أسئلة الورقة (ستة)أسئلة ، أجب عن خمسة منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عليها جميعا

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

لكل فقرة أربعة بدائل ، اختر البديل الصحيح ثم انقله إلى دفتر الإجابة مقابل رقم الفقرة :

١) إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [- ١، ٥] و كانت الفترة الجزئية الخامسة هي $[\frac{١}{٣}، \frac{٢}{٣}]$ فإن عدد عناصرها:

(٢٠) (١٩) (١٨) (١٧)

٢) إذا كان $ق(س) = \int_{س}^{٠} هـ^{جاص} . دص + لو(هس+١)^{٢} + \int_{\pi}^{٢\pi} جتاس . دس$ فإن $ق'(٠) =$

(٥) (٩) (١٠) (١١)

٣) إذا كان م(س) ، ل(س) اقترانين أصليين للاقتران ق(س) و كان $\int_{٢}^{٨} (ل(س) - م(س)) . دس = ٣٠$ فإن

$\int_{٠}^{١} ((م(س) - ل(س)) . \sqrt[٣]{س^{٢} - ٢س + ١}) . دس =$

($-\frac{٣}{٥}$) ($\frac{٣}{٥}$) (٣-) (٣)

٤) عند حل نظام من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س ، ص بطريقة كريمر اذا كانت

$أ_{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} ، أ_{ص} = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ، فان قيمة المقدار $\left| -\frac{١}{٢} أ^{-١} \right| . ص =$

($\frac{٣}{٤}$) ($\frac{٣}{٢}$) ($\frac{-١}{٢}$) (١-)

٥) إذا كان $\int_{٢}^{٥} (ق(س) + ٢س) . دس = ٣٧$ ، $\int_{٢}^{٣} ق(س) . دس = ٧$ فإن $\int_{٣}^{٥} ق(س) . دس =$

(٩) (٢٣) (٣٠) (٤٤)

٦) إذا كان $\int_{٠}^{٢} (٢س - \int_{٠}^{ب} ٣ . دع) دس = ١٦$ فإن قيمة الثابت ب تساوي:

(٤-) (٢-) (٤) (٢)

لاحظ الصفحة التالية

← يتبع صفحة (٢)

السؤال الثالث (٢٠ علامة)

أ) بدأ جسم الحركة من بعد ٤م عن نقطة الأصل و كانت سرعته بعد ن ثانية تعطى بالقاعدة:

$ع(ن) = -٢ن\,(١ + ن^٢)^{-\frac{٣}{٢}}$ جد إزاحة الجسم بعد $\sqrt{٣}$ ث من بدء الحركة .   (٦علامات)

ب) جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول و المحصورة بين منحنى $ق(س) = \frac{٢}{س}$ و محور السينات و المستقيم ٢س − ص = ٠ و المستقيم س = هـ (هـ العدد النيبيري)   (٨علامات)

جـ) ١)إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ، جد س بحيث $(٢س \times أ)^{-١} = ب$ (٦ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة و على المشترك الإجابة عن سؤالين منها فقط

السؤال الرابع (٢٠ علامة)

أ) جد ١) $\int_{٠}^{\pi} \sqrt{جاس - جا^٣س}\ .\ دس$ (١٠ علامات)

ب) باستخدام طريقة جاوس لحل المعادلات الخطية حل النظام الآتي :

س − ص + ع = -٢

س + ٢ ص + ع = ٤

-٢ س + ٢ ص − ع = ٣   (١٠علامات)

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

أ) جد ١) $\int (قاس\ هـ^{س} - هـ^{س}\ قاس\ ظاس)\ جتا^٢س\ .\ دس$ (٦ علامات)

٢) $\int \frac{س^٣}{٤ - س^٢}\ .\ دس$ (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(س) ، ك(س) اقترانين قابلين للتكامل على [-٢،-١] و كان ق(س) ≤ ك(س) لكل س ∈ [-٢،-١]

اثبت أن :

$$\int_{هـ}^{هـ^٢} \frac{١}{س} ق((لو_{هـ} س) - ٣)\,دس \le \int_{٤}^{٣} ك(٢ - س)\ .\ دس$$ (٨ علامات)

٧) ق(س) اقترانا قابلا للتكامل ، $-٥ \le$ ق(س) ≤ ٣ فإن أصغر قيمة للتكامل $\int_{٢}^{٥} (٣ - ٢\ ق^{٢}(س))$.دس

(-١٥٩)   (-١٤١)   (٠)   (-٣٠)

٨) إذا كانت أ،ب مصفوفتين من الرتبة الثانية فما قيمة $|(٢أ)^{-١} \times ب|$

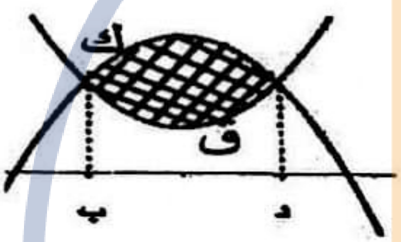
$\frac{|أ||ب|}{١٦}$ $\frac{|ب|}{١٦|أ|}$ $\frac{١٦|ب|}{|أ|}$ $\frac{١٦|أ|}{|ب|}$

٩) إذا كان ق/(س) = س $هـ^{-س}$ و كان ق(س) يمر بالنقطة (٠، ٣) فإن قاعدة ق(س) =

($\frac{س\ هـ^{-س}}{٢}$ +٣)   ($-\frac{س\ هـ^{-س}}{٢}$ +٣)   ($هـ^{-س}$ (س-١) +٤)   ($-هـ^{-س}$ (س+١) +٤)

١٠) الشكل المجاور يمثل كل من منحنيي ق ، ك فإذا كانت مساحة المنطقة المظللة ٨ وحدات ،

$\int_{ب}^{د}$ ق(س) . دس = ٦ فإن $\int_{ب}^{د}$ ك(س) . دس =



(-٦)   (١٤)

(٢)   (-٢)

السؤال الثاني (٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{٢}^{٥}$ (٣ − ٢س) . دس   (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(س) اقترانا متصلا و كان ت(س) هو الاقتران المكامل للاقتران ق(س) حيث :   (٨ علامات)

$$ت(س) = \begin{cases} س^{٣} + ٨ \ ، & أ \le س < ٢ \\ ب\ س^{٢} + جـ \ ، & ٢ \le س \le ٥ \end{cases}$$

١) جد قيم أ ، ب ، جـ   ٢) $\int_{٢}^{٣}$ ق(س) . دس   ٣) ت/(٢)

جـ) جد $\int$ (س +١) $\sqrt{س - ٢}$. دس   (٦ علامات)

السؤال السادس :(٢٠ علامة)

ا) اثبت ان $\int \frac{\text{ك}}{\text{س}^{\text{ن}} + \text{س}} \, .\text{دس} = \frac{\text{ك}}{1 - \text{ن}} \, . \, \text{لـو}_{\text{هـ}} \left| 1 + \frac{1}{\text{س}^{\text{ن}-1}} \right| + \text{جـ} \; ، \; \text{ن} \in \text{ص}^{+}$

(١٠ علامات)

ب) استخدم خصائص المحددات لإثبات أن :

$$\begin{vmatrix} \text{أ} & -\text{ب} & -\text{جـ} \\ \text{ب} & 1 & 0 \\ \text{جـ}^{2} & 0 & 1 \end{vmatrix} = \text{أ} + \text{ب}^{2} + \text{جـ}^{2}$$

(١٠ علامات)

انتهت الأسئلة

إجابات امتحان مبحث <u>الرياضيات</u> (الورقة :<u>الثانية</u>)

السؤال الأول:

رقم الفقرة	الإجابة
١	١٩
٢	٩
٣	٣-
٤	$\frac{-١}{٢}$
٥	٩
٦	٢-
٧	١٤١-
٨	$\frac{\lvert ب\rvert}{١٦\lvert أ\rvert}$
٩	$-هـ^{-س}(س+١)+٤$
١٠	**١٤**

(صفحة 2)

السؤال الثاني (20 علامة)

أ) $\int_{2}^{5} (٣ - ٢س)\,دس = \lim_{ن \to \infty} م(ح_ن ، و)$ نأخذ $سَ^*_ر = سَ_ر$

(٧ علامات)

$ل = \frac{٥-٢}{ن} = \frac{٣}{ن}$ ، $سَ^*_ر = ٢ + \frac{٣}{ن}ر$

$و(سَ^*_ر) = ٣ - ٢(٢ + \frac{٣}{ن})ر = ٣ - ٤ - \frac{٦}{ن}ر = -١ - \frac{٦}{ن}ر$

$م(ح_ن ، و) = ل \sum_{ر=١}^{ن} و(سَ^*_ر) = \frac{٣}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} (-١ - \frac{٦}{ن}ر) =$

$= \frac{٣}{ن}\left(\sum_{ر=١}^{ن} -١ - \frac{٦}{ن}\sum_{ر=١}^{ن} ر\right) = \frac{٣}{ن}\left(-ن - \frac{\cancel{٦}^{٣}}{\cancel{ن}} \times \frac{\cancel{ن}(ن+١)}{\cancel{٢}_{١}}\right)$

$= \frac{٣}{ن}(-٤ن - ٣) = \frac{-١٢ن - ٩}{ن}$

$\int_{2}^{5} (٣ - ٢س)\,دس = \lim_{ن \to \infty} م(ح_ن ، و) = \lim_{ن \to \infty} \frac{-١٢ن - ٩}{ن} = \boxed{-١٢}$

ب) $ق(أ) = ٠ \Leftarrow أ^٣ + ٨ = ٠ \Leftarrow أ^٣ = -٨ \Leftarrow \boxed{أ = -٢}$

(8 علامات)

① $\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = \lim_{س \to ٢^-} ق(س) \Leftarrow \lim_{س \to ٢^+} (ب س^٢ + و) = \lim_{س \to ٢^-} (س^٣ + ٨)$

$\Leftarrow ٤ب + و = ١٦$ --- ①

$قَ(س) = \begin{cases} ٣س^٢ ، & أ < س < ٢ \\ ٢ب س ، & ٢ < س < ٥ \end{cases}$

$قَ(٢)^+ = قَ(٢)^-$ لأن ق متصل

$١٢ = ٤ب \Leftarrow \boxed{ب = ٣}$

من ① $\Leftarrow ٤ \times ٣ + و = ١٦ \Leftarrow \boxed{و = ٤}$

② $\int_{2}^{3} و(س)\,دس = ق(٣) - ق(٢) = ٣١ - ١٦ = \boxed{١٥}$

③ $قَ(٢) = و(٢) = \boxed{١٢}$

ج) $\int (\text{س}+1)\sqrt{\text{س}-2}\ \text{دس}$

$\text{ص} = \text{س} - 2$

$\text{دص} = \text{دس}$ ، $\text{س} = \text{ص} + 2$

$= \int (\text{ص}+2+1)\, \text{ص}^{\frac{1}{2}}\ \text{دص} =$

$= \int (\text{ص}+3)\, \text{ص}^{\frac{1}{2}}\ \text{دص} =$

$\int (\text{ص}^{\frac{3}{2}} + 3\,\text{ص}^{\frac{1}{2}})\ \text{دص} = \frac{2}{5}\text{ص}^{\frac{5}{2}} + 3\times\frac{2}{3}\text{ص}^{\frac{3}{2}} + \text{ج}$

$\frac{2}{5}(\text{س}-2)^{\frac{5}{2}} + 2(\text{س}-2)^{\frac{3}{2}} + \text{ج}$ ،

(أو بالتعويض)

أو بالأجزاء

$\int (\text{س}+1)\sqrt{\text{س}-2}\ \text{دس}$

$\text{ق} = \text{س}+1$ ، $\text{دع} = (\text{س}-2)^{\frac{1}{2}}$

$\text{دق} = \text{دس}$ ، $\text{ع} = \frac{2}{3}(\text{س}-2)^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{2}{3}(\text{س}-2)^{\frac{3}{2}}(\text{س}+1) - \frac{2}{3}\int(\text{س}-2)^{\frac{3}{2}}\ \text{دس}$

$= \frac{2}{3}(\text{س}-2)^{\frac{3}{2}}(\text{س}+1) - \frac{2}{3}\times\frac{2}{5}(\text{س}-2)^{\frac{5}{2}} + \text{ج}$

$= \frac{2}{3}\left((\text{س}-2)^{\frac{3}{2}}(\text{س}+1) - \frac{2}{5}(\text{س}-2)^{\frac{5}{2}}\right) + \text{ج}$

السؤال الثالث:-

أ) $ق(ن) = \int -٢ن\,(١+ن^{٢})^{\frac{-٣}{٢}} \cdot دن$

$ص = ١ + ن^{٢}$

$دن = \frac{دص}{٢ن}$

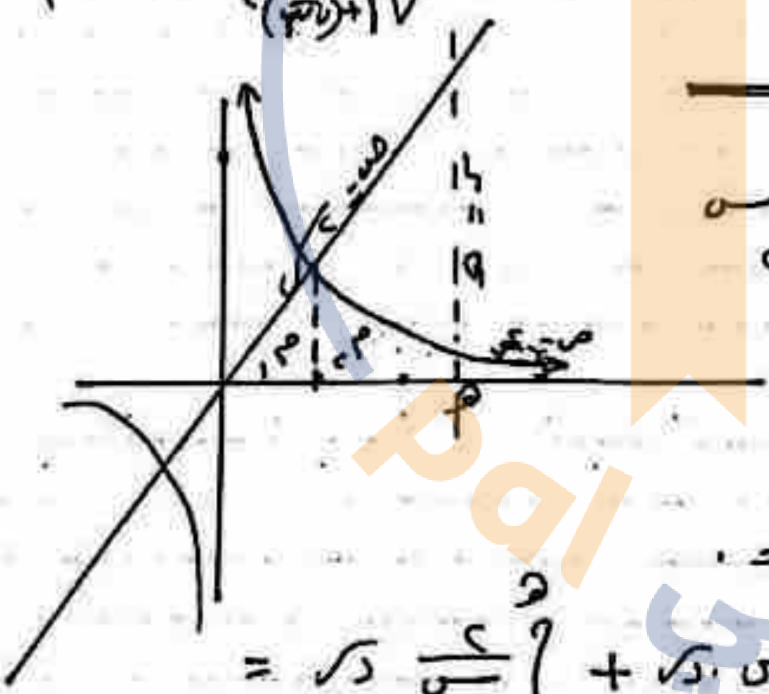
$ق(ن) = \int -\cancel{٢ن}\; ص^{\frac{-٣}{٢}} \cdot \frac{دص}{\cancel{٢ن}} =$

$ق(ن) = ٢\,ص^{\frac{-١}{٢}} + جـ = \frac{٢}{\sqrt{١+ن^{٢}}} + جـ$

$ق(٠) = ٤ \Leftarrow ٤ = \frac{٢}{١} + جـ \Leftarrow جـ = ٢$

$ق(ن) = ٢(١+ن^{٢})^{\frac{-١}{٢}} + ٢ \Leftarrow ق(\sqrt{٣}) = \frac{٢}{\sqrt{١+(\sqrt{٣})^{٢}}} + ٢ = ٣م$

(6 علامات)



نجد التقاطع:-

$هـ(س) = \frac{٢}{س}$ ، $ص = ٢س$

$\frac{٢}{س} = ٢س \Leftarrow ٢س^{٢} = ٢$

$\Leftarrow س = ١$ ، $\cancel{س = -١}$

بين هـ ومحور س ×

بين ص = ٢س ومحور س

$٢س = ٠ \Leftarrow س = ٠$

$م = م_١ + م_٢ = \int_{٠}^{١} ٢س \cdot دس + \int_{١}^{هـ} \frac{٢}{س}\, دس =$

$= س^{٢} \Big|_{٠}^{١} + ٢\, لو_{هـ} س \Big|_{١}^{هـ} =$

$= (١ - ٠) + ٢(لو_{هـ} هـ - لو_{هـ} ١) =$

$١ + ٢ = ٣$ وحدات مساحة.

(8 علامات)

(صفحة 5)

٤) $أ = \begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

$(2س \cdot أ)^{-1} = ب$ نأخذ النظير الضربي للطرفين

$\left((2س \cdot أ)^{-1}\right)^{-1} = ب^{-1}$

$2س\,أ = ب^{-1}$ ضرب × $أ^{-1}$ من اليسار

$س = \frac{1}{2}\,ب^{-1}أ^{-1} = \frac{1}{2}(أب)^{-1}$

$أب = \begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix} \Rightarrow (أب)^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix}2&-1\\-1&2\end{bmatrix}$

$س = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\begin{bmatrix}2&-1\\-1&2\end{bmatrix} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix}2&-1\\-1&2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{3}&\frac{-1}{6}\\\frac{-1}{6}&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$

(6 علامات)

---

٥ أ) $(2س \times أ^{-1})^{-1} = ب$

$= أ^{-1} \times (2س)^{-1} = ب \Rightarrow أ^{-1} \times \frac{1}{2}\,س^{-1} = ب$

$\Rightarrow أ^{-1}\,س^{-1} = 2ب$ ضرب × $أ^{-1}$ من اليمين

$\Rightarrow س^{-1} = 2\,أ\,ب$

$س^{-1} = 2\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4&2\\2&4\end{bmatrix}$

$س = (س^{-1})^{-1} = \frac{1}{12}\begin{bmatrix}4&-2\\-2&4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{3}&\frac{-1}{6}\\\frac{-1}{6}&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$

(صفحة 7)

السؤال الخامس

أ) ① $\int \frac{\text{قاس}\,\text{هـ}^{\text{س}} - \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{قاس}\,\text{ظاس}}{\text{قا}^2\text{س}} \cdot \text{دس} = \int \left(\frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{قاس}}\right)' \cdot \text{دس}$

$= \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{قاس}} + \text{ج} = \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جتاس} + \text{ج}$

أو) $\int \left(\frac{\text{قاس}\,\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{قا}^2\text{س}} - \frac{\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{قاس}\,\text{ظاس}}{\text{قا}^2\text{س}}\right) \cdot \text{دس} =$

بعد التوزيع: $\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{قاس}} \cdot \text{دس} - \int \text{هـ}^{\text{س}} \cdot \frac{\text{جاس}}{\cancel{\text{جتاس}}} \cdot \cancel{\text{جتاس}} \cdot \text{دس}$

$= \int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جتاس} - \int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جاس} \cdot \text{دس}$

أجزاء

$\text{ص} = \text{جتاس} \quad \text{دع} = \text{هـ}^{\text{س}}$

$\text{دص} = -\text{جاس}\,\text{دس} \quad \text{ع} = \text{هـ}^{\text{س}}$

$= \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جتاس} + \cancel{\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جاس}\,\text{دس}} - \cancel{\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جاس} \cdot \text{دس}}$

$= \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جتاس} + \text{ج}$

ب) $\int \frac{\text{س}^3}{4 - \text{س}^2} \cdot \text{دس} = \int \left(-\text{س} + \frac{4\text{س}}{4 - \text{س}^2}\right) \cdot \text{دس}$

$\text{س}^3 \div (-\text{س}^2 + 4) = -\text{س}$

$\frac{\text{س}^3 \mp 4\text{س}}{4\text{س}}$

$= -\int \text{س}\,\text{دس} + \int \frac{4\text{س}}{4 - \text{س}^2} \cdot \text{دس}$ تكامل

$= -\frac{\text{س}^2}{2} + -2\int \frac{-2\text{س}}{4 - \text{س}^2} \cdot \text{دس} = -\frac{\text{س}^2}{2} - 2\,\frac{\text{لو}|4 - \text{س}^2|}{\text{هـ}} + \text{ج}$ تعويض

أو كسور جزئية $= -\frac{\text{س}^2}{2} + -\frac{\text{لو}|\text{س}-2|}{\text{هـ}} + \frac{\text{لو}|\text{س}+2|}{\text{هـ}} + \text{ج}$

$\int \frac{4\text{س}}{4 - \text{س}^2}\,\text{دس} = \int \frac{-4\text{س}}{\text{س}^2 - 4} \cdot \text{دس}$

$= \int \left(\frac{-1}{\text{س}-2} + \frac{1}{\text{س}+2}\right) \cdot \text{دس}$

$-\frac{\text{لو}|\text{س}-2|}{\text{هـ}} + \frac{\text{لو}|\text{س}+2|}{\text{هـ}}$

$\frac{-4\text{س}}{\text{س}^2 - 4} = \frac{\text{أ}}{\text{س}-2} + \frac{\text{ب}}{\text{س}+2} \Leftarrow$

$-4\text{س} = \text{أ}(\text{س}+2) + \text{ب}(\text{س}-2)$

$\text{س} = -2 \Leftarrow \text{ب} = 1$

$\text{س} = 2 \Leftarrow \text{أ} = -1$

(صفحة ٦)

السؤال الرابع

أ) $\int_{0}^{\pi} \sqrt{جاس - جا^{3}س}\ .دس = \int_{0}^{\pi} \sqrt{جاس(1-جا^{2}س)}\ .دس$

$= \int_{0}^{\pi} \sqrt{جاس}\ \sqrt{جتا^{2}س}\ .دس = \int_{0}^{\pi} |جتاس| \sqrt{جاس}\ .دس$

التعويض $= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتاس\ (جاس)^{\frac{1}{2}}\ .دس + -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} جتاس\ (جاس)^{\frac{1}{2}}\ .دس$

$\boxed{ص = جاس \quad دس = \frac{دص}{جتاس}}$

$\boxed{\begin{array}{l} س = 0 \Leftarrow ص = 0 \\ س = \frac{\pi}{2} \Leftarrow ص = 1 \\ س = \pi \Leftarrow ص = 0 \end{array}}$

$= \int_{0}^{1} \cancel{جتاس} \times ص^{\frac{1}{2}} \times \frac{دص}{\cancel{جتاس}} - \int_{1}^{0} \cancel{جتاس}\ ص^{\frac{1}{2}}\ .\frac{دص}{\cancel{جتاس}}$

$= \int_{0}^{1} ص^{\frac{1}{2}}\ دص + \int_{0}^{1} ص^{\frac{1}{2}}\ دص = 2\int_{0}^{1} ص^{\frac{1}{2}}\ دص$

$= 2 \times \frac{2}{3} ص^{\frac{3}{2}} \Big|_{0}^{1} = \frac{4}{3}(1-0) = \frac{4}{3}$

ب) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \\ -2 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right] \xrightarrow[2ص_1 + ص_3]{-ص_1 + ص_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$

التعويض $\Leftarrow \boxed{ع = -1}$ ، $3ص = 6 \Leftarrow \boxed{ص = 2}$

$س - ص + ع = -2$

$س - 2 + -1 = -2 \Leftarrow \boxed{س = 1}$

صفحة ٩

السؤال السادس :-

(أ) $\int \frac{\text{له}}{\text{س}^{\text{ن}} + \text{س}} \, \text{ءس} = \int \frac{\text{له}}{\text{س}^{\text{ن}}\left(1 + \frac{1}{\text{س}^{\text{ن}-1}}\right)} \, \text{ءس}$

$= \int \text{له} \, \frac{1}{\text{س}^{\text{ن}}} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\text{س}^{\text{ن}-1}}\right)} \, \text{ءس}$

اضرب $= \frac{\text{له}}{1-\text{ن}} \int \frac{1}{\cancel{\text{س}^{\text{ن}}}} \times \frac{1}{\text{ص}} \times \cancel{\text{س}^{\text{ن}}} \, \text{ءص}$

$= \frac{\text{له}}{1-\text{ن}} \, \frac{\text{لو}|\text{ص}|}{\text{هـ}} + \text{ج}$

$= \frac{\text{له}}{1-\text{ن}} \, \frac{\text{لو}\left|1 + \frac{1}{\text{س}^{\text{ن}-1}}\right|}{\text{هـ}} + \text{ج}$

$\text{ص} = 1 + \frac{1}{\text{س}^{\text{ن}-1}}$

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{-(\text{ن}-1)}{\text{س}^{\text{ن}}}$

$\text{ءس} = \frac{\text{س}^{\text{ن}} \, \text{ءص}}{1-\text{ن}}$

أو $\int \frac{\text{له}}{\text{س}^{\text{ن}} + \text{س}} \, \text{ءس} = \int \frac{\text{له}}{\text{س}\left(\text{س}^{\text{ن}-1} + 1\right)} \, \text{ءس}$

$= \int \frac{\text{له}}{\text{ن}-1} \, \frac{1}{\text{ص} \cdot \text{س}^{\text{ن}-1}} \, \text{ءص}$

$= \int \frac{\text{له}}{\text{ن}-1} \, \frac{\text{ءص}}{\text{ص}(\text{ص}-1)}$ كسور جزئية

$= \frac{\text{له}}{\text{ن}-1} \int \left(\frac{-1}{\text{ص}} + \frac{1}{\text{ص}-1} \right) \text{ءص}$

$= \frac{\text{له}}{(\text{ن}-1)} \left(-\frac{\text{لو}|\text{ص}|}{\text{هـ}} + \frac{\text{لو}|\text{ص}-1|}{\text{هـ}} \right) + \text{ج}$

$= \frac{\text{له}}{\text{ن}-1} \left(\frac{\text{لو}|\text{ص}-1|}{\text{هـ}} - \frac{\text{لو}|\text{ص}|}{\text{هـ}} \right) + \text{ج}$

$= \frac{\text{له}}{\text{ن}-1} \, \frac{\text{لو}\left|\frac{\text{ص}}{\text{ص}-1}\right|}{\text{هـ}} + \text{ج} = \frac{\text{له}}{1-\text{ن}} \, \text{لو} \frac{\text{س}^{\text{ن}-1}+1}{\text{س}^{\text{ن}-1}} + \text{ج}$

$= \frac{\text{له}}{1-\text{ن}} \, \frac{\text{لو}\left|1 + \frac{1}{\text{س}^{\text{ن}-1}}\right|}{\text{هـ}} + \text{ج}$

$\text{ص} = \text{س}^{\text{ن}-1} + 1$

$\text{ءس} = \frac{\text{ءص}}{(\text{ن}-1)\,\text{س}^{\text{ن}-2}}$

$\frac{1}{\text{ص}(\text{ص}-1)} = \frac{\text{أ}}{\text{ص}} + \frac{\text{ب}}{\text{ص}-1}$

$1 = \text{أ}(\text{ص}-1) + \text{ب}\,\text{ص}$

$\text{ص} = 1 \Leftarrow \text{ب} = 1$

$\text{ص} = 0 \Leftarrow \text{أ} = -1$

(صفحة 8)

تابع السؤال الخامس

ب) $\int_{هـ^2}^{هـ} \frac{1}{س} ق\left(\frac{لو س}{هـ} - 3\right) . دس$

ص = $\frac{لو س}{هـ}$ − 3

دس = س دص

س = $هـ^2$ ⇐ ص = −1

س = هـ ⇐ ص = −2

$= \int_{-1}^{-2} ق(ص) . دص$ --- ①

$= \int_{-1}^{-2} ق(س) . دس$ --- ①

$\int_{4}^{3} لو(2-س) . دس$

ع = 2 − س

−دع = دس

س = 4 ⇐ ص = −2

س = 3 ⇐ ص = −1

$= -\int_{-2}^{-1} لو(ع)\, دع$

معلومات

$= \int_{-1}^{-2} لو(ع)\, دع$ --- ② $= \int_{-1}^{-2} لو(س) . دس$

من المعطيات ق(س) ≥ لو(س) ∀ س ∈ [−2، −1]

حسب خاصية المقارنة $\int_{-2}^{-1} ق(س) . دس \geq \int_{-2}^{-1} لو(س) . دس$ ضرب × −1

$-\int_{-2}^{-1} ق(س) . دس \leq -\int_{-2}^{-1} لو(س) . دس$

$\therefore \int_{-1}^{-2} ق(س)\, دس \leq \int_{-1}^{-2} لو(س) . دس$

$\therefore \int_{هـ^2}^{هـ} \frac{1}{س} ق\left(\frac{لو س}{هـ} - 3\right) . دس \leq \int_{4}^{3} لو(2-س) . دس$

وهو المطلوب.

ب)

$$\begin{vmatrix} \text{أ} & -\text{ب} & -\text{جـ} \\ \text{ب} & 1 & 0 \\ \text{جـ} & 0 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{ع}_1 \leftrightarrow \text{ع}_2} - \begin{vmatrix} -\text{ب} & \text{أ} & -\text{جـ} \\ 1 & \text{ب} & 0 \\ 0 & \text{جـ} & 1 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{ع}_2 \leftrightarrow \text{ع}_3} + \begin{vmatrix} -\text{ب} & -\text{جـ} & \text{أ} \\ 1 & 0 & \text{ب} \\ 0 & 1 & \text{جـ} \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{إخراج } -\text{ب} \text{ من ص}_1} -\text{ب} \begin{vmatrix} 1 & \frac{\text{جـ}}{\text{ب}} & \frac{-\text{أ}}{\text{ب}} \\ 1 & 0 & \text{ب} \\ 0 & 1 & \text{جـ} \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{-\text{ص}_1 + \text{ص}_2} -\text{ب} \begin{vmatrix} 1 & \frac{\text{جـ}}{\text{ب}} & \frac{-\text{أ}}{\text{ب}} \\ 0 & \frac{-\text{جـ}}{\text{ب}} & \text{ب} + \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \\ 0 & 1 & \text{جـ} \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{إخراج } \frac{-\text{جـ}}{\text{ب}} \text{ من ص}_2}$$

$$\xrightarrow{-\text{ص}_2 \times \frac{-\text{ب}}{\text{جـ}}} \begin{vmatrix} 1 & \frac{\text{جـ}}{\text{ب}} & \frac{-\text{أ}}{\text{ب}} \\ 0 & 1 & \left(\text{ب} + \frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right) \times \frac{-\text{ب}}{\text{جـ}} \\ 0 & 1 & \text{جـ} \end{vmatrix} \longrightarrow \text{جـ} \begin{vmatrix} 1 & \frac{\text{جـ}}{\text{ب}} & \frac{-\text{أ}}{\text{ب}} \\ 0 & 1 & -\frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}} - \frac{\text{أ}}{\text{جـ}} \\ 0 & 1 & \text{جـ} \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{-\text{ص}_2 + \text{ص}_3} \text{جـ} \begin{vmatrix} 1 & \frac{\text{جـ}}{\text{ب}} & \frac{-\text{أ}}{\text{ب}} \\ 0 & 1 & \frac{-\text{أ}}{\text{جـ}} - \frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}} \\ 0 & 0 & \text{جـ} + \frac{\text{أ}}{\text{جـ}} + \frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}} \end{vmatrix} =$$

$$\text{جـ} \times \left(\text{جـ} + \frac{\text{أ}}{\text{جـ}} + \frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}}\right) = \text{جـ}^2 + \text{أ} + \text{ب}^2$$

$$= \text{أ} + \text{ب}^2 + \text{جـ}^2$$

(١٥ علامة)

وهو المطلوب