دولـــــة فلســـــطين	التاريخ : ٢٩ / ١٢ / ٢٠٢٤ م
وزارة التربية والتعليم العالي	مجموع العلامات (١٠٠) علامة
مديرية التربية والتعليم / طـــوباس	الزمن : ساعتان ونصف
امتحان نهاية الفصل الأول (التجريبي)	العام الدراسي ٢٠٢٤/٢٠٢٥ م
	الفرع العلمي

عدد الأسئلة الاختبار (ستة) اجب عن خمسة منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة اجب عن جميعها

السؤال الأول اختر البديل الصحيح ثم انقله على دفتر الإجابة : (٢٠ علامة)

١. اذا كان $\lim_{س \to ٣} \frac{هـ(س) - ٣}{١ - س} = -٢$ ، $(هـ \circ هـ)'(١) = ١٢$ ، فما قيمة $هـ'(٣)$ ؟

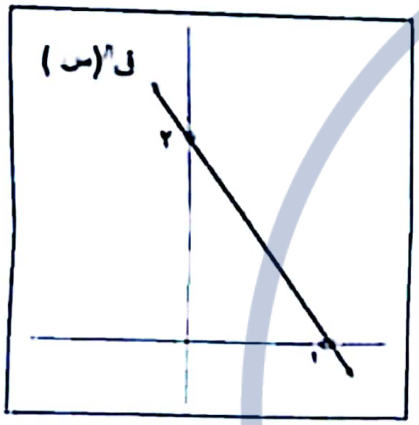
(٣) (٢) (-٦٠) (٦)

٢. يسير جسم في خط مستقيم بحيث ان بعده ف بالأمتار بعد ن ثانية يعطى بالقاعدة

$ف = أ \, جتا \frac{\pi}{٤} ن + ب \, جا \frac{\pi}{٤} ن$ ، اذا سرعة الجسم اقل ما يمكن عندما ن = ٣ فإن

أ = ب أ = - ب أ = ٢ ب ب = ٢ أ

٣. اذا كان الشكل المجاور يمثل $د''(س)$. فما العبارة الصحيحة من الاتية

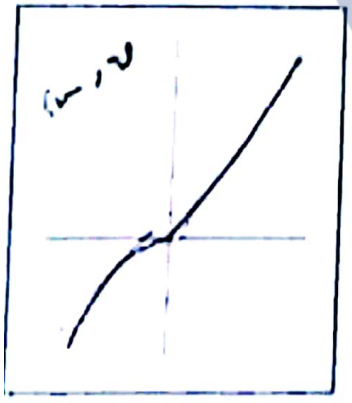


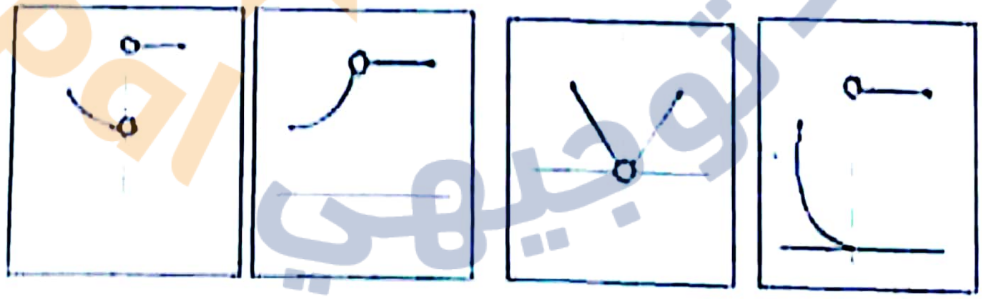
(٢ ، ٠) نقطة انعطاف للاقتران د(س)
(١ ، ٠) نقطة انعطاف للاقتران د(س)
(١ ، د'(١)) عظمى محلية لاقتران د'(س)
د(س) متناقص عل ح

٤. اذا كانت $ص = جتا ٢ص$ ، فما قيمة $\frac{١}{ص} ص'$ ؟

-٢ قتا ٢ص - ظا ص ظتا ص -٢ قا ٢ص

٥. اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى د(س) فما الشكل التقريبي الأقرب للاقتران د'(س)





٦. اذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، س \leq ١ \\ ٤س - ٣ & ، س > ١ \end{cases}$ ، فما مجموعة قيم س التي يكون للاقتران ق(س) نقط حرجة في [٠ ، ٣]

{ ٠ ، ١ ، ٣ }　　{ ٣ ، ٠ }　　{ ٠ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٣ }　　{ ٠ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٣ }

٧. اذا كان $ق(\sqrt{٢س + ١}) = س^{٢} + ٢$ ، وكان قابل ق للاشتقاق فما قيمة $ق'(٣)$

١٦　　٢٤　　٤٨　　١٤٤

٨. اذا كانت معادلة المماس لمنحنى ل(س) عندما س = ١ هي ص − س + ١ = ٠ ، ومتوسط التغير ل (س) في [١ ، ٣] يساوي ١ ، فما مقدار التغير في ق(س) = هـ$^{ل(س)}$ في نفس الفترة ؟

هـ − ١　　١ − هـ^{٢}　　١ − هـ　　$\frac{١}{٢}$ هـ^{٢} − $\frac{١}{٢}$

٩. اذا كان $(س - ص)^{٤} + (ص - س)^{٤} = ٣٢$ ، س ≠ ص جد $\frac{ح ص}{ح س}$

١　　٤　　− ١　　− ٤

١٠. ق(س) كثير حدود بحيث $(ق + ٢ ق')'(س) = ٤ + س$ ، فما قيمة $ق'(٠)$

٤　　− ٤　　٨　　٢

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ. اذا كان ق(س) = | ٤ − ٢ س | ، جد متوسط التغير للاقتران ق(س) عندما تتغير س من $س_{١} = ٢$ الى $س_{٢} = ٢ + هـ$

(٦ علامات)

ب. اذا كان ع = ١ + جا^{٢} ص ، جتا س = ع − ١ ، جد $\frac{ح ص}{ح س}$ عندما س = $\frac{\pi}{٢}$ ؟　(٧ علامات)

جـ. اذا كان للاقتران كثير حدود ق(س) = $س^{٤} - ٤ س^{٣} + ك$ (س) نقطة انعطاف افقي هي (١ ، ٢)
وكان ع(س) = ك$'$(س)　احسب ع$'$(١)　(٧ علامات)

أ. اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ب\ س^{٢} + ٤ & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ١ & ، ٢ \leq س \leq ٣ \end{cases}$ ، قابلا للاشتقاق على مجاله

جد قيم الثوابت أ ، ب ، جـ ، علما بان $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٦$ (٦ علامات)

* ب . اذا كان المستقيم الواصل بين النقطتين (٥ ، -٢) ، (٠ ، ٣) يمس منحنى $ق(س) = \frac{ب}{س + ١}$ ،

$س \neq -١$ فما قيمة الثابت ب ؟ (٧ علامات)

جـ . اذا كان $ق(س) = ٢ \sqrt[٣]{س^{٢}} - \sqrt[٣]{٤س}$ (٧ علامات)

١. حدد فترات التزايد وتناقص لمنحى الاقتران ق(س)

٢. اجد القيم القصوى المحليه وحدد نوعها

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من ثلاثة اسئلة أجيب عن سؤالين فقط.

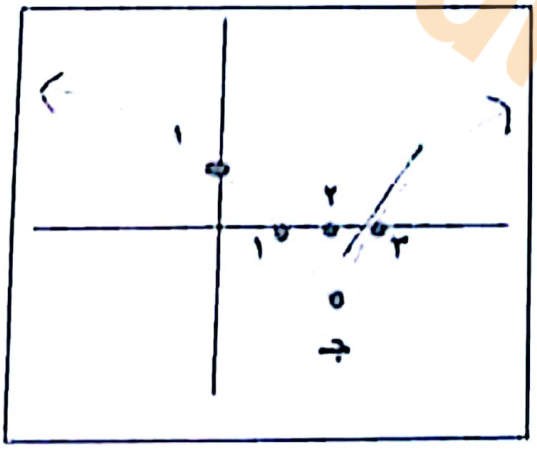
السؤال الرابع : (٢٥ علامة)

أ . قذفت كرة من قمة برج ارتفاعه ١٣٥ م بحيث ان ارتفاعها عن البرج بالأمتار بعد ن ثانية يعطى بالعلاقة

$ف = ٣٠ ن - أ ن^{٢}$ فوصلت الأرض بسرعة ٦٠ م/ث ، فما قيمة الثابت أ ؟؟ (٧ علامات)

ب. $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} (ق\tau^{٢} س + ظتا س - ٣)(\frac{١}{٢ - \sqrt{٢} قاس})$ (٦ علامات)

جـ . يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق'(س) اعتمد عليه بالإجابة (٧ علامات)



١. بين ان $ق''(١) \times ق'''(١) < ٠$

٢. حدد الفترة / الفترات التي يكون ق (س) متناقصا .

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

أ . اذا كان ق(س) كثير حدود بحيث ق''(س) = ٦ ـ ٢ س ، ق'(٤) = ق'(٢) = ٠ ،
ق'(٣) = ١ (٧ علامات)

١. حدد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س) .
٢. اجد نقط وزوايا الانعطاف للاقتران ق (س) ان وجدت .

ب. جد حجم اكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه ١٢ سم ونصف قطر قاعدته ٤ سم . (٧ علامات)

جـ . اذا كان ص = لو$_{هـ}$ (س + $\sqrt{س^{٢} + ١}$) ، اثبت ان ص' = (هـ^{ص} ـ س)$^{-١}$ (٦ علامات)

السؤال السادس : (٢٠ علامة)

أ . اذا كان المستقيم ٢ ص ـ ٣ س = أ يمس منحنى العلاقة (س + ١)^{٣} ـ ص^{٢} = ٠ ، ص ≠ ٠ ،
فما قيمة أ ؟ (٧ علامات)

ب. اذا كان ق(س) = س^{٣} ـ ٣ س^{٢} ـ ٩ س + ٥ معرفا على] -٢ ، ٦ [
حدد فترات التقعر لأعلى والاسفل ونقط وزوايا الانعطاف ان وجدت ؟ (٧ علامات)

جـ اذا كان هـ^{ص} = س + ص ، اثبت ان ص'' = ـ (ص')^{٣} هـ^{ص} (٦ علامات)

توجيهي pal

* حلول امتحان تجريبي طوباس ٢٠٢٥
* الفرع العلمي

السؤال الأول:

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	٦	$أ=ب$	$(١، ق(١))$ عظمى محلية للاقتران $ق(س)$	$-ق''(س)$		$\{٣، \frac{١}{٢}، ٠\}$	٢٤	$ق(-١)$	١	٢

السؤال الثاني:

أ) $ن(س) = |٤ - ٢س|$ ، متوسط التغير $= \frac{ن(٣س) - ن(٢س)}{٣س - ٢س} = \frac{٥ن(س)}{س} = ٥$

متوسط التغير $= \frac{ن(٢ + ٥) - ن(٢)}{٥} = \frac{|٤ - ٢(٢+٥)| - |٤ - ٢ \times ٢|}{٥}$

$٢ + ٥ = ٢$

متوسط التغير $= \frac{|٤ - ٣ - ٢٥| - ٠}{٥} = \frac{|-٢٥|}{٥} = \frac{|٥٢|}{٥}$

$$= \begin{cases} \frac{٢٥}{٥} ، ٥ \geq ٠ \\ \frac{-٢٥}{٥} ، ٥ < ٠ \end{cases} = \begin{cases} ٢ ، ٥ \geq ٠ \\ -٢ ، ٥ < ٠ \end{cases}$$

$٢س - ٣$	$-$	$-$	$+$
$٤ - ٢س$	$+$	$-$	$-$
	$+$	$+$	$+$

٢

حل آخر: نجد تعريف $|٤ - ٢س|$

$٤ - ٢س = ٠ \leftarrow س = ٢$

$$\leftarrow ن(س) = \begin{cases} ٤ - ٢س ، س \leq ٢ \\ ٢س - ٤ ، س > ٢ \end{cases}$$

متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(س_1 + \Delta) - ق(س_1)}{\Delta}$

$= \frac{ق(٢ + \Delta) - ق(٢)}{\Delta}$

* عندما $\Delta > ٠$ ← متوسط التغير $= \frac{٢(٢ + \Delta) - ٤}{\Delta}$

$= \frac{٤ + ٢\Delta - ٤}{\Delta} = \boxed{٢}$

** عندما $\Delta < ٠$ ← متوسط التغير $= \frac{٢(٢ + \Delta) - ٤}{\Delta} = \frac{٤ - ٤ - ٢\Delta}{\Delta}$

$= \boxed{-٢}$

(ب) $ع = ١ + ٢ جا ص$ ، $جتا س = ع - ١$ ، $\left| \frac{ل ص}{د س} \right| = ؟؟$

$س = \frac{\pi}{٢}$

$\boxed{\frac{ل ص}{د س} = \frac{ل ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}}$

* $ع = ١ + ٢ جا ص$

نشتق الطرفين بالنسبة لـ ع

$\frac{ل ص}{د ع} \times ٠ + ٢ جتا ص = ١$ ← $\boxed{\frac{ل ص}{د ع} = \frac{١}{٢ جتا ص}}$

** $جتا س = ع - ١$

نشتق الطرفين بالنسبة لـ س

$-جا س = \frac{د ع}{د س} - ٠$ ← $\boxed{\frac{د ع}{د س} = -جا س}$

عندما $س = \frac{\pi}{٢}$ ← $جتا \frac{\pi}{٢} = ع - ١$ ← $٠ = ع - ١$ ← $ع = ١$

الآن نجد ص: $١ = ١ + ٢ جا ص$ ← $٢ جا ص = ٠$

← $ص = (٠ ، \pi ، ٢\pi) + ٢\pi ن$ ← $\boxed{جتا ص = \pm ١}$

أو $جا^٢ ص + جتا^٢ ص = ١$ ← $٠ + جتا^٢ ص = ١$

← $\boxed{جتا ص = \pm ١}$

(٤٥)

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س} = \frac{1}{\text{جتا}\,ص} \times -\text{جا}\,س = \frac{-\text{جا}\,س}{\text{جتا}\,ص}$$

$$\leftarrow \left|\frac{ص}{س}\right|_{س=\frac{\pi}{2}} = \frac{-\text{جا}\frac{\pi}{2}}{\pm 1} = \frac{-1}{\pm 1} = \boxed{\pm 1}$$

---

(٨) $ن(س) = س^٤ - ٤س^٣ + ك(س)$ ، $ع(س) = ك^٢(س)$

* المطلوب $ع'(١)$ ؟؟

* نقطة انعطاف أفقي لـ $ن(س)$ $(١، ٢)$

① $ن(١) = ٢$

② $ن'(١) =$ صفر

③ $ن''(١) =$ صفر

$ع(س) = ك^٢(س) \leftarrow ع'(س) = ٢ك(س) \times ك'(س)$

$ع''(س) = ٢ك(س) \times ك''(س) + ك'(س) \times ٢ك'(س)$

$= ٢ك(س) ك''(س) + ٢(ك'(س))^٢$

$ن'(س) = ٤س^٣ - ١٢س^٢ + ك'(س)$

$ن''(س) = ١٢س^٢ - ٢٤س + ك''(س)$

أولاً: $ن(١) = ٢ \leftarrow (١)^٤ - ٤(١)^٣ + ك(١) = ٢$

$١ - ٤ + ك(١) = ٢$

$\leftarrow \boxed{ك(١) = ٥}$

ثانياً: $ن'(١) = ٠ \leftarrow ٤(١)^٣ - ١٢(١)^٢ + ك'(١) = ٠$

$٤ - ١٢ + ك'(١) = ٠ \leftarrow \boxed{ك'(١) = ٨}$

ثالثاً: $ن''(١) = ٠ \leftarrow ١٢(١)^٢ - ٢٤(١) + ك''(١) = ٠$

$١٢ - ٢٤ + ك''(١) = ٠ \leftarrow \boxed{ك''(١) = ١٢}$

(٣ ص)

← المطلوب $ع''(1) = ٢ ك(1) ك''(1) + ٢ (ك'(1))^٢$

$= ٢ \times ٥ \times ١٢ + ٢ (٨)^٢$

$= ١٢٠ + ١٢٨ = \boxed{٢٤٨}$

السؤال الثالث :

أ) $و(س)$ قابل للاشتقاق

① متصل ← $و(٢) = \text{نها}_{س \to ٢^+} و(س) = \text{نها}_{س \to ٢^-} و(س)$

② $و'(٢)^+ = و'(٢)^-$

∴ $و'(٢)$ موجودة

أولاً : $\text{نها}_{س \to ٢^-} (ب س^٢ + ٤ س + ٦) = \text{نها}_{س \to ٢^+} (٩ - س + س^٣)$

$ب(٢)^٢ + ٤(٢) + ٦ = ٩ - ٢ + ٢^٣$

$٤ ب + ٨ + ٦ = ٩ - ٢ + ٨$

$٤ ب + ١٤ = ١٥$

$\boxed{٤ ب - ١ = -١١}$ ← [١] ...

ثانياً :

$$و'(س) = \begin{cases} ٢ ب س + ٤ & ، ٠ < س < ٢ \\ ٩ & ، ٢ < س < ٥ \end{cases}$$

$و'(٢)^- = و'(٢)^+$

$٢ ب(٢) + ٤ = ٩$

$\boxed{٤ ب - ٩ = -٤}$ ← [٢] ...

بطرح [٢] من [١] ← $٤ ب - ٩ = -١١$

$- ٤ ب + ٩ = ٤$

$-٩ = -٧$ ← $\boxed{٩ = ٧}$

بالتعويض في [٢] ← $٤ ب - ٧ = -٤$ ← $٤ ب = ٣$

$\boxed{ب = \frac{٣}{٤}}$ ←

ثالثاً: $\lim_{س \to جـ} ه(س) = ٦ \leftarrow \lim_{س \to جـ} (٧س + ٣) = ٦ \leftarrow ٧جـ + ٣ = ٦ \leftarrow جـ = \frac{٣}{٧}$ وهذا غير مقبول

ملاحظة

وغير منطقي أن تكون $جـ < ٢$ / لذلك يجب تعديل وتصحيح السؤال ليصبح

$\lim_{س \to جـ} ه(س) = ٤٢$ (مثلاً) $\leftarrow ٧جـ + ٣ = ٤٢ \leftarrow ٧جـ = ٢١ \leftarrow جـ = ٣$

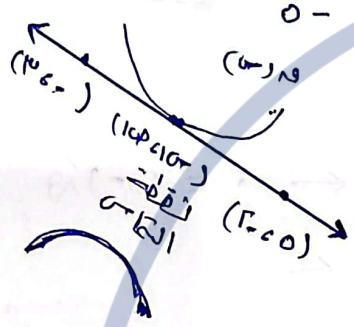
ب) المستقيم الواصل بين $(٥، -٢)$ ، $(٣، ٠)$ يمس منحنى $ه(س) = \frac{ب}{س + ١}$

ب = ؟؟ | يمس $\leftarrow$ $ه(١٥) = ك١$ ، $ه'(١٥) = ك١$

∴ المماس يمر بالنقطتين $(٥، -٢)$ ، $(٣، ٠)$

$\leftarrow$ ميل المماس $= \frac{ك ص}{ك س} = \frac{٠ - (-٢)}{٣ - ٥} = \frac{٢}{-٢} = -١$

نفرض أن نقطة التماس هي $(١٥، ك١)$



* المماس يمر بالنقطتين $(١٥، ك١)$ ، $(٣، ٠)$

ميل المماس $= \frac{ك١ - ٠}{١٥ - ٣} = \frac{ك١ - ٣}{١٥}$

$\leftarrow \frac{ك١ - ٣}{١٥} = -١ \leftarrow ك١ = -١٥ + ٣$

وأيضاً $ك١ = \frac{ب}{١ + ١٥}$

$\therefore \frac{ب}{١ + ١٥} = -١٥ + ٣$ ... (١)

$ه'(١٥) = $ ميل المماس $= -١$

$ه'(س) = \frac{-ب}{(س + ١)^٢} \leftarrow ه'(١٥) = \frac{-ب}{(١ + ١٥)^٢} = -١$

$\leftarrow ب = (١ + ١٥)^٢$ ... (٢) نعوض في (١)

$\leftarrow \frac{(١ + ١٥)^٢}{(١ + ١٥)} = -١٥ + ٣$

$\leftarrow ١ + ١٥ = -١٥ + ٣ \leftarrow ٢١٥ = ٢ \leftarrow ١٥ = ١$ نعوض في (٢)

$ك١ = ٥$

$\leftarrow ب = (1+1)^2 = (2)^2 = \boxed{4}$

ب) $ق(س) = 2\sqrt[3]{س^2} - \sqrt[3]{س^4}$ ← متصل، ما هل طرح اقترانين متصلين (جذر فردي ما بداخله كثير حدود) ← متصل على ح

$ق(س) = 2س^{\frac{2}{3}} - س^{\frac{4}{3}}$

$ق'(س) = 2 \times \frac{2}{3} س^{-\frac{1}{3}} - \frac{4}{3} س^{\frac{1}{3}}$

$= \frac{4}{3\sqrt[3]{س}} - \frac{4}{3}\sqrt[3]{س}$

$= \frac{12 - 12(\sqrt[3]{س})^2}{9\sqrt[3]{س}}$

$ق'(س) = 0 \leftarrow 12 - 12(\sqrt[3]{س})^2 = 0$

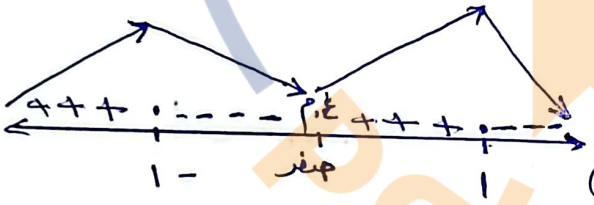
$\leftarrow 12 = 12\sqrt[3]{س^2} \leftarrow \sqrt[3]{س^2} = 1$

$س^2 = (1)^3$

$\boxed{س = \pm 1}$

$ق'(س) = 4.0 \leftarrow 9\sqrt[3]{س} = 0$

$\leftarrow \boxed{س = 0}$



① $ق(س)$ متزايد على $]-\infty, -1]$ ، $[0, 1]$

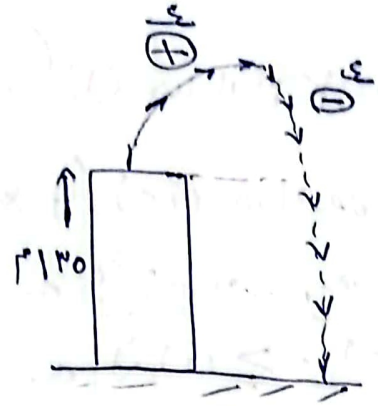
$ق(س)$ متناقص على $[-1, 0]$ ، $[1, \infty[$

② عند $س = 1$ قيمة عظمى محلية ← $ق(1) = 2(1) - (1) = \boxed{1}$

عند $س = -1$ قيمة عظمى محلية ← $ق(-1) = 2\sqrt[3]{(-1)^2} - \sqrt[3]{(-1)^4} = \boxed{1}$

عند $س = 0$ قيمة صغرى محلية ← $ق(0) =$ صفر

السؤال الرابع :



أ) ف(ن) = ٣٠ ن - ٥ ن^{٢} .

ع(ن) = ٣٠ - ١٠ ن

ع(ن) = - ٦٠ عند وصول الأرض

* نجد ن :

ف(ن) = - ١٣٥

$$\boxed{٣٠ن - ٥ن^{٢} = -١٣٥} \quad \cdots (١)$$

ع(ن) = - ٦٠ م/ث عند وصولها الأرض أي عندما ف = - ١٣٥ م

بكن ٣٠ - ١٠ ن = - ٦٠

← - ١٠ ن = - ٦٠ - ٣٠

← ن = ٩

$\boxed{ع = ٥ن}$ نعوض في (١) ← ع = ٤٥

← ٣٠ ن - ٤٥ ن = - ١٣٥

← - ١٥ ن = - ١٣٥

$$\boxed{ن = ٩} \leftarrow م = \frac{٤٥}{٩} = ٥ \quad (٥)$$

ب) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{(قا^{٢}س + ظاس - ٣)(\frac{١}{\sqrt{٢}-٢ قاس})}{\sqrt{٢} قاس - ٢}$

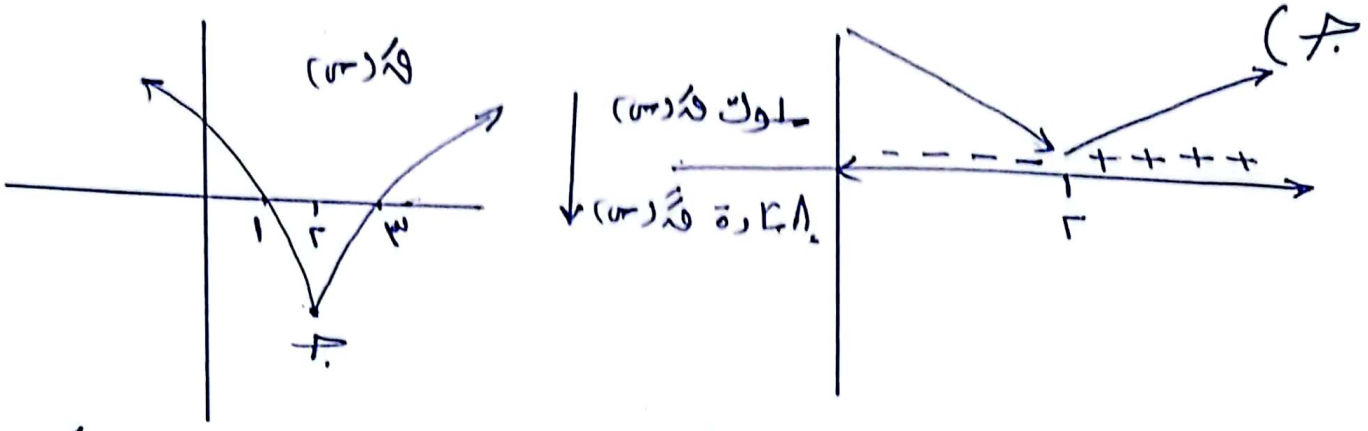
$س \to \frac{\pi}{٤}$

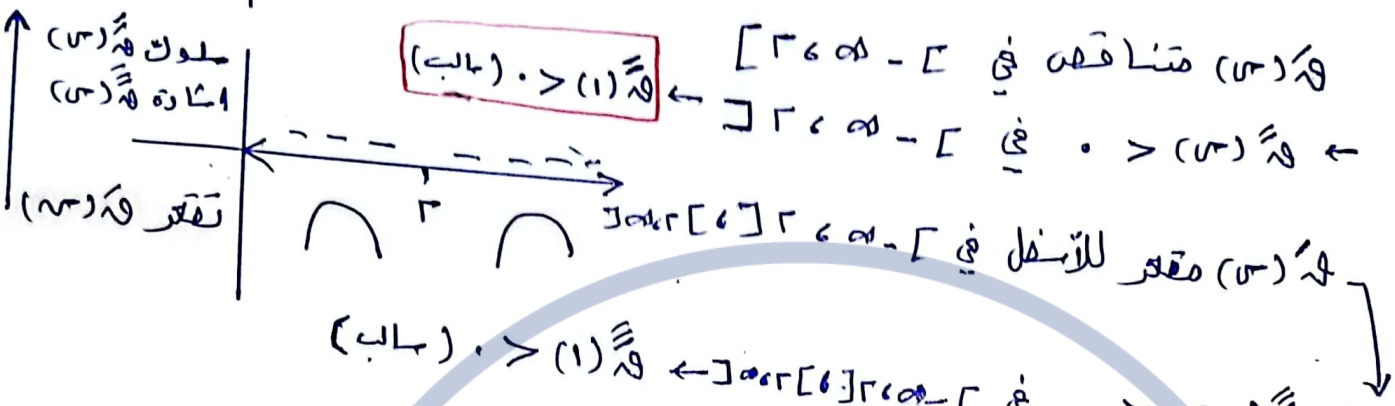
تعويض مباشر ← $\frac{قا^{٢}\frac{\pi}{٤} + ظا\frac{\pi}{٤} - ٣}{\sqrt{٢} قا\frac{\pi}{٤} - ٢} = \frac{٢ + ١ - ٣}{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} - ٢} = \frac{٠}{٠}$ صيغ

∴ بواسطة لوبيتال

النهاية المطلوبة = $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{٢ قا^{٢}س ظاس - قتا^{٢}س - ٠}{٠ - \sqrt{٢} قاس ظاس}$

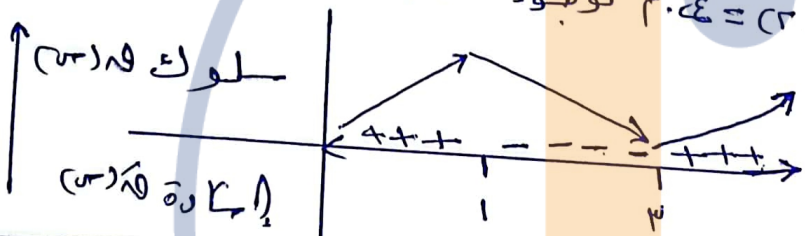
$= \frac{٢ \times ٢ \times ١ - ٢}{- \sqrt{٢} \times \sqrt{٢}} = \frac{٢}{-٢} = -١$ (١)





ق'(س) متناقص في]-∞ ، ٢]
← ق''(س) < ٠ في]-∞ ، ٢[
ق'(س) مقعر للأسفل في]-∞ ، ٢[∪]٢ ، ∞[
← ق''(س) < ٠ في]-∞ ، ٢[∪]٢ ، ∞[← ق''(١) < ٠ (سالب)

∴ ق''(١) × ق''(-) = (-) × (-) = + > ٠
* ملاحظة لاحظ أنه ق''(٢) = غ.م لوجود أكثر من مماس عندها.

(٣)


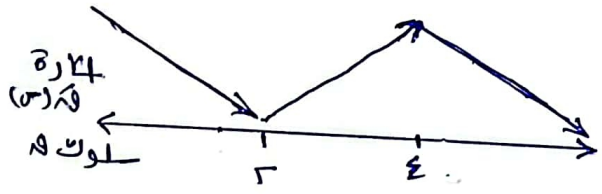
ق(س) متناقص في [١ ، ٣]

السؤال الخامس: ق''(س) = ٦ - ٢ س ، ق''(٤) = ق''(٢) = ٠ ، ق''(٣) = ١

(٢) ق''(٤) = ٠ ← س = ٤ (نقطة حرجة)
← ق''(٤) = ٦ - ٢ × ٤ = -٢ < ٠ ∴ ق(٤) عظمى محلية

ق''(٢) = ٠ ← س = ٢ (نقطة حرجة)
← ق''(٢) = ٦ - ٢ × ٢ = ٢ > ٠ ∴ ق(٢) صغرى محلية

(١) ق(س) متزايد في [٢ ، ٤]
ق(س) متناقص في]-∞ ، ٢] ، [٤ ، ∞[



(٧)

(٢) $\theta''(س) = ٠ \leftarrow ٦ - ٢س = ٠ \leftarrow \boxed{س = ٣}$

(٣، $\theta(٣)$) نقطة انعطاف

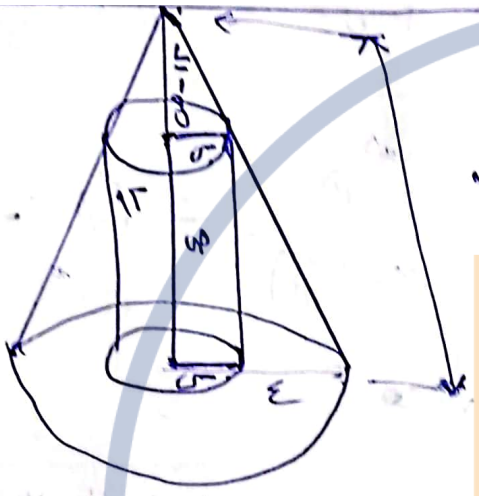
لأنه $\theta(س)$ متصل و"كيف تغير" $\theta'(س)$ يغير إشارته حولها

$\theta''(س)$	إشارة	٣
	+ + + + +	٠
	- - - - -	

* زاوية الانطلاق (٥)

$\theta'(٣) = ١ \leftarrow ٧ = ٥ \cos ٤٥^\circ = \boxed{\frac{٣}{٢}\pi}$

ب) $ح$ = نصف $\pi \times ٤ \times$



$= \pi \int_{٠}^{س} ص^٢ \, د$

من تشابه المثلثات:

$\frac{١٢ - ص}{س} = \frac{١٢}{٤}$

$\leftarrow ٧ - ٣ص = ١٢س$

$\leftarrow -٣ص = ١٢س - ٧٣ \leftarrow \boxed{ص = ١٢ - ٤س}$

$ح = \pi \int_{٠}^{س} (١٢ - ٤س)^٢ \, د = \pi [\frac{(١٢ - ٤س)^٣}{-١٢}]_{٠}^{س} = \pi [\frac{(١٢ - ٤س)^٣}{-١٢}]_{٠}^{س}$

$ح = \pi [\frac{(١٢ - ٤س)^٣}{-١٢}]_{٠}^{س} = \pi [\frac{(١٢ - ٤س)^٣}{-١٢}]_{٠}^{س}$

$ح = ٠ \leftarrow س = (٣\pi٤ - ٩\pi س + ٣\pi٤ س^٢) = ٠$

إما $س = ٠$ أو $٣\pi٤ - ٩\pi س + ٣\pi٤ = ٠ \leftarrow س = \frac{٩\pi}{٣\pi٤} = \boxed{\frac{٣}{٤}}$

أكبر حجم عندما $س = \frac{٣}{٤} \leftarrow ص = ١٢ - ٤ \times \frac{٣}{٤}$

$= ٩$

$\leftarrow ح = (٩)^٢ \times ٤ \times \pi = \boxed{\frac{٣٢٤\pi}{٥}}$

$ح'$	إشارة	$\frac{٣}{٤}$
	+ + + + +	٠
	- - - - -	

(٥ من ٦)

ب) $\frac{ص}{ص} = \frac{لو(س + \sqrt{س^2+1})}{ص}$

$\frac{ص}{ص} = \frac{1 + \frac{2س}{2\sqrt{س^2+1}}}{\frac{س + \sqrt{س^2+1}}{\sqrt{س^2+1}}}$

$= \frac{\frac{\sqrt{س^2+1} + س}{\sqrt{س^2+1}}}{\frac{س + \sqrt{س^2+1}}{\sqrt{س^2+1}}}$

2 عامل مشترك

$= \frac{\sqrt{س^2+1} + س}{(س + \sqrt{س^2+1})\sqrt{س^2+1}}$

$= \frac{1}{\sqrt{س^2+1}}$

$\therefore \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص}$

$ص = \sqrt{س^2+1} + س$ ← $ص - س = \sqrt{س^2+1}$ ←

السؤال السادس:

أ) المشتقات متساوية ← نعوض $(س_1، ص_1)$ نقطة التماس

الصور متساوية ← $ص$ يحسب

$ص = 3س - 2$ ←

$ص_1 = 3س_1 - 2$ ←

$ص_1 = 0 = 3$ ← نشتق

$ص_1 = \frac{3}{2}$ ← $\frac{3}{2} = ص_1$

$ص_1 = 2س_1 - 3$ ← نشتق

$ص_1 = 0 = 2س_1 - 3$ ←

$س_1 = \frac{3}{2}$ ←

$ص = س^2 - 3س$

$ص_1 = 2س_1 - 3$ ← نشتق

$ص_1 = 3 = 2س_1 - 3$ ←

$س_1 = 3$ ←

$ص_1 = 9 - 9 = 0$ ←

$(3، 0)$ نقطة التماس

ب) $ص = \sqrt{س^2+1} + س$

$ص_1 = \frac{2س}{2\sqrt{س^2+1}} + 1$ ← نشتق

$ص_1 = 0 = \frac{س}{\sqrt{س^2+1}} + 1$ ←

$\sqrt{س^2+1} = -س$ ←

$س^2 + 1 = س^2$ ←

$1 = 0$ ← نعوضها في العلاقة لإيجاد $س_1$

∴ لا يوجد

$\leftarrow (1+1\omega)^3 - (1+1\omega)^4 = 0$

$(1+1\omega)^3 (1 - (1+1\omega)) = 0$

$(1+1\omega)^3 (-1\omega) = 0 \leftarrow \boxed{1\omega = 0}$ ، $\boxed{1\omega = -1}$

عندما $1\omega = 0 \leftarrow 1\rho = (0+1)^2 = 1$ (1)

عندما $1\omega = -1 \leftarrow 1\rho = (-1+1)^2 = 0$ ترفض لأن $1\rho > 0$

$\leftarrow 2 \times 1 - 3 \times 0 = \rho \leftarrow \boxed{\rho = 2}$

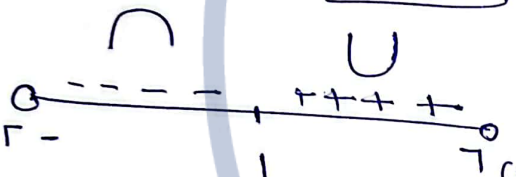
ب) $\rho(س) = س^3 - 3س^2 - 9س + 5$ ، $[-2, 6]$

$\rho(س)$ متصل وقابل للاشتقاق مرتين على $[-2, 6]$ لأنه كثير حدود

$\rho'(س) = 3س^2 - 6س - 9$

$\rho''(س) = 6س - 6$

$\rho''(س) = 0 \leftarrow 6س - 6 = 0 \leftarrow \boxed{س = 1}$



$\rho(س)$ مقعر للأعلى في $[1, 6]$

$\rho(س)$ مقعر للأسفل في $[-2, 1]$

$(1, \rho(1)) = (1, -6)$ نقطة انعطاف لأن $\rho(س)$ متصل و $\rho''(س)$ يغير إشارته حولها.

زاوية الانعطاف $(\theta) \leftarrow \tan\theta = \rho'(1) = 3(1)^2 - 6(1) - 9$

$= -12$

$\leftarrow \theta = \tan^{-1}(-12)$

د) $ص_{ن} = ن + ٥$

نشتق الطرفين

$ص'_{ن} = ١ + ص'_{ن-١} \times ١$

$ص'_{ن} - ص'_{ن-١} = ١$

$ص'_{ن}(١ - ص_{ن-١}) = ١$

$ص'_{ن} = \frac{١}{١ - ص_{ن-١}}$ ←

$ص''_{ن} = \frac{ص'_{ن} \cdot ص_{ن-١} \times ١ - ٠ \times (١ - ص_{ن-١})}{(١ - ص_{ن-١})^{٢}}$

$= \frac{ص'_{ن} ص_{ن-١}}{(١ - ص_{ن-١})^{٢}}$

بما أن $ص'_{ن} = \frac{١}{١ - ص_{ن-١}}$ ← نعوض

$\boxed{\frac{١}{ص'_{ن}} = ١ - ص_{ن-١}}$

$ص''_{ن} = \frac{ص'_{ن} ص_{ن-١}}{(\frac{١}{ص'_{ن}})^{٢}} = ص'_{ن} ص_{ن-١} \times (ص'_{ن})^{٢}$

$= (ص'_{ن})^{٣} ص_{ن-١}$ #

Bal توجيهي