أسئلة اثرائية ٢ ث ع

[1] يتحرك جسم على خط مستقيم حيث بعده بالأمتار يعطى
ف(ن) = ٦ جتا(٢ن) حيث ن بالثواني فان المسافة عندما
يقطع ٦ أمتار هو م) ٤ ب) ١٢ جـ) -٤٢ د) -٨

2021 [2] يتحرك جسم في خط مستقيم حيث ع؟ = ١ + ٨ ف+ن حيث
ف: المسافة بالأمتار ، فجد تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٥م/ث.

2021 [3] ما معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة
س ص = جا ٢ص عندما ص = $\frac{1}{2}$ ؟

2021 [4] اذا كان ق(س) = $\frac{ل(س)}{س^2+2}$ وكان المماس لمنحنى ل(س) عند النقطة (١، ٢)
أفقياً ، فما قيمة ق(-١)
م) $-\frac{4}{9}$ ب) $\frac{1}{9}$ جـ) $\frac{4}{9}$ د) $\frac{7}{9}$

2022 [5] اطلقت كرة رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض من أمام بناية ارتفاعها ٥٥م
بحيث ان ارتفاع الكرة (بالأمتار) عن سطح الأرض بعد (ن) ثانية يحدد
بالعلاقة ف(ن) = ٦٠ ن - ٥ ن^2
١. ما سرعة الكرة عندما تصل إلى مستوى سطح البناية
٢. ما أقصى ارتفاع للكرة عن مستوى سطح البناية

2020 [6] قذف جسم رأسياً لأعلى من قمة برج ارتفاعه ٦٠م بحيث ان ازاحته عن قمة
البرج تعطى بالعلاقة [ف = ١٤ن - ٥ن^2] ، فاذا كان ارتفاعه ٥٤م عن
سطح الأرض بعد مرور ٩ ثوان فما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن
سطح الأرض ؟

[7] اوجد معادلة المماس لمنحنى ص = لو$_{\frac{1}{2}}$ (٢ جتا س) عند النقطة
الواقعة عليه واحداثيها السيني يساوي $\frac{\pi}{4}$.؟

[8] يتحرك جسم وفق العلاقة ف = ٤ جا^{2}ن + $\frac{1}{2}$ن ، ن ∈ [٠ ، ٦$\frac{\pi}{2}$]
جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته = $\frac{9}{2}$ م/د

2018 [9] اذا كان ق(س) = $\frac{س^2+9}{س}$ ، س ≠ ٠ ، اوجد معادلة المماس المرسوم لمنحنى
ق(س) والذي يوازي المستقيم المار بالنقطتين (١، ٤) ، (٤، ٦)

٢ ث ع

أسئلة إثرائية

تطبيقات هندسية وفيزيائية

١ $ف(س) = ب\ جتا(٢س)$ ، $ف(\frac{\pi}{٦}) = ٦$

$ف'(س) = ب \times -جا(٢س) \times ٢$

$= -٢ب \times جا٢س$ (بالاشتقاق)

$ف'(\frac{\pi}{٦}) = -٢ب \times جا\frac{\pi}{٣} = -\frac{٦}{ب}$

$ت(س) = ف'(س) = -٢ب \times جتا٢س \times ٢$

$= -٤ب \times \frac{٦}{ب} = -٢٤$ (ص)

٢ $ع_{ن} = ١ + ٨ \sqrt{ف+ن}$ ، $ع(س) = ٥٣/ث$

$٥٢ = ١ + ٨\sqrt{ف+ن}$

$\frac{٤٢}{٨} = \sqrt{ف+ن}$ ← $\frac{٨}{٨}\sqrt{ف+ن} = ٣$

$ف+ن = ٩$

---

١ $ف(س) = ب\ جتا٢س$

$ف'(س) = ب \times -جا٢س \times ٢$

$ف''(س) = -٢ب \times جتا٢س \times ٢$

$ت(س) = ٥ - ٤ب\ جتا٢س$

$= ٥ - ٤ف(س)$

$= ٥ - ٤ \times ٦ = -١٩$

٢ $ع_{ن} = ١ + ٨\sqrt{ف+ن}$

$ع_{ن} - ع_{ن-١} = ٨\sqrt{ف+ن} - ٨\sqrt{ف+ن-١}$

$= \frac{٨(ف+ن-ف-ن+١)}{\sqrt{ف+ن} + \sqrt{ف+ن-١}}$

$= \frac{٨}{\sqrt{ف+ن} + \sqrt{ف+ن-١}}$

$ت_{١٠} = \frac{٤٢}{\sqrt{ف+ن}}$

$ت_{١٠} = \frac{٤٢}{٣} = ١٤$

$ت = \frac{١٤}{١٠}$

$ت = ١٤٠$

$ع_{ن} = ١ + ٨\sqrt{ف+ن}$

$٥٢ = ١ + ٨\sqrt{ف+ن}$

$\frac{٤٢}{٨} = \frac{٨}{٨}\sqrt{ف+ن}$

$٣ = \sqrt{ف+ن}$

$ف+ن = ٩$

٣ $س ص = ٢ جتا \pi ص$ العمودي على المماس $ص = \frac{١}{٢}$

نشتق الطرفين

$ص + س ص' = -٢ \pi جا \pi ص ص'$

$ص' (س + ٢ \pi جا \pi ص) = -ص$

$ص' = \frac{-ص}{س + ٢ \pi جا \pi ص}$

عند $ص = \frac{١}{٢}$

$\frac{١}{٢} + س \times \frac{١}{٢} = ٢ \pi جا \frac{\pi}{٢}$

$\frac{١}{٢} س = ٢ \pi - \frac{١}{٢}$

$س = ٤ \pi - ١$

$س = ١٢$

ميل العمودي $= \frac{-١}{\text{م المماس}}$

$= \frac{-١}{\frac{١}{٤}} = ٤$

نقطة التماس $(١٢ ، \frac{١}{٢})$ ، $م_{عمودي} = ٤$

معادلة العمودي

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - \frac{١}{٢} = ٤ (س - ١٢)$

$ص + ٢ \pi جتا \pi ص = ٠$

$\frac{١}{٢} + ٢ ص' = ٠$

$ص' = \frac{-١}{٤}$

٤) $ف(س) = \frac{ل(س)}{س^2+2}$ المماس يمس $ل(س)$ عند النقطة $(-1, 2)$ أفقي

∴ م المماس = صفر

م المماس $= ل'(س) = 0$ ∴

$ل(-1) = 2$ $\quad ل'(-1) = 0$

$ف'(س) = \frac{ل'(س)(س^2+2) - (2س \times ل(س))}{(س^2+2)^2}$

$ف'(-1) = \frac{ل'(-1) \times 3 + 2ل(-1)}{(3)^2}$

$= \frac{0 + 4}{9} = \frac{4}{9}$ ⑤

٥) ① $ف(ن) = 0.6ن - 0.5ن^2$

$ف'(ن) = 0.6 - 0.5 \times 2ن$

$0.6 - ن = 0$

$5ن^2 - 6ن + 5 = 0$

$ن^2 - 12ن + 11 = 0$

$(ن - 11)(ن - 1) = 0$

$ن = 11$ ، $ن = 1$

$ع = ف' = 0.6 - ن$

$ع(1) = 0.6 - 1 = -0.4$ م/ث (تتحرك لأعلى)

$ع(11) = 0.6 - 11 = -10.4$ م/ث (تتحرك لأسفل)

② أقصى ارتفاع للجسم عن سطح الأرض هو عندما $ع(ن) = 0$

$ع(ن) = 0.6 - ن$

$0 = 0.6 - ن$

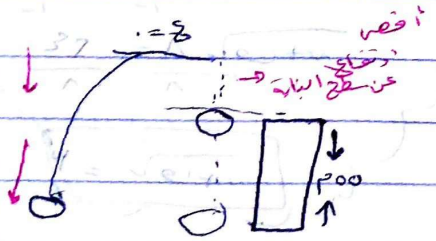
$ن = 0.6$ ث

أقصى ارتفاع $ف(0.6) = 0.6 \times 0.6 - 0.5 \times 0.36$

$= 0.36 - 0.18 = 0.18$ م

أقصى ارتفاع عن سطح البناية $= 0.18 - 0.05$

$= 0.125$ م



٦ ارتفاع البرج = ٦٠ م

ف = ل ﻫ − ٥ ﻫ²

ارتفاعه ٥ م عن الأرض بعد ٩ ثوان

اعطوه أقصى ارتفاع عن سطح الأرض

ف(ﻫ) = ل − ٩

ف(٩) = ١٥ − ٦٠

ف(٩) = −٤٥

ف = ل ﻫ − ٥ ﻫ²

−٤٥ = ل × ٩ − ٥ × ٨١

−٤٥ = ٩ ل − ٤٠٥

٩ ل = ٤٠٥

ل = ٥

ف = ٥ ﻫ − ٥ ﻫ²

أقصى ارتفاع للجسم عن سطح البرج عندما ع(ﻫ) = ٠

ف′(ﻫ) = ٥ − ١٠ ﻫ

٥ − ١٠ ﻫ = ٠

$\frac{٥}{١٠} = \frac{١٠ ﻫ}{١٠}$ ⇐ $ﻫ = \frac{١}{٢}$

ف($\frac{١}{٢}$) = ٥ × $\frac{١}{٢}$ − ٢٥ × $\frac{١}{٤}$

$= \frac{٥}{٢} - \frac{٥}{٤}$

$= \frac{٢٠ - ١٠}{٨} = \frac{١٠}{٨} = \frac{٥}{٤}$

أقصى ارتفاع للجسم عن سطح الأرض = ارتفاع البرج + أقصى ارتفاع عن سطح البرج

$= ٦٠ + \frac{٥}{٤}$

$= \frac{٢٤٠ + ٥}{٤} = \frac{٢٤٥}{٤} = ٦١,٢٥$ م

٧) $ص = لو_{٢} - لتا\ س$ $\quad س = \frac{\pi}{٤}$ اكافئ معادلة المماس

$$ص' = \frac{-لتا\ س \times -حا\ س}{٢ - لتا\ س}$$

$$= \frac{لتا\ س\ حا\ س}{٢ - لتا^{٢} س}$$

$$= \frac{لتا\ \frac{\pi}{٤}\ حا\ \frac{\pi}{٤}}{٢ - لتا^{٢} \frac{\pi}{٤}}$$

$$= \frac{\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}}{٢ - \frac{١}{٢}} = \frac{\frac{١}{٤}}{\frac{٣}{٢}} = \frac{١}{٣}$$ ميل المماس

عند $س = \frac{\pi}{٤}$ فإن $ص =$

$$ص = لو_{٢} - لتا\ \frac{\pi}{٤}$$

$$= لو_{٢} - \frac{١}{٢}$$

$$= لو_{١} = ٠$$

معادلة المماس $\quad ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$$ص - ٠ = \frac{١}{٣}(س - \frac{\pi}{٤})$$

$$ص = س - \frac{\pi}{٤}$$

---

١٧) $ف = ٤ جا^{٢} ٣ن + \frac{١}{٢} ن \quad ن \in [٠, \frac{\pi}{٢}]$

جسيم تسارع الجسم عندما تكون سرعته $= \frac{٩}{٢}$ م/د

$$ف = ٨ جا\ ٣ن \times لتا\ ٣ن \times ٣ + \frac{١}{٢}$$

$$\frac{٩}{٢} = ٨(٢ جا\ ٣ن\ لتا\ ٣ن) + \frac{١}{٢}$$

$$\frac{٩}{٢} - \frac{١}{٢} = ٨ جا\ ٤ن + \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}$$

$$٤ = ٨ جا\ ٤ن$$

$$جا\ ٤ن = \frac{١}{٢}$$

$$٤ن = \frac{\pi}{٦}$$

$$ن = \frac{\pi}{٢٤}$$ ∈ $[٠, \frac{\pi}{٢}[$

$$٤ن = \frac{٥\pi}{٦}$$

$$ن = \frac{٥\pi}{٢٤}$$ ∉ $[٠, \frac{\pi}{٢}[$

$$ت = ٨ \times لتا\ ٤ن \times ٤$$

$$= ٣٢\ لتا\ ٤ن$$

$$ت(\frac{\pi}{٨}) = ٣٢\ لتا\ ٤ \times \frac{\pi}{٨}$$

$$= ٣٢\ لتا\ \frac{\pi}{٢}$$

$$= صفر$$

[9] $ق(س) = \frac{س^2 + 9}{س}$

م المستقيم $= \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$= \frac{٤+٤}{-١-٢} = \frac{٨}{-٤} = -٢$

م المستقيم = م المماس

$= -٢$

م المماس $= ق'(س)$

$-٢ = \frac{٢س(س) - (س^2 + 9)}{س^2}$

$-٢ = \frac{٢س^2 - س^2 - 9}{س^2}$

$-٢ = \frac{س^2 - 9}{س^2}$

$-٢س^2 = س^2 - 9$

$+٢س^2 \quad +٢س^2$

$9 - س^2 = 0$

$9 = س^2$

$س^2 = 1$

$\boxed{س = 1}$

$ص = \frac{1+9}{1} = 10$

معادلة المماس

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 10 = -٢(س - 1)$

$ص - 10 = -٢س + ٢$

$ص = -٢س + ١٢$