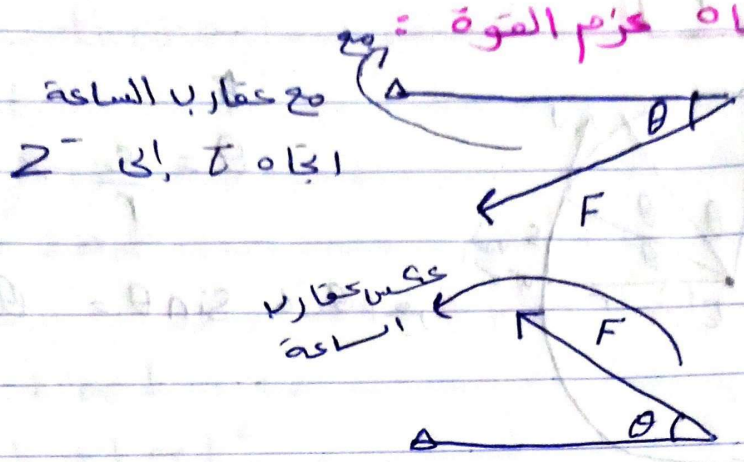
الحركة الدورانية

تحديد اتجاه عزم القوة :



اتجاه τ خارج الصفحة (اللوح) إلى z^+

عكس عقارب الساعة .

---

* الحركة الدورانية : هي دوران الجسم حول محوره أو مركزه

* القوة المركزية (F_c) : هي القوة التي تنشأ عندما يتحرك الجسم في مسار دائري ويكون اتجاهها باتجاه مركز الدائرة

* السرعة الخطية / المماسية : هي التي تمس الدائرة في نقطة وهي ثابتة مقدارا ومتغيرة اتجاها

* السرعة الزاوية ω : هي الإزاحة الزاوية التي يدورها الجسم في وحدة الزمن

الزاوية المقطوعة بالتقدير $= \Delta\theta$ حيث

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

وحدتها rad/s

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \text{أو } \frac{2\pi}{T}$$

$$V_{\text{خطية}} = \omega_{\text{زاوية}} \, r$$

f : التردد حيث

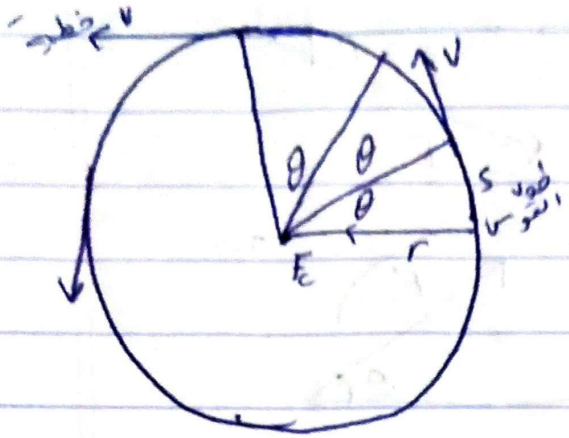
عدد الدورات خلال ثانية واحدة

وحدته (Hz)

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{\text{عدد الدورات}}{\Delta t}$$

الزمن الدوري $T = \frac{1}{f}$ هو الزمن اللازم لإكمال دورة كاملة وحدته (s)



$\theta = \frac{s}{r} \Rightarrow s = \theta r$

ملاحظة: $\sin\theta = \theta$ بشرط أن تكون θ صغيرة

$F_c = m a_c$

$= m \frac{v^2}{r}$

$a_c = \frac{v^2}{r}$

$= m \frac{w^2 r^2}{r} = m w^2 r$

$v = r w$

$a = r \alpha$

α التسارع الزاوي $= \frac{\Delta w}{\Delta t}$

a الخطي $= \frac{\Delta v}{\Delta t}$

a الخطي الانتقالي $= \alpha r$

ملاحظة: أي جسم يتحرك في مسار دائري يكون خاضعاً لقوة تؤثر عليه نحو مركز ذلك المسار ويطلق على هذه القوة (القوة المركزية) (F_c) ويكون اتجاهها نحو المركز

عند أي نقطة على المسار الدائري يكون اتجاه سرعة الجسم باتجاه المماس وبالتالي فإن اتجاه السرعة يتغير بشكل مستمر لكن قيمة السرعة ثابتة

معادلات الحركة بخط مستقيم بتسارع خطي ثابت (a)

$$v_f = v_i + at$$
$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

معادلات الحركة الدائرية بتسارع زاوي ثابت (α)

$$w_f = w_i + \alpha t$$
$$\theta = w_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$
$$w_f^2 = w_i^2 + 2\alpha\theta$$

سؤال: كرة كتلتها 2Kg مربوطة بخيط طوله 0.5 m وتدور في مسار دائري بمعدل 300 rev/min احسبي:

1. السرعة الزاوية للكرة
2. السرعة الخطية للكرة.
3. التسارع المركزي للكرة.
4. القوة المركزية على الكرة.
5. المسافة المقطوعة خلال 5 دورات

① $f = \frac{300}{60} = 5$ Hz يجب أن تكون f بوحدة ثانية.

$$w = 2\pi f$$
$$= 2 \times 3.14 \times 5 = 31.4 \text{ rad/s}$$

② $v = wr$

$$v = 31.4 \times 0.5 = \therefore 15.7 \text{ m/s}$$

③ $a_c = w^2 r = (31.4)^2 \times 0.5 = 492.98 \text{ m/s}^2$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(15.7)^2}{0.5} = 492.98 \text{ m/s}^2$$

$$F_c = m\, a_c$$
$$= 2 \times 492.98$$
$$= 985.96 \ N$$

⑤ S ?? المسافة المقطوعة خلال 5 دورات اكتب بدلالة طول القوس

$\theta = \frac{s}{r}$ لدورة واحدة $\theta = 2\pi$

$s = \theta r$

$= (5 \times 2\pi) \cdot 0.5$

$= \frac{10\pi}{2} = 5\pi = 5 \times 3.14 = 15.7$

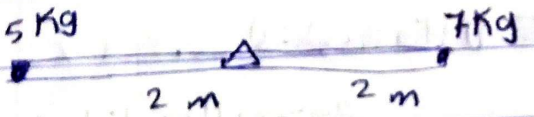
طول القوس لدورة واحدة

$s = \theta \cdot r$

$= 2\pi \cdot 0.5$ لدورة واحدة $2\pi = \theta$

$s = \pi$

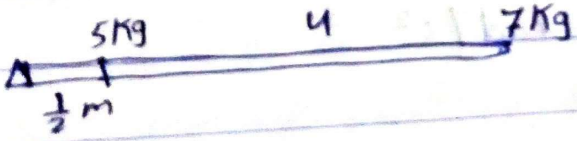
مثال (12 ص 38) :



$\Sigma I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$= (7 \times 4) + (5 \times 4)$

$= 48 \ Kg \cdot m^2$



$\Sigma I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$= 7 \times (4.5)^2 + 5 \times (\frac{1}{2})^2$

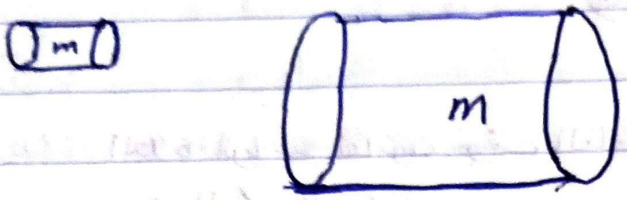
$= 143 Kg \cdot m^2$

تتغير قيمة العزم الدوراني بتغير مكان محور الدوران بتغير قيمة (r) بالرغم من ثبات الكتل

هذا سنشرح في فقرة مرجع

سؤال: إذا كان الأسطوانتين في الموضحين الحل نفسها فأيهما أصعب تدويره من السكون علماً بأن العصور الدوراني للأسطوانة $\frac{1}{2}MR^2$

الأسطوانة الثانية لأن العصور الدوراني عليها أكبر لأن r لها أكبر



سؤال: ساق حديدية متجانسة كتلتها M وطولها L مثبت على كل طرف من أطرافها كتلة نقطية مقدارها m كما هو موضح في الشكل.
أوجد العصور الدوراني حول محور عمودي يمر من المركز إذا علمت أن $M = m$

$$\Sigma I = I_{\text{ساق}} + I_{\text{للجسم النقطي 1}} + I_{\text{الجسم النقطي 2}}$$

$$= \frac{1}{12}ML^2 + 2[mr^2]$$

$$= \frac{1}{12}ML^2 + 2M\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12}ML^2 + \frac{6rML^2}{6\times 2} = \frac{7ML^2}{12}$$

xxxx لو كان السؤال أوجد العصور الدوراني عند أحد طرفي الساق.

$$\Sigma I = I_{\text{الساق}} + I_{m_1} + I_{m_2}$$
$$= \frac{1}{3}ML^2 + m_1r^2 + (m\times 0)$$
$$= \frac{1}{3}ML^2 + ML^2$$
$$= \frac{4}{3}ML^2$$

2022

اشتقاق قانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية

$F = ma$

$\tau = F r \sin\theta$

$= m a r \sin\theta$

$= m \alpha r r \sin 90$

$= m r^2 \alpha$

$\tau = I \alpha$

فلسفة اشتقاق المعادلات

العلاقة الرياضية لقانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية

سؤال ص (٩١):

النظام مكون من جسمان. جسم m_1 يتسارع خطي a وجسم ثاني (m_2) يتحرك حركة دورانية البكرة بتسارع زاوي α

① عزم القوة τ = القوة × نصف القطر

$\tau = T r \sin 90 = Tr$

② نطبق قانون نيوتن الثاني على الجسمان

على الجسم الأول $\Sigma F = m_1 a$

$m_1 g - T = m_1 a$ ... ①

على الجسم الثاني $\tau = \alpha I$

$Tr = \alpha I$ ... ② $\Rightarrow T = \frac{\alpha I}{r}$ نعوضها في ①

$m_1 g - \frac{\alpha I}{r} = m_1 a$

$m_1 g - \frac{\alpha I}{r} = m_1 \alpha r$

$m_1 g = m_1 \alpha r + \frac{\alpha I_{\text{بكرة}}}{r}$

$m_1 g = \alpha \left(m_1 r + \frac{\frac{1}{2} m_2 r^2}{r} \right)$

$m_1 g = \alpha \left(m_1 r + \frac{1}{2} m_2 r \right)$

$\frac{m_1 g}{\left(m_1 r + \frac{1}{2} m_2 r \right)} = \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{m_1 g}{r\left(m_1 + \frac{m_2}{2} \right)}$

الطاقة الحركية في الحركة الدورانية

$K = \frac{1}{2} m v^2$ $\quad v = r\omega$

$= \frac{1}{2} (mr^2) \omega^2$

$K = \frac{1}{2} I \omega^2$

حيث I: العصور الدوراني

ω: السرعة الزاوية

مثال (5) ص (42):

K? $\quad F_1 = 5N \quad F_2 = 7N \quad r = 0.3m \quad I = 0.2 Kg.m^2$

$\Delta t = 2s \quad \omega_1 = 0$

$K = \frac{1}{2} I \omega^2$

$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$ حيث α التسارع الزاوي الذي تحرك به الأسطوانة

من قانون نيوتن الثاني

$\Sigma \tau = I\alpha$

$\tau_1 + \tau_2 = I\alpha$

$(F_1 r \sin 90) + F_2 r \sin 90 = I\alpha$

$5 \times 0.3 \times 1 + 7 \times 0.3 \times 1 = I\alpha$

$1.5 + 2.1 = 0.2 \times \alpha$

$\frac{3.6}{0.2} = \alpha \Rightarrow \alpha = 18 \ rad/s$

$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$

$= 0 + 18 \times 2$

$= 36 \ rad/s$

$K = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (36)^2$

$= 129.6 \ J$

$= 0.129 \ KJ$

$I = 1.6 \times 10^{-3}\ Kg \cdot m^2$

$f = \frac{1200}{60} = 20\ rev/s$ $\quad \Delta t = 15\ s$ $\quad \omega_i = 0$

$\omega_f = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 20 = 40\pi\ rad/s$

$\omega_f = \omega_i + \alpha t$

$40\pi = 0 + 15\alpha$

$40\pi = 15\alpha$

$\alpha = \frac{40\pi}{15} = 8.38\ rad/s^2$

$\tau = I\alpha$

$\tau = 1.6 \times 10^{-3} \times 8.38$

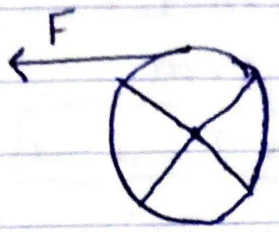
$= 0.0134\ N.m$

$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$= (0 \times 15) + (\frac{1}{2} \times 8.38 \times 15^2)$

$= 942.75\ rad$

ت 2021 : عجلة قطرها 0.75 m و عزم قصورها الدوراني $4.8\ kg.m^2$ أثرت على حافتها قوة مماسية مقدارها 10N فبدأت حركتها من السكون حول محور عمودي على مستواها ويمر بمركزها بعد دقيقتين من لحظة تأثير القوة ، احسبي



1- طاقة الحركة الدورانية للعجلة .

2- عدد الدورات التي دارتها العجلة

3- الزخم الزاوي للحلقة .

$r = \frac{0.75}{2} = 0.375\ m$ $I = 4.8\ kg.m^2$

$F = 10\ N$ $w_1 = 0$ $\Delta t = 2\ min = 120\ s$

$K = \frac{1}{2} I w^2$

$w_2 = w_1 + \alpha t$

$\Sigma \tau = I \alpha$

$F.r \sin 90 = 4.8 \alpha$

$10 \times 0.375 \times 1 = 4.8 \alpha$

$\alpha = \frac{3.75}{4.8} = 0.781$

$w_2 = w_1 + \alpha t$

$= 0 + 0.781 \times 120$

$= 93.72\ rad/s$

$K = \frac{1}{2} I w^2$

$= \frac{1}{2} \times 4.8 \times (93.72)^2 = 84321\ J = 21080\ J$

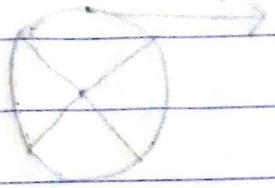
$= 84.32\ KJ = 21\ KJ$

② عدد الدورات التي دارتها العجلة

$\omega = 2\pi f$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{93.75}{2 \times 3.14}$

$= 15 \text{ Hz}$



$f = \frac{\text{عدد الدورات}}{\Delta t}$

عدد الدورات $= f \cdot \Delta t$

$= 15 \times 120 = 1791 \text{ revel}$

أو

$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$

$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega \cdot \Delta t$

$= 93.75 \times 120$

$= 11250$

$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$

$= \frac{11250}{2 \times 3.14} = 1791 \text{ revel}$

③ $L = I\omega$

$= 4.8 \times 93.75$

$= 450 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

الزخم الزاوي L

$L = r \times p$

$= r\, mv$ وحدتها $Kg \cdot m^2/s$

$= r\, m\, r\, w$

$= m r^2 w$

$\boxed{L = I w}$

قانون الزخم الزاوي

حيث L : الزخم الزاوي

I : العصور الدوراني

w : السرعة الزاوية

ن :

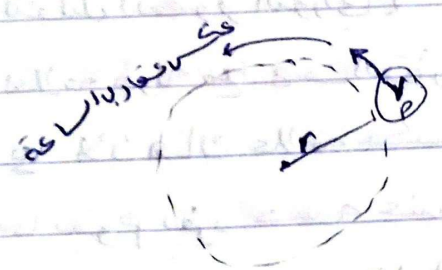
كمية متجهة

كيف نحدد اتجاه الزخم الزاوي

باستخدام قاعدة اليد اليمنى

حيث الأصابع مع r ثم نشير الأصابع مع

(v الخطية)



* إذا كانت الحركة عكس عقارب الساعة فإن اتجاه L Z^+
* إذا كانت الحركة مع عقارب الساعة فإن اتجاه L Z^-

قانون نيوتن الثاني في الحركة الخطية

$$\Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

في الحركة الدائرية

$$\Sigma T = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

** إذا كان النظام معزول يعني ΣT عليه $= 0$

** أن يكون محور الدوران ثابت

إذا تحقق الشرطان فإن الزخم الزاوي يكون محفوظ

$$\Sigma t = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

$$0 = \Delta L$$

$$= L_2 - L_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{L_1 = L_2} \quad \text{قانون حفظ الزخم الزاوي}$$

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2 \quad \text{دوراني}$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{خطي}$$

س٤ ص(٩٩) الخطاس

لتقليل العصور الدوراني I حيث أن
العلاقة طردية مع نصف القطر r فتزداد ω
لأن هناك علاقة عكسية بين I و ω
بينما يقوم بقرب جسمه عندما يقترب من المسبح
لزيادة I وبالتالي تقليل السرعة الزاوية ω
حفاظاً على سلامته وذلك حسب مبدأ حفظ
الزخم الزاوي.

$v = \omega r$

السرعة الزاوية $\omega = \frac{v}{r}$

$\omega \frac{1}{\alpha} r$

نصف القطر يتناسب عكسياً مع السرعة
الزاوية وعكسياً مع العصور الدوراني

$L = I\omega \quad \omega \frac{1}{I} r$

مثالي: يقوم الراقص على الجليد بضم يديه إلى صدره عند الدوران ويفردها عندما
يريد التوقف.

أهمية قانون حفظ الزخم الزاوي. سؤال ص(٩٥):

١- دراسة حركة الكواكب حيث أن زخمها الزاوي عند دورانها حول نفسها ثابت
٢- تصميم الآلات التي تعمل على تحريك المسننات

مثال 7 صـ(45):

$L_1 = L_2$ قبل الانكماش = بعد الانكماش

$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$

$\frac{2}{5} m r_1^2 \omega = \frac{2}{5} m r_2^2 \omega_2$

$r_1^2 \omega_1 = \frac{r_1^2}{4} \omega_2$

$4\omega_1 = \omega_2$

سرعتها بعد الانكماش 4 أضعاف سرعتها قبل الانكماش.

4 دورات ← 24 ساعة (الأرض انكمشت)

1 دورة ← س (فتح حسنا يوم واحد)

$\frac{24}{4} = \frac{س}{4}$ ⟹ $س = 6$ ساعات

تطبيق على مثال (7): هذه الأرض التي انكمشت تزداد سرعتها 4 أضعاف. سرعتها الأصلية وتدور 4 دورات خلال 24 ساعة ويكون مدة اليوم 6 ساعات

سؤال: أسطوانة مصمتة فائقة تدور حول محورها الطولي مرتين في كل ثانية إذا تمددت الأسطوانة بطريقة ما بحيث أصبح نصف قطرها 4 أمثال ما كان عليه فما سرعة الأسطوانة في هذه الحالة علماً بأن العزم الدوراني للأسطوانة $\frac{1}{2} m r^2$

$\omega_1 = 2\pi f = 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$

$r_2 = 4 r_1$

$L_1 = L_2$

$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$

$\frac{1}{2} m r_1^2 \times 4\pi = \frac{1}{2} m r_2^2 \omega_2$

$r_1^2 \times 4\pi = 16 r_1^2 \omega_2$

$\frac{r_1^2 \times 4\pi}{16} = \frac{16 r_1^2}{16} \omega_2$

$\omega_2 = \frac{1}{4}\pi$

$\omega_1 > \omega_2$

لو طلب سؤال العلاقة بين الزمن الدوري قبل والزمن الدوري بعد

$f = \frac{1}{T}$

$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} = \frac{2\pi}{T_1} \div \frac{2\pi}{T_2}$

$= \frac{2\pi}{T_1} \times \frac{T_2}{2\pi}$

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4\pi}{\frac{1}{4}\pi}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{16}{1}$

$T_2 : T_1$

$16 : 1$

$T_2 > T_1$

كلما زاد r يزداد الزمن الدوري

سؤال ص 145:

$\frac{1}{3} \times 60 = 20\ s$

$f = \frac{\text{عدد الدورات}}{\text{الزمن}}$

$f = \frac{100}{20} = 5\ Hz$

$\omega = 2\pi f$

$= 2\pi \times \frac{100}{20}$

$= 10\pi$

$L = I\omega$

$= 7 \times 10\pi = 70 \times 3.14$

$= 219.8\ Kg.m^2/s$

سؤال صـ 146 :

$$v = \omega r$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$= \frac{8 \times 10^{3}}{7 \times 10^{6}} = 1.14 \times 10^{-3} \ rad/s$$

$$L = \underline{\underline{I}} \ \omega$$

$$L = r p$$

$$= r m v = 7 \times 10^{6} \times 3 \times 10^{3} \times 8 \times 10^{3}$$

$$= 168 \times 10^{6} \ Kg \cdot m^{2}/s$$

مثال (8) صـ (145) :

$r_1 = 0.8\ m \quad r_2 = 0.48\ m \quad V_1 = 2.4\ m/s$

المطلوب: إيجاد السرعة الخطية V_2

العزم من القوة الخارجية = 0 لأن القوة واقعة على المحور لأن $r = 0$

فستنتج أن $\Sigma \tau$ على الجسم = صفر.

وتسمى حفظ الزخم الزاوي $L_1 = L_2$

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

$$m r_1^2 \frac{v_1}{r_1} = m r_2^2 \frac{v_2}{r_2}$$

$$\frac{r_1 v_1}{r_2} = \frac{r_2 v_2}{r_2}$$

$$v_2 = \frac{r_1 v_1}{r_2} = \frac{0.8 \times 2.4}{0.48}$$

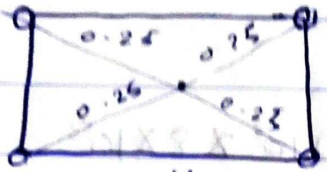
$$v_2 = 4\ m/s$$

أسئلة الفصل صـ (47) :

① $r_1 = 2r_2$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{m_1 r_1^2}{m_2 r_2^2} = \frac{m \; 4r_2^2}{m \; r_2^2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{4}{1} \Rightarrow I_1 = 4 I_2$$ (د)

② 

طول القطر = 0.5 m ارتفاع مثلث قائم

$$\Sigma I = 4I$$

$$= 4mr^2$$

$$= 4 \times 3 \times (0.25)^2$$

$$= 0.75 \text{ kg.m}^2$$ (ب)

③

$$I = mr^2$$

$$= 5 \times 1 = 5 \text{ Kg.m}^2$$ (ب)

⑤ $$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} I_1 \omega_1^2}{\frac{1}{2} I_2 \omega_2^2}$$

$$= \frac{\omega_1^2}{(2\omega_1)^2}$$

$$= \frac{\omega_1^2}{4\omega^2}$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{4}$$

(ب) $K_2 = 4K_1$

⑥ $K_{\text{الاسطوانة}} = K_{\text{القرص}}$

$$\frac{1}{2} I w^2 = \frac{1}{2} I w^2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} M r^2\right) w^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} M R^2\right) w^2$$

$$\frac{r^2}{R^2} = \frac{R^2}{R^2}$$

ⓘ $\frac{r}{R} = 1$

⑦ $\Delta I = I_{\text{حول الطرف}} - I_{\text{حول المركز}}$

$$= \frac{1}{3} M L^2 - \frac{1}{12} M L^2$$

$$= M L^2 \left(\frac{4\times1}{4\times3} - \frac{1}{12}\right) \qquad \frac{4-1}{12} \quad \frac{3}{12\times4} = \frac{1}{4}$$

$$= 0.3 \times 1 \times \frac{1}{4}$$

$$= 0.075$$ ⓗ

س٤: ب- لزيادة القصور الدوراني وبالتالي تقليل السرعة الزاوية فيسهل إيقاف الآلة حيث أن الزخم الزاوي ثابت $L_1 = L_2$

س٥:

$m = 50\,Kg \qquad R = 0.5\,m$

$$f = \frac{300}{60} = 5\ rev/s \quad (Hz)$$

⑧ $w = 2\pi f = 2 \times \pi \times 5 = 10\pi$

$$K = \frac{1}{2} I w^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m r^2\right) \times (10\pi)^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} \times 50 \times 0.25\right) \times (10\pi)^2$$

$$= 3081\ J$$

(ب) $\tau = I\alpha$

α هي التي تجعل القرص يتوقف $\omega_2 = 0$

$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$

$0 = 10\pi + \alpha \times 10$

$-10\pi = 10\alpha$

$\alpha = -\pi \text{ rad/s}^2$ (بتعاكس)

$\tau = \left(\frac{1}{2} \times 50 \times 0.25\right) \times -\pi$

$= -19.6 \text{ N.m}$ (بعكس اتجاه الحركة الأصلية)

س٦ :

$I = 0.12 \text{ Kg.m}^2$ $L_1 = 3 \text{ Kg.m}^2/\text{s}$

$L_2 = 2 \text{ Kg.m}^2/\text{s}$ $\Delta t = 1.5 \text{ s}$

حسب قانون نيوتن الثاني للحركة الدورانية

(أ) $\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_2 - L_1}{\Delta t}$

$= \frac{2-3}{1.5} = -0.67 \text{ N.m}$

(ب) عدد الدورات $= \frac{\theta}{2\pi}$

$L_i = I\omega_i$

$3 = 0.12\,\omega_i$

$\omega_i = \frac{3}{0.12} = 25 \text{ rad/s}$

$\tau = I\alpha$

$-0.67 = 0.12\alpha$

$\alpha = -\frac{0.67}{0.12} = -5.5 \text{ rad/s}^2$

$\theta = w_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$

$= (25 \times 1.5) + (\frac{1}{2} \times -5.5 \times (1.5)^2)$

$= 31.2$ rad

عدد الدورات $= \frac{\theta}{2\pi}$

$= \frac{31.2}{2\pi} = \frac{31.2}{2 \times 3.14} = 5$ rev

ثم نوجد التردد:

$m = 0.1$ Kg

$w = 2\pi f$

$= 2\pi \times \frac{5}{\pi} = 10$ rad/s

$I = 0.001$ Kg. m^2

(P) $I = mr^2$

$0.001 = 0.1\ r^2$

$r = 0.1$ m

(V) $V = rw$

$= 10 \times 0.1 = 1$ m/s

(Θ) $p = mv$

$= 0.1 \times 1 = 0.1$ Kg. m/s

(J) $L = I w$

$= 0.001 \times 10$

$= 0.01$ Kg. m^2/s

$K = \frac{1}{2} m v^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times 1$

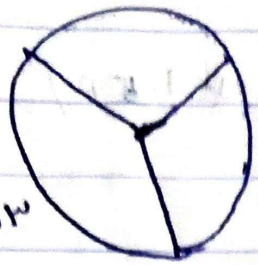
$= 0.05$ J

$K = \frac{1}{2} I w^2$

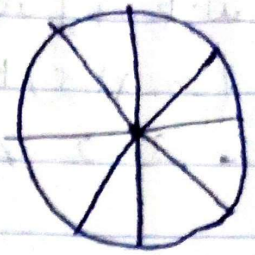
$= \frac{1}{2} \times 0.001 \times 100$

$= 0.05$ J

2020



المحور الدوراني للسلك على طرفه



المحور الدوراني للسلك في منتصفه

مر 8 :

(P) $m = 1\,Kg \quad r = 0.2\,m$

$I = \frac{1}{2} m r^2$

$= \frac{1}{2} \times 1 \times (0.2)^2$

$= 0.02\ Kg.m^2$

(ك) $\Sigma I = I_{\text{ساق}} + 2\,I_{\text{الكتلة المتطرفة}}$

$r = \frac{L}{2} \quad m = M$

$= \frac{1}{12} ML^2 + 2mr^2$

$= \frac{1}{12} ML^2 + 2m\frac{L^2}{4}$

$= \frac{1}{12} ML^2 + \frac{6 \times ML^2}{6 \times 2}$

$= \frac{7}{12} ML^2 \ Kg.m^2$

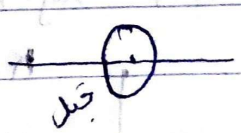
مر 9 :

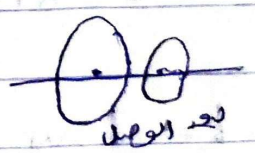
$\omega_1 = 2\pi f$

$= 2\pi \times \frac{900}{60} = 30\pi$

(P) $L_i = L_f$

$I_1 \omega_1 = (I_1 + I_2)\omega_f$





$0.1 \times 30\pi = (0.1 + 2 \times 0.1)\omega_f$

$\frac{3\pi}{0.3} = \frac{0.3\,\omega_f}{0.3}$

$\omega_f = 31.4\ rad/s$

(٧)

$$\Delta K = K_2 - K_1$$
$$= \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_2^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 0.3 \times (31.4)^2 - \frac{1}{2} \times 0.1 \times (80\pi)^2$$
$$= 147.89 - 443.68$$
$$= -295.7$$

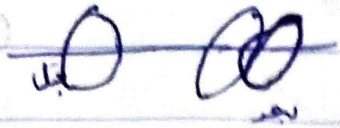
: 10 من

$$r = 10\,cm = 0.1\,m$$
$$I = 0.02\,Kg \cdot m^2$$
$$F = 15\,N$$
$$\tau = I\alpha$$
$$\tau = Fr\sin 90$$
$$= 15 \times 0.1 \times 1$$
$$= 1.5$$
$$1.5 = 0.2 \times \alpha$$
$$\alpha = 75\ rad/s^2$$
$$a = r\alpha$$
$$= 0.1 \times 75 = 7.5\ m/s$$

دائرة 15 ص (51) :

$$L = I\omega$$
$$\omega = \frac{L}{I} = \frac{5 \times 10^{-2}}{\frac{2}{5} \times (0.1)^2}$$
$$= \frac{5 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-3}}$$
$$\omega = 12.5$$ (٧)

16



$L_1 = L_2$

$I_1 w_1 = (I_1 + I_2) w_2$

$I_1 w_1 = (I_1 + 3I_1) w_2$

$I w_1 = 4 I_1 w_2$

$w_1 = 4 w_2$

17

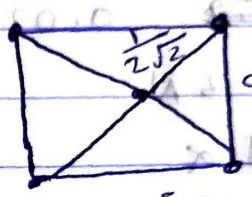
$\Sigma I = 4I$ (a,b,c,d)

$= 4mr^2$

$= 4 \times 5 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2$

$= 4 \times \left(\frac{5}{8}\right)$

$= 2.5 \ Kg \cdot m^2$



$R = \sqrt{(0.5)^2 + (0.5)^2}$

$R = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$

R الوتر $= \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

نصف الوتر $= \frac{1}{2\sqrt{2}}$

15

$L = I w$

$= \frac{1}{3} M l^2 w$

$= \frac{1}{3} \times 0.2 \times (0.5)^2 \times 3$

$L = 0.05$

$I_A = I_B$

$L_A = 2 L_B$

$I_A w_A = 2 I_B w_B$

$w_A = 2 w_B$

19

$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2} w_A^2 I_A}{\frac{1}{2} w_B^2 I_B}$

$\frac{K_A}{K_B} = \frac{4 w_B^2}{w_B^2}$

$\frac{K_A}{K_B} = \frac{4}{1} \Rightarrow K_A = 4 K_B$

$p = \sqrt{2mK}$

$L = \sqrt{2IK}$

طريقة أخرى

$$\sqrt{2K_A I_A} = 2\sqrt{2K_B I_B}$$

$$\frac{2K_A I_A}{2} = \frac{4(2K_B I_B)}{2}$$

$$K_A = 4K_B$$

(20)

$$I_B = 2I_A$$

$$K_B = 8K_A$$

$$\frac{1}{2} I_B \omega_B^2 = \left(\frac{1}{2} I_A \omega_A^2\right) 8$$

$$2I_A \omega_B^2 = (I_A \omega_A^2) 8$$

$$2\omega_B^2 = 8\omega_A^2$$

$$\omega_B^2 = 4\omega_A^2$$

$$\omega_B = 2\omega_A$$

أو

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{I_A \omega_A}{I_B \omega_B}$$

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{I_A \omega_A}{2I_A \times 2\omega_A}$$

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{4}$$

$$L_B = 4L_A$$

$$L_B = 2I_A \cdot 2\omega_A$$

$$L_B = 4 I_A \omega_A$$

$$L_B = 4L_A$$

س12 ص(54):

① $I_{\text{الكرة}} = I_{\text{العجلة}} + 4I_{\text{للساق}}$

$= mr^2 + 4\left[\frac{1}{12}ML^2\right]$

$= 1 \times 0.3^2 + 4\left[\frac{1}{12} \times 0.4 \times (0.6)^2\right]$

$= 0.138 \ kg \cdot m^2$

② $L = I\omega \rightarrow 2\pi \times 1 = 2\pi$

$= 0.138 \times 2\pi$

$= 0.867 \ kg \cdot m^2/s$

③ $K = \frac{1}{2} I \omega^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.138 \times (2\pi)^2$

$= 2.72 \ J$

س13 :

$L_i = L_f$

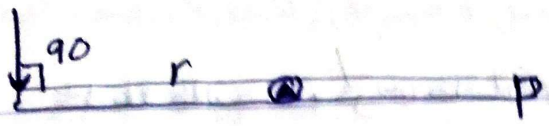
$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$

$\frac{6 \times 2\pi}{2} = \frac{2 \omega_2}{2}$

$\omega_2 = 6\pi$

زادت السرعة الزاوية بمقدار ٣

س١٤ :



① إذا كان المحور في O

$\tau = I\alpha$ مجهول مجهول

$F \cdot r \sin 90 = I\alpha$

$(5 \times \frac{1}{2} \times 1) = \frac{1}{12} Ml^2 \alpha$

$2.5 = \frac{1}{12} \times 0.3 \times 1 \times \alpha$

$\alpha = 100 \text{ rad/s}^2$

② إذا كان محور الدوران في P

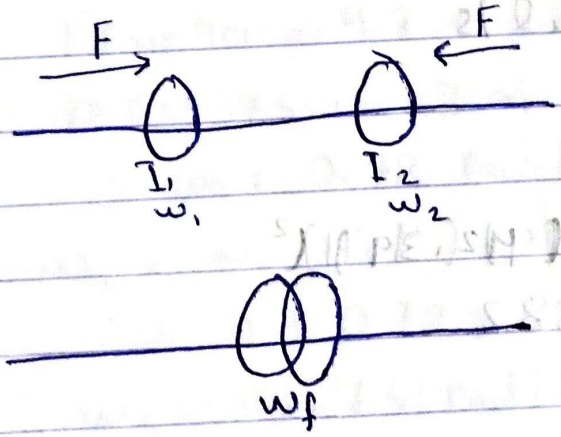
$\tau = I\alpha$

$F \cdot r \sin 90 = \frac{1}{3} Ml^2 \alpha$

$5 \times 1 \times 1 = \frac{1}{3} \times 0.3 \times 1 \times \alpha$

$\alpha = 50 \text{ rad/s}^2$

س١٥ :



عزم القوى الناتج عن القوتين = صفر

لأن القوى موازية للمحور

$\tau = Fr \sin 0$

$= 0$

إذن محصلة القوى = صفر

$L_i = L_f$

$\omega_1 I_1 + \omega_2 I_2 = (I_1 + I_2)\omega_f$

$\omega_f = \frac{\omega_1 I_1 + \omega_2 I_2}{I_1 + I_2}$

ف2020 : يجلس طالب على كرسي حاملاً في يديه الممدودتين كتلتين متماثلتين كتلة كل منهما (3Kg) والمسافة بينهما (2m) و يدور بسرعة زاوية مقدارها 0.75 rev/s والعزم الدوراني للكرسي و الطالب معاً $3Kg.m^2$

إذا ضم يديه إلى صدره لتصبح المسافة بين الكتلتين (0.6m)

و نفرض ثبوت العزم الدوراني للرجل والكرسي، أحسب سرعة الطالب الزاوية بعد ضم يديه إلى صدره ؟ و التغير في طاقة حركته

$w_1 = 2\pi f$

$= 2 \times 3.14 \times 0.75 = 4.71$ rad/s

$I_{1i} = I_{1f} = 3Kg.m^2$ العزم الدوراني للطالب والكرسي

$\Sigma L_i = \Sigma L_f$

$(I_{1i} + I_{2i}) w_i = (I_{1f} + I_{2f}) w_f$

$(3 + 2 \times 3 \times (1)^2) 4.71 = (3 + 2 \times 3 \times (0.3)^2) w_f$

$9 \times 4.71 = 3.54 w_f$

$42.39 = 3.54 w_f$

$w_f = 11.97$ rad/s

$\Delta K = \Sigma K_f - \Sigma K_i$

$= \frac{1}{2} I_2 w_2^2 - \frac{1}{2} I_1 w_1^2$

$= \frac{1}{2} (3.54)(11.97)^2 - \frac{1}{2} (9)(4.71)^2$

$= 253.6 - 99.82$

$= 153.78$ J

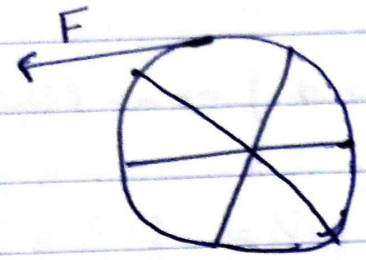
هذا القطر كامل ونقسم على 2 لنحصل على نصف القطر

ف 2021 : عجلة قطرها (0.75m) وعصورها الدوراني $4.8\ Kg\cdot m^2$، أثرت على حافتها قوة عاسية مقدارها 10N فبدأت حركتها من السكون حول محور عمودي على مستواها ويمر بمركزها بعد دقيقتين من لحظة تأثير القوة، احسبي

1- طاقة الحركة الدورانية للعجلة.

2- عدد الدورات التي دارتها العجلة

3- الزخم الزاوي للحلقة



$r = \frac{0.75}{2} = 0.375m$ $I = 4.8\ Kg\cdot m^2$

$F = 10N$ $\omega_1 = 0$ $\Delta t = 120s$

$K = \frac{1}{2} I \omega_2^2$

$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$

$\tau = I\alpha$

$Fr\sin 90 = 4.8\alpha$

$10 \times 0.375 = 4.8\alpha$

$\alpha = 0.78\ rad/s^2$

$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$

$= 0 + 0.78 \times 120$

$\omega_2 = 93,75\ rad/s$

$K = \frac{1}{2} I \omega_2^2$

$= \frac{1}{2} \times 4.8 \times (93,75)^2$

$= 21093\ J$

$N = \frac{\theta}{2\pi}$

$\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 0.78 \times (120)^2$

$= 5616\ rad$

$N = \frac{\theta}{2\pi}$

$= \frac{5616}{6.28} = 894,\ rev$

$L = I\omega$

$= 4.8 \times 93.75$

$= 450\ Kg\cdot m^2/s$